

А. П. Рудановскій.

Изслѣдованіе

РАЗЛИЧНЫХЪ

УСЛОВІЙ ПЕНСИОНІРОВАНІЯ.

Москва.

Городская Типографія, Тверская, Козицкій пер., домъ Городского Общества.
1904.

В В Е Д Е Н І Е.

На международномъ конгрессѣ математиковъ въ Парижѣ въ 1900 году извѣстный нѣмецкій геометръ Hilbert въ рѣчи своей, между прочимъ, такъ опредѣлилъ одно изъ важнѣйшихъ условій всякой математической теоріи: «доказать, что основныя положенія не заключаютъ въ себѣ противорѣчія; т. е. доказать, что исходя изъ этихъ положеній, никогда нельзя придти къ противорѣчивымъ результатамъ посредствомъ конечнаго числа логическихъ построеній».

Если надо доказать, что основныя положенія какой-либо математической теоріи, а, слѣдовательно, и всякаго математическаго разсчета не заключаютъ въ себѣ противорѣчія, то, тѣмъ болѣе, въ этихъ основныхъ положеніяхъ не должно быть явнаго противорѣчія.

Компромиссы, при помощи которыхъ въ практической жизни разрѣшаются многія противорѣчія, не допустимы въ математическихъ разсчетахъ, хотя бы и чисто практическихъ; математическій разсчетъ, основанный на компромиссѣ есть, въ лучшемъ случаѣ, дѣтская забава, притомъ далеко не безобиднаго свойства, такъ какъ за неправильность, допущенную въ разсчетѣ, рано или поздно кто нибудь долженъ поплатиться болѣе или менѣе дорого.

Пенсіонно-сберегательныя кассы считаютъ свои операціи безобидными для заинтересованныхъ сторонъ, утверждая, что всѣ разсчеты ихъ правильны, но правильность этихъ разсчетовъ сомнительна даже на первый взглядъ, такъ какъ въ самыхъ основныхъ положеніяхъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ заключается цѣлый рядъ явныхъ противорѣчій.

Дѣйствительно, принципу образованія пенсій путемъ личныхъ сбереженій противорѣчитъ принципъ обязательности взносовъ на пенсію; принципу пенсіонированія на кооперативныхъ началахъ противорѣчитъ индивидуализація взносовъ, или учетъ этихъ взносовъ на личныхъ счетахъ; признанію права на пенсію за служащими, начинающими службу, противорѣчитъ отрицаніе этого права за старослужащими; неограниченность размѣра пенсій противорѣчитъ элементарнымъ требованіямъ теоріи вѣроятностей; допущеніе равныхъ взносовъ на пенсію, размѣръ которыхъ зависитъ отъ

возраста, противорѣчитъ элементарнымъ требованіямъ теоріи страхованія; начисленіе процентовъ отъ смертности на взносы до востребованія противорѣчитъ здравому смыслу; распредѣленіе взноса учрежденія по личнымъ счетамъ всѣхъ участниковъ, при требованіи вкупа за старослужащихъ, противорѣчитъ интересамъ пенсіонирующаго учрежденія, которое въ правѣ считать свои взносы дополнительнымъ вкупомъ однихъ вновь вступающихъ; измѣненіе состава служащихъ предполагается совершающимся подъ вліяніемъ одной смертности, т. е. прочность службы игнорируется, что противорѣчитъ дѣйствительности.

Когда Пенсіонная Коммиссія Думы, получивъ новый пенсіонный уставъ, выработанный г. Преображенскимъ, на началахъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, сочла необходимымъ выслушать мнѣніе служащихъ Городского Управленія, то служащіе избрали изъ своей среды для разсмотрѣнія этого устава Коммиссію. По предложенію Коммиссіи служащихъ Городского Управленія я принялъ на себя трудъ по оцѣнкѣ финансовой стороны проекта новаго пенсіоннаго устава.

Указанныя выше явныя противорѣчія въ принципахъ предлагаемаго способа пенсіонированія заставили меня усомниться въ правильности всѣхъ расчетовъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ и побудили изслѣдовать условія пенсіонированія вообще, не предрѣшая напередъ способа пенсіонированія.

Прежде всего, постараюсь кратко изложить исторію занимающаго насъ вопроса.

Пенсіонированіе служащихъ Городского Управленія не представляетъ дѣла новаго и право на пенсію давно признано на городской службѣ. Пенсіи, выдаваемые въ настоящее время городомъ, могутъ считаться вполне удовлетворительными; дѣйствительный расходъ на пенсію въ процентномъ отношеніи къ жалованію очень умеренный и не превышаетъ 50%. Ничего угрожающаго, даже въ будущемъ, расходъ на пенсію не представляетъ, потому что въ теченіе цѣлаго десятилѣтія нельзя отмѣтить ни малѣйшаго относительнаго возростанія расходовъ на пенсіи.

Примѣняемый въ настоящее время пенсіонный уставъ былъ утвержденъ Городскою Думою 16 мая 1895 года, по докладу Пенсіонной Коммиссіи, отъ 26 апрѣля 1895 г., № 60, на основаніи расчетовъ, произведенныхъ Ресницкимъ, при чемъ, уставъ былъ представленъ на утвержденіе въ Министерство Внутреннихъ Дѣлъ, а пересмотръ устава предпо-

лагалось производить черезъ каждыя пять лѣтъ, дѣлая въ немъ, при пересмотрѣ, необходимыя, *по указанію опыта*, дополненія и измѣненія, съ соотвѣтствующею провѣркою расчетовъ, положенныхъ въ основаніе этого устава.

Уставъ до сего времени не получилъ Правительственнаго утвержденія и не потому, чтобы его положенія были признаны неправильными по существу, но только потому, что дѣло пенсіонированія получило нормировку въ уставѣ о пенсіонныхъ кассахъ служащихъ въ земскихъ учрежденіяхъ.

Неутвержденіе принятаго Городскою Думою пенсіоннаго устава привело къ необходимости производить пенсіонированіе на началахъ этого устава, но безъ учрежденія пенсіонной кассы, предполагавшійся по уставу, т. е. безъ производства вычетовъ со служащихъ и безъ вкупа старослужащихъ, и расходы по выдачѣ пенсіи всѣмъ служащимъ покрывались текущимъ образомъ, изъ общихъ бюджетныхъ средствъ города. На практикѣ этотъ порядокъ не далъ никакихъ нежелательныхъ результатовъ, напротивъ, невольный опытъ, произведенный Городскимъ Управленіемъ, наводитъ на мысль о возможности пенсіонированія, безъ учрежденія какихъ-либо пенсіонныхъ кассъ, всегда требующихъ непроизводительной затраты значительныхъ капиталовъ, выгодное помѣщеніе которыхъ для всякаго общественнаго учрежденія, не имѣющаго призванія заниматься фондовыми операціями, всегда затруднительно.

Въ противность прямому указанію, сдѣланному Думою въ приговорѣ отъ 16 мая 1895 года, которымъ былъ утвержденъ дѣйствующій пенсіонный уставъ, новая Пенсіонная Коммиссія 27 апрѣля 1901 года представила въ Думу докладъ о замѣнѣ устава новымъ, не на основаніи указаній опыта предшествовавшихъ лѣтъ, а, единственно, въ цѣляхъ согласованія его съ такъ называемымъ нормальнымъ уставомъ пенсіонныхъ кассъ служащихъ въ земскихъ учрежденіяхъ: «въ виду черезчуръ значительной разницы вычетовъ со служащихъ и взносовъ со стороны Общественнаго Управленія, предполагаемыхъ проектомъ устава (Ресницкаго) и тѣми, которые предположены въ нормальномъ уставѣ». Къ докладу приложенъ отзывъ приглашеннаго Коммиссіею спеціалиста г. Преображенскаго о расчетахъ Ресницкаго; при чемъ расчеты Ресницкаго признаются г. Преображенскимъ неправильными.

Не надо быть спеціалистомъ въ дѣлѣ пенсіонированія для того, чтобы признать отзывъ г. Преображенскаго о расчетахъ Ресницкаго составленными бездоказательно: общія мѣста, произвольные примѣры, авторитетныя, но голослов-

ныя утвержденія, неподкрѣпленныя никакими расчетами, вотъ все содержаніе этого отзыва. Видно только одно изъ этого отзыва, что г. Преображенскому почему-то, особенно, нравятся пенсіонныя кассы страховаго типа.

Къ числу выгодъ пенсіонныхъ кассъ страховаго типа г. Преображенскій относитъ: «прочность кассъ, выдачу служащему всѣхъ его взносовъ, при всякомъ срокѣ его службы, увеличеніе пенсій съ каждымъ годомъ службы». Какою цѣною пріобрѣтается прочность кассы, на сколько кассы содѣйствуютъ прочности службы, на сколько удовлетворительны пенсіи за службу достаточно продолжительную, эти вопросы не интересуютъ г. Преображенскаго. Очевидно, г. Преображенскій твердо убѣжденъ, что уменьшеніе стоимости пенсіонированія невозможно безъ нарушенія прочности кассы, что выдача пенсіи за престарѣлость, а не за выслугу лѣтъ, вполне согласуется съ интересами пенсіонирующаго учрежденія и не нарушаетъ прочности службы, что возвратъ всѣхъ собственныхъ взносовъ участнику кассы по востребованію есть такое соблазнительное преимущество, которое можетъ заставить cadaго отказаться отъ всѣхъ тѣхъ выгодъ, которыя можетъ давать участникамъ устройство кассъ на кооперативныхъ началахъ.

По предложенію Пенсіонной Коммиссіи Думы, г. Преображенскій составилъ новый пенсіонный уставъ для служащихъ Городского Общественнаго Управленія, при чемъ уставъ г. Преображенскаго является почти точною копіею нормальнаго устава для земскихъ учреждений. Вся самостоятельная работа г. Преображенскаго по выработкѣ новаго устава сводится къ допущенію нѣкоторыхъ, существенныхъ отступленій отъ нормальнаго устава, которыя всѣ сдѣланы съ нарушеніемъ интересовъ служащихъ: взносы учрежденія уменьшены, тогда какъ по нормальному уставу они должны быть равны взносамъ служащихъ; на вдовьи пенсіи введенъ дополнительный взносъ; на личные счета женъ предположено дѣлать отчисленія изъ личныхъ счетовъ служащихъ, а не изъ общаго пенсіоннаго фонда; инвалидныя пенсіи вовсе отсутствуютъ; обязательства по отношенію къ старослужащимъ, въ противность требованію нормальнаго устава, въ самомъ уставѣ не опредѣлены.

Къ уставу г. Преображенскій не счелъ нужнымъ приложить ни пояснительной записки, ни какихъ либо расчетовъ; даже указанныя выше, столь невыгодныя для служащихъ, отступленія отъ нормальнаго устава ничѣмъ не мотивированы.

Интересно сопоставить главнѣйшія положенія по выдачѣ пенсій Ресницкаго и г. Преображенскаго.

Пенсіи Ресницкаго.	Пенсіи г. Преображенскаго.
1. Взносы на пенсію коллективные, т. е. не подлежат возврату.	1. Взносы на пенсіи индивидуальные, т.е. подлежат выдачѣ (въ половинномъ размѣрѣ) по востребованію.
2. Процентъ отчисленія на пенсіи всего . . . 50%	2. Процентъ отчисленія: на пенсіи личныя . . . 12 ⁰ / ₀ » » вдовьи . . . 6 ⁰ / ₀ » » дополнительные отчисленія . . . 1 ¹ / ₂ ⁰ / ₀ Всего. . . 19 ¹ / ₂ ⁰ / ₀
3. Взносы служащихъ. 40% " города . . . 10%	3. Взносы служащихъ 9 ¹ / ₂ ⁰ / ₀ Взносы города . . . 10 ⁰ / ₀
4. Вкупъ за старослужащихъ 1 милліонъ.	4. Вкупъ за старослужащихъ 5—10 милліоновъ.
5. Вкупъ за счетъ города.	5. Участіе служащихъ во вкупѣ не рѣшено.
6. Размѣръ пенсіи ограниченъ среднимъ жалованьемъ и при всякомъ жалованьи не превышаетъ 2.000 руб.	6. Размѣръ пенсіи не ограниченъ никакою нормою и можетъ въ нѣсколько разъ превышать среднее жалованье.
7. Нормальныя пенсіи: За 30 лѣтъ—полная пенсія—среднее жалованье. За 25 лѣтъ—половина полной пенсіи. Оставляющіе службу ранѣе этого срока безъ особо уважительныхъ причинъ могутъ рассчитывать самое большее на пособіе въ размѣрѣ средняго годоваго оклада, не ранѣе, чѣмъ прослуживши 3 года.	7. Нормальныя пенсіи: Пенсіи возрастаютъ въ зависимости отъ возраста и размѣръ пенсіи измѣняется съ каждымъ годомъ. Въ среднемъ: за 30 лѣтъ—пенсія, равная среднему жалованью; за 25 лѣтъ—пенсія менѣе половины средняго жалованья; за 20 лѣтъ—пенсія около одной трети средняго жалованья; за 15 лѣтъ—пенсія около одной пятой средняго жалованья. За выслугу менѣе 15 лѣтъ—

	единовременная выдача въ раз- мѣрѣ собственныхъ взносовъ на пенсію, что въ среднемъ составляетъ за 15 лѣтъ около годового оклада средняго жа- лованья.
8. Инвалидныя пенсіи. По разстроенному здоровью: За 25 лѣтъ — полная пенсія; » 15—25 лѣтъ — половина пенсіи; за 10—15 лѣтъ — одна треть полной пенсіи;	8. Инвалидныя пенсіи. Нѣтъ.
9. Вдовьи пенсіи. Соотвѣтствуютъ половинѣ пенсіи, которую могъ бы полу- чить мужъ. На каждого мало- лѣтняго одна треть другой по- ловины. Въ общемъ не болѣе полной пенсіи мужа.	9. Вдовьи пенсіи. Какъ личныя пенсіи зави- сятъ отъ возраста, измѣняют- ся съ каждымъ годомъ, отсро- чены выдачею на пять лѣтъ. Въ среднемъ: за 5 лѣтъ менѣе одной деся- той жалованья; за 10 лѣтъ менѣе двухъ де- сятыхъ жалованья; за 20 лѣтъ около одной чет- верти жалованья; за 25 лѣтъ около двухъ тре- тей жалованья; за 30 лѣтъ около половины жалованья, при какихъ бы усло- віяхъ ни послѣдовала смерть служащаго. Право на сиротскія пенсіи открывается черезъ 10 лѣтъ и опредѣляется полупроцентомъ средняго жалованья за каждый годъ службы, на каждого ре- бенка.

Изъ сравненія условій того и другого пенсіонированія видно, что для служащихъ, получающихъ большіе оклады, выше чѣмъ 2.000 руб., пенсіи г. Преображенскаго, если за-
быть о значительной стоимости ихъ, даютъ гораздо больше,
чѣмъ пенсіи Ресницкаго, но для среднихъ окладовъ пенсіи
г. Преображенскаго, не давая ничего, по сравненіи съ пен-

сіями Ресницкаго, надѣвають тяжелое ярмо, почти непосильныхъ для такихъ окладовъ, вычетовъ, и, конечно, нѣтъ ничего легче, какъ утѣшать людей надеждою на лучшее будущее, за счетъ переносимыхъ ими тягостей въ настоящемъ.

Во всякомъ случаѣ, если даже забыть моральную сторону пенсіонированія и стать на чисто практическую почву, не безынтересно знать мотивы, которые могутъ заставить пенсіонирующее учрежденіе, расходующее на пенсіи въ настоящее время 5⁰/₀ съ суммы жалованья, перейти къ такому типу пенсій, который, не увеличивая размѣра пенсій средняго оклада, требуетъ на пенсіи отчисленіе почти въ 20⁰/₀, т. е. въ *четыре раза большее* и, кромѣ того, затраты капитала въ размѣрѣ отъ 5—10 милліоновъ.

Обыкновенно, люди довольны, когда они могутъ сдѣлать сбереженіе въ настоящемъ, но, въ данномъ случаѣ, мы видимъ иное: городъ расходуетъ на пенсіи только 5⁰/₀, а его убѣждаютъ расходовать 20⁰/₀, кромѣ единовременной затраты нѣсколькихъ милліоновъ рублей съ тѣмъ, чтобы, въ теченіе десятка лѣтъ онъ несъ расходы въ 150 тысячъ по ликвидаціи уже назначенныхъ пенсій.

Неужели одного опасенія того, что когда-то, быть можетъ черезъ многіе десятки лѣтъ, придется расходовать на пенсіи эти 20⁰/₀, вмѣсто тѣхъ 5⁰/₀, которые расходуются сейчасъ, достаточно для того, чтобы спѣшить воспользоваться такимъ счастьемъ, какъ увеличеніе расходовъ на пенсіи въ 4 раза?! Мнѣ кажется, что такое счастье никуда не уйдетъ и имъ можно воспользоваться и тогда, когда удѣлъ его станетъ неизбѣжнымъ.

Предусмотрительность—вещь, безспорно, очень хорошая, но она не должна переходить предѣловъ практической необходимости. Г. Преображенскій предлагаетъ предусмотрѣть будущіе расходы на пенсію и отчислять на пенсіи сейчасъ столько, сколько они быть можетъ не потребуютъ и черезъ столѣтіе. Не лучше ли предоставить рѣшеніе вопроса по увеличенію расходовъ на пенсіи тому столѣтію, въ которое оно будетъ вызываться дѣйствительною потребностью и воспользоваться выгодами настоящаго положенія?

Такъ какъ г. Преображенскій не счелъ нужнымъ дать никакой пояснительной записки и никакихъ расчетовъ, которые позволили бы обсудить предлагаемый имъ уставъ по существу, очевидно, считая, что близкое сходство этого устава съ нормальнымъ уставомъ для земскихъ учреждений вполне достаточная и солидная рекомендація, то я счелъ нужнымъ изслѣдовать теоретическія основанія, послужившія для выработки нормальнаго устава.

Насколько мнѣ извѣстно, происхожденіе нормального устава тѣсно связано съ тою теоріею страховыхъ пенсій, которая изложена г. Малешевскимъ въ его сочиненіи: «Теорія и практика пенсіонныхъ кассъ».

Прослѣдивъ внимательно основанія этой теоріи, я пришелъ къ убѣжденію, что г. Малешевскій считаетъ за основное положеніе теоріи пенсіонированія тождество между пенсіями и пожизненными рентами, почему вся теорія пенсіонированія г. Малешевского есть теорія пожизненныхъ рентъ и представляетъ почти дословную передачу «Texte-Book de l'Institut des Actuaire de Londres» съ произвольною, но систематическою подстановкою на мѣсто понятія о пожизненныхъ рентахъ понятія о пенсіяхъ.

Намъ думается, что изъ того, что пенсія можетъ быть обращаема въ пожизненную ренту, слѣдуетъ только то, что при нѣкоторыхъ условіяхъ пенсія равновелика пожизненной рентѣ, но условія образованія пенсій и условія образованія пожизненныхъ рентъ могутъ быть существенно различны; во всякомъ случаѣ, прежде отождествленія пенсій съ пожизненными рентами, не мѣшало бы доказать, что условія образованія тѣхъ и другихъ тождественны.

Конечно, нѣтъ ничего легче, какъ уподобить пенсіи пожизненнымъ рентамъ только потому, что онѣ въ концѣ концовъ обращаются въ эти ренты, такая постановка задачи пенсіонированія избавляетъ отъ какихъ либо специальныхъ изслѣдованій и расчетовъ и позволяетъ взявъ произвольный размѣръ вычета на пенсіи и допустивъ произвольный и наименьшій ростъ этого вычета, при произвольномъ денежномъ ростѣ и произвольномъ учетѣ выгодъ коопераціи, утверждать, что вся та сумма, которая получается, при такомъ произвольномъ учетѣ пенсіонной операціи, на личномъ счетѣ каждаго участника, есть резервъ принадлежащей ему пожизненной ренты, въ формѣ которой, по истеченіи извѣстнаго срока, предполагается выдавать ему пенсію.

Нельзя отрицать, что всякій капиталъ, при достаточномъ числѣ участниковъ, въ среднемъ, одного возраста можетъ давать право на пожизненную ренту, если законъ смертности въ средѣ участниковъ достаточно изслѣдованъ или можетъ предполагаться близкимъ къ закону смертности какой либо другой изслѣдованной среды. Пользуясь этимъ общимъ свойствомъ капитала и имѣя возможность тѣмъ или другимъ способомъ заставить образовывать капиталы, долженствующіе обеспечивать пожизненные ренты, защитники пенсіонно-сберегательныхъ кассъ считаютъ задачу пенсіонированія разрѣшенною и получивъ наибольшій вычетъ со служащихъ и учрежденія, какой только первыя могутъ выносить и на

который вторыя могутъ согласиться, основываютъ пенсіонно-сберегательную кассу.

Нѣчто, но далеко не все, получаемое пенсіонно-сберегательною кассою, распредѣляется по личнымъ счетамъ участниковъ, порядочная доля резервируемыхъ на личныхъ счетахъ отчисленій никогда не попадаетъ тѣмъ, на личныхъ счетахъ которыхъ значится и, затѣмъ, многія суммы умирающихъ на службѣ никогда не распредѣляются подъ тѣмъ предлогомъ, что пожизненные ренты требуютъ учета въ пользу кассы резервовъ умирающихъ пенсіонеровъ, хотя между тѣми и другими нѣтъ ничего общаго, особенно, при допущеніи собственныхъ взносовъ участника на пенсію.

По теоріи г. Малешевского оказывается возможнымъ пенсіонировать за счетъ произвольнаго отчисленія на пенсію, одинаковаго для всѣхъ учрежденій, каковы бы ни были условія, опредѣляющія службу въ этихъ учрежденіяхъ. Слѣдовательно, различіе въ прочности службы, въ начальномъ жалованьѣ, въ ростѣ жалованья съ годами службы, въ размѣрѣ пенсій по отношенію къ среднему жалованью, по мнѣнію защитниковъ нормальнаго устава и пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, не заслуживаютъ вниманія.

Г. Савичъ, въ сочиненіи «Элементарная теорія страхованія жизни и трудоспособности» настолько увѣренъ въ правильности расчетовъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, что находитъ ихъ единственно возможными и излагаетъ, что въ отношеніи дѣйствительнаго состава пенсіонируемыхъ «не только нельзя установить какихъ либо общихъ правилъ, но даже трудно ожидать, чтобы когда нибудь могли быть предложены общія по этому предмету указанія; поэтому самостоятельной теоріи расчетовъ такъ называемыхъ эмеритальныхъ кассъ не можетъ существовать» (стр. 348).

Однако, указанныя мною противорѣчія въ основныхъ положеніяхъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, полное несоотвѣтствіе расходовъ на пенсію, требуемыхъ кассами, съ дѣйствительнымъ расходомъ учрежденій, выдающихъ пенсію въ теченіе достаточно продолжительнаго періода, произвольный размѣръ отчисленія на пенсію одинаковый для всѣхъ учрежденій съ самыми различными условіями службы, заставили меня усумниться въ томъ, что теорія пенсіонно-сберегательныхъ кассъ правильна и, несмотря на неблагопріятное пророчество г. Савича, попытаться найти болѣе общія условія пенсіонированія, которыя позволили бы открыть причину заключающихся въ положеніяхъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ противорѣчій, устранивъ ихъ или показавъ несостоятельность этихъ положеній по существу.

При моемъ изслѣдованіи я пользовался слѣдующими сочиненіями и матеріалами:

1) Texte-Book de l'Institut des Actuaire de Londres par G. King, traduit de l'anglais par A. Bégault. [T. B.].

2) Soulier. Les institutions de retraites des compagnies de chemins de fer. [S.].

3) Poterain-du-Motel. Théorie des assurances sur la vie. [P-d-M.].

4) Малешевскій Б. Θ. Теорія и практика пенсіонныхъ кассъ [М.].

5) Савичъ С. Е. Элементарная теорія страхованія жизни и трудоспособности. [С.].

6) Laurent. Théorie et pratique des assurances sur la vie.

7) Записка Управленія дѣлами желѣзно-дорожнаго пенсіоннаго Комитета, отъ 24 февраля 1903 года, № 9302. [М. П. С.].

8) Статья Pensions communales въ Revue générale d'Administration. Octobre 1902. стр. 238. [R. g. A. 1902—X].

9) Докладъ Пенсіонной Коммиссіи отъ 27 апрѣля 1901 г., № 138. [П. К. 1901].

10) Compagnie des chemins de fer de l'Ouest. Travaux statistiques et calculs nécessaires pour chiffrer les charges annuelles destinées à assurer le service normal des retraites.—25 décembre 1894.

11) Отчеты пенсіонно-сберегательной кассы русскихъ казенныхъ желѣзныхъ дорогъ съ 1895—1900 г.

(Въ скобкахъ [] при каждомъ сочиненіи указаны тѣ сокращенныя обозначенія, которыми мы пользовались въ текстѣ нашей работы, при ссылкахъ на эти сочиненія).

Въ самомъ Texte-Book, хотя въ этомъ сочиненіи излагается, почти исключительно, теорія страхованія жизни, я все же нашелъ нѣсколько страницъ, относящихся къ пенсіонированію и заключающихъ въ себѣ идею пенсіонированія. Какъ ни странно, г. Малешевскій, пользовавшійся, при изложеніи своей теоріи пенсій, главнымъ образомъ, теоріею страхованія въ томъ видѣ, какъ она изложена въ Texte-Book, на эти немногія страницы, посвященныя въ Texte-Book вопросу о пенсіяхъ, не обратилъ, повидимому, никакого вниманія, тогда какъ онѣ, именно, и могли бы послужить для построенія специальной теоріи пенсіонированія, и не позволили бы столь поспѣшно рѣшить вопросъ о пенсіяхъ путемъ простого отождествленія пожизненныхъ рентъ съ пенсіями, какъ сдѣлалъ г. Малешевскій.

Затѣмъ, у Soulier я встрѣтилъ систематическое изложеніе теоріи пенсіонно-сберегательныхъ кассъ. Основное поло-

женіе Soulier то же, что и г. Малешевскаго, но выводы Soulier отличаются большею опредѣленностью, а изложеніе— большею законченностью.

Въ ясномъ изложеніи Soulier ошибочность нѣкоторыхъ положеній пенсіонно-сберегательныхъ кассъ усматривается легче, чѣмъ въ произвольныхъ, ни къ чему почти необязывающихъ построеніяхъ г. Малешевскаго, который избѣгаетъ дѣлать какія-либо обобщенія и вездѣ стремится ограничиться указаніемъ разныхъ практическихъ пріемовъ для вычисленія пожизненныхъ рентъ съ различною, подѣ часъ астрономическою, точностью. Soulier даетъ формулу для вычисленія процента отчисленія на пенсіи въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ, тогда какъ г. Малешевскій избѣгаетъ формулировать свои расчеты въ этомъ отношеніи. Затѣмъ, Soulier выводитъ уравненіе, связывающее процентъ отчисленія на пенсіи, капиталъ кассы съ текущими расходами по ликвидаціи пенсіи, при установившемся составѣ пенсіонеровъ.

Главнѣйшая ошибка въ расчетахъ Soulier, а, слѣдовательно, и въ теоріи всѣхъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, заключается въ допущеніи зачисленія всѣхъ отчисленій на пенсіи въ пенсіонный фондъ, что на практикѣ пенсіонно-сберегательныя кассы осуществляютъ при помощи учета этихъ отчисленій на личныхъ счетахъ; благодаря такой поставкѣ дѣла пенсіонированія, весь періодъ, на который отсрочена выдача пенсій, т. е., на весь періодъ до вывода служащихъ на пенсію, остается фактически безъ учета, и размѣръ потребнаго на пенсіи отчисленія преувеличенъ.

Усмотрѣвъ столь важную ошибку въ учетѣ процента отчисленія на пенсіи, я рѣшилъ изслѣдовать вопросъ на иныхъ началахъ, чѣмъ тѣ, которыя приняты пенсіонно-сберегательными кассами; поэтому, я, прежде всего отвергъ основное положеніе пенсіонно-сберегательныхъ кассъ о тождествѣ пенсіи и пожизненныхъ рентъ, а взамѣнъ этого допустилъ только аналогію между пенсіями и страховымъ капиталомъ, положивъ, что пенсія также связана съ вѣроятностью оставленія службы, какъ страховой капиталъ съ вѣроятностью смерти.

Какъ извѣстно изъ теоріи страхованія жизни, между страховымъ капиталомъ и пожизненными рентами существуетъ тѣсная связь, въ силу которой пожизненная рента конвертируется въ страховой капиталъ и самая теорія страхованія жизни заключается въ изученіи условій, при которыхъ возможна такая конверсія. Мало того, внимательное изученіе сущности этой теоріи показываетъ, что страховой капиталъ и пожизненная рента есть понятія сопряженныя, имѣющія практическій смыслъ только во взаимной связи и по отно-

шенію къ опредѣленной средѣ, подобно полюсу и полярѣ по отношенію опредѣленной кривой. Только тогда, когда дана опредѣленная кривая и дана или точка, или прямая, можно говорить о полярѣ или полюсѣ этой именно точки или этой именно прямой, такъ только для данной среды, съ достаточно изученною смертною, можно говорить о страховомъ капиталѣ за счетъ данной пожизненной ренты и обратно; сами же по себѣ, безъ связи съ страховыми капиталами, пожизненные ренты—пустой звукъ, какъ пустой звукъ слово «полюсъ», если не указана связь этого полюса съ опредѣленною полярною посредствомъ опредѣленной кривой.

На интимность связи между страховымъ капиталомъ и пожизненными рентами Texte-Book указываетъ очень настойчиво и опредѣленно. Это заставляетъ думать, что правильность отдѣленія пожизненныхъ рентъ отъ страховыхъ капиталовъ, и возможность уравниванія рентъ не капиталами, а рентами же, весьма сомнительная операція и, по всей вѣроятности, очень неустойчивая, а финансовая неустойчивость практически связана или съ рискомъ; или должна дорого оплачиваться.

Пенсіонно-сберегательныя кассы пытаются уравновѣсить временными рентами пожизненные ренты, и мое изслѣдованіе показало, что такое неустойчивое равновѣсіе должно быть дорого оплачено: во-первыхъ, вкупомъ за старослужащихъ, безъ котораго это равновѣсіе вовсе не возможно, а, во вторыхъ, повышеніемъ отчисленія для образованія запаснаго капитала, поддерживающаго высоту первоначальнаго вкупа на необходимомъ, для этого неустойчиваго равновѣсія, уровнѣ. Слѣдовательно, основной принципъ страхованія требующій установленія равновѣсія между капиталами и пожизненными рентами, будучи нарушенъ неправильнымъ допущеніемъ равновѣсія между временными рентами и пожизненными рентами, возстановляется внесеніемъ вкупа и образованіемъ запаснаго капитала; при чемъ мое изслѣдованіе показало, что этотъ обходный путь, требующій на каждомъ шагу подпорки, стоитъ дороже, чѣмъ прямой путь вкупа на пенсію cadaго вновь вступающаго, а, главное, затраты не окупаются, и пенсіонированіе, основанное на уравненіи временныхъ рентъ пожизненными, всегда болѣе или менѣе рискованно и никогда не представляетъ вполне безобидной операціи.

Замѣтивъ связь между страховымъ капиталомъ и пожизненными рентами, я, естественно, попытался найти связь между пенсіями, выдаваемыми въ случаѣ оставленія службы, и жалованьемъ, получаемымъ въ теченіе службы. Оказалось, что между пенсіями и жалованьемъ связь столь же интимна, сколь интимна связь между страховымъ капиталомъ и пожиз-

ненными рентами. Формулируя эту связь по отношенію къ составу служащихъ данной прочности службы, я опредѣлилъ условія правильнаго пенсіонированія, на столь же устойчивыхъ началахъ, какъ начала страхованія жизни, назвавъ самый способъ такого пенсіонированія эмеритальнымъ.

По установленіи одного типа правильнаго пенсіонированія мнѣ было уже не такъ трудно, сдѣлавъ надлежащія обобщенія, вывести условія всѣхъ возможныхъ способовъ пенсіонированія, правильныхъ и неправильныхъ, изъ немногихъ положеній путемъ чисто аналитическимъ. Оказалось, что способъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ получается, какъ частный случай пенсіонированія по способу тонтинъ и, притомъ, по способу неправильной тонтинъ, недостаточно уравновѣшанной и связанной съ требованіемъ значительнаго дополнительнаго отчисленія, для образованія запаснаго капитала, ненужнаго при правильной постановкѣ пенсій.

Мои изслѣдованія показали, что всякій способъ пенсіонированія связанъ съ вполне опредѣленнымъ процентомъ отчисленія на пенсіи, что процентъ отчисленія тѣмъ больше, чѣмъ позднѣе начинаются отчисленія на покрытие расходовъ по пенсіонированію даннаго состава; но текущее покрытие расходовъ на пенсіи вполне возможно, и всякое предварительное отчисленіе на покрытие этихъ расходовъ есть не что иное, какъ простой учетъ будущихъ обязательствъ, дѣлающій расходъ на пенсіи болѣе равномернымъ, но отнюдь не удешевляющій ихъ абсолютной стоимости. Наконецъ, расходы на пенсіи, даже при покрытіи ихъ текущимъ образомъ, безъ образованія какихъ либо капиталовъ, есть величина, имѣющая, для состава данной прочности службы, опредѣленный максимумъ, который достигаетъ величины опредѣленнаго абсолютнаго максимума, при абсолютной прочности службы и отсутствіи денежнаго роста.

Максимумъ максимума отчисленій на пенсіи, при абсолютной прочности службы и отсутствіи денежнаго роста, равенъ 56⁰/₀; если же денежный ростъ не менѣе 4⁰/₀, то онъ падаетъ до 16⁰/₀, при абсолютной прочности службы, безъ образованія какихъ либо капиталовъ. Образованіе одного пенсіоннаго капитала, т. е., отчисленіе пенсіи въ полномъ размѣрѣ ихъ капитальной стоимости, при самомъ выводѣ служащихъ на пенсію, при абсолютной прочности службы, понижаетъ процентъ отчисленія до 12⁰/₀. Образованіе двухъ пенсіонныхъ капиталовъ, т. е., образованіе пенсій путемъ немедленнаго отчисленія на каждаго вновь вступающаго на службу, при абсолютной же прочности службы, еще болѣе понижаетъ процентъ отчисленія на пенсіи до 4⁰/₀, но уже требуетъ вкупѣ за старослужащихъ.

Указанные выше проценты отчисления предполагают пенсионирование начиная со 2-го года службы; всякое уменьшение числа пенсионлируемых сроков, при всяком способе пенсионирования понижает процент отчисления на пенсии.

Пенсионно-сберегательныя кассы, образующія два капитала, т. е. начинающія отчисления на пенсии съ момента поступления каждаго участника кассы на службу и начинающія выдачу пенсии только съ 15-го года службы, требующія вкупѣ за старослужащихъ, предполагающія въ своихъ расчетахъ абсолютную прочность службы, должны были бы довольствоваться отчисленіемъ на пенсии, не превышающимъ 30%, считая въ томъ числѣ и стоимость вдовьихъ и сиротскихъ пенсій; между тѣмъ какъ г. Преображенскій, въ предлагаемомъ имъ проектѣ новаго устава для служащихъ Московскаго Городскаго Управленія, считаетъ необходимымъ на покрытіе расходовъ по пенсионированію отчисления изъ жалованья въ 19½%, то есть въ шесть разъ больше.

Это преувеличенное въ шесть разъ отчисленіе есть плата за допущеніе смѣшенія задачи пенсионирования, требующаго коллективнаго отчисления, съ задачей сбереженія, основаннаго на добровольныхъ индивидуальныхъ взносахъ. Поэтому былъ правъ Ресницкій, который счелъ необходимымъ ввести на пенсии безвозвратные взносы, а не индивидуальные. Такое преувеличеніе расходовъ на пенсию имѣетъ за себя тѣмъ менѣе основаній, что самое различіе между собственными взносами служащихъ на пенсию и взносами на пенсию учрежденія, по существу, фиктивное, не стоящее тѣхъ жертвъ, которыя требуется приносить ради поддержанія этого безцѣльнаго и для дѣла пенсионирования вреднаго различія, связаннаго къ тому же съ значительнымъ и также безцѣльнымъ рискомъ по выдачѣ пенсій въ нѣсколько разъ превышающихъ жалованье, правда, за службу очень продолжительную, но практически осуществимую.

При изложеніи моего изслѣдованія различныхъ условій пенсионирования, я, не желая входить въ подробности, ограничился сообщеніемъ только тѣхъ главнѣйшихъ результатовъ, къ которымъ я пришелъ, пользуясь различными методами изслѣдованія. Подробно изложенъ мною въ главахъ IV и V только одинъ методъ изслѣдованія—аналитическій, а всѣмъ остальнымъ методамъ данъ краткій обзоръ въ главѣ III. Наконецъ, глава VI посвящена спеціально изслѣдованію того способа пенсионирования, на которомъ, по предложенію г. Преображенскаго, остановила свой выборъ Пенсионная Коммиссія Думы. Полную несостоятельность и необоснованность пенсионирования по этому способу—пенсионно сберегатель-

ныхъ кассъ, я желалъ выяснитъ возможно подробнѣе, указавъ всѣ тѣ противорѣчія, которыя заключаются въ основныхъ положеніяхъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ.

Въ общемъ я пришелъ къ заключенію, что правильное пенсіонированіе, какъ безобидная финансовая операція, должно вестись отъ начала до конца на кооперативныхъ началахъ и только при такомъ условіи стоимость пенсіонированія будетъ наименьшая.

Пенсіонно-сберегательныя кассы считаютъ возможнымъ допустить кооперацію съ момента вывода на пенсію, но не считаютъ нужнымъ устанавливать кооперативныхъ взносовъ на пенсіи въ періодъ службы, индивидуализируя эти взносы при посредствѣ учета ихъ на личныхъ счетахъ, вслѣдствіе чего стоимость пенсіи повышается въ нѣсколько разъ (не менѣе, чѣмъ четыре раза, при условіяхъ службы Московскаго Городскаго Управленія). Такое рѣшеніе задачи пенсіонированія выгодно для пенсіонныхъ кассъ, позволяя требовать на пенсіи больше того, что они могутъ стоить и вслѣдствіе того, вмѣсто правильныхъ и точныхъ расчетовъ, предусматривающихъ выдачу опредѣленныхъ пенсій, за счетъ опредѣленнаго наименьшаго отчисленія на пенсіи, производить учетъ пенсіи грубымъ пріемомъ вычисленія каждой пенсіи въ отдѣльности, въ теченіе десятковъ лѣтъ, за счетъ произвольнаго отчисленія на пенсіи въ наибольшемъ размѣрѣ, и съ произвольнымъ, но неполнымъ распредѣленіемъ всѣхъ отчисленій между наличнымъ числомъ участниковъ. Пенсіонирующія учрежденія прельщаются, при этомъ способѣ пенсіонированія, призрачною возможностью переложить половину потребныхъ отчисленій на пенсіи на самихъ служащихъ, и возможностью пользоваться довольно значительнымъ капиталомъ кассы для своихъ нуждъ. Но что особенно подкупаетъ въ пользу пенсіонно-сберегательныхъ кассъ всякое учрежденіе, легко относящееся къ своимъ прошлымъ обязательствамъ, это возможность, на законномъ основаніи, ликвидировать свои обязательства по отношенію къ старослужащимъ и оказаться, несмотря на цѣлый штатъ, напимѣръ, въ нѣсколько тысячъ старослужащихъ, съ правами никому неповиннаго, новорожденнаго учрежденія.

Если мнѣ удалось разсѣять тотъ туманъ фиктивнаго страхованія, которымъ окутываютъ всѣ свои операціи пенсіонно-сберегательныя кассы, и показать, что въ этомъ страховомъ туманѣ скрыта простая копилка самаго примитивнаго устройства и, къ тому же, не особенно прочная, я могу считать свою задачу исполненною и свой трудъ не напрасно затраченнымъ. Если же доводы мои не будутъ сочтены

достаточно убѣдительными, я увѣренъ, что будущее, давъ нѣсколько примѣровъ банкротства пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, покажетъ наглядно ихъ несостоятельность и подтвердитъ мою теорію, потому что, исходя изъ противорѣчивыхъ положеній нельзя построить математически правильный расчетъ.

А. П. Рудановскій.

Москва. Апрель 30 дня 1904 года.

С О Д Е Р Ж А Н І Е

1. Опредѣленіе пенсій.

	Стр.
§ 1. Пенсія, какъ награда за выслугу лѣтъ	1
§ 2. Обязательная связь пенсій съ выслугою лѣтъ, какъ гарантія прочности службы	3
§ 3. Необходимость образованія пенсій коллективными (безвозвратными) взносами	5
§ 4. Независимость пенсій отъ начального возраста.	7
§ 5. Возможность обращенія пенсій въ пожизненныя ренты	9
§ 6. Причина предпочтенія ежегодныхъ пенсій единовременнымъ, хотя послѣднія и дешевле	10
§ 7. Установленіе предѣла для пенсій, какъ гарантія противъ риска, связаннаго съ пенсіонированіемъ пожизненными рентами	13
§ 8. Среднее жалованье, какъ наибольшій размѣръ пенсіи	15
§ 9. Безусловная связь періода пенсіонирования съ опредѣленною таблицею смертности и только возможная связь съ такою таблицею періода образованія резервовъ	—
§ 10. Опредѣленіе пенсій	16

II. Задача пенсіонированія.

§ 1. Постоянство процента отчисленія на пенсіи, какъ наиболѣе важное условіе пенсіонированія.	17
§ 2. Неправильность отождествленія пенсій съ пожизненными рентами.	18
§ 3. Аналогія пенсій со страховымъ капиталомъ	—
§ 4. Связь роста жалованья съ денежнымъ ростомъ	—
§ 5. Постоянство процента отчисленія должно вытекать изъ условій пенсіонированія.	19
§ 6. Произвольное установленіе процента отчисленія неправильно	—
§ 7. Элементарные расчеты процента отчисленія на пенсіи	—
§ 8. Расчетъ Ресницкаго.	21
§ 9. Отсутствіе научно-обоснованной теоріи пенсіонированія.	22
§ 10. Неосновательность возраженій противъ метода среднихъ величинъ	23
§ 11. Распредѣленіе отчисленій по личнымъ счетамъ, какъ признакъ теоретической необоснованности операцій пенсіонныхъ кассъ	24

III. Методы рѣшенія задачи пенсіонированія.

	Стр.
§ 1. Идея метода пенсіонированія и главные моменты пенсіонированія	26
§ 2. Два періода пенсіонированія.	27
§ 3. Спеціальныя пенсіонныя ренты	—
§ 4. Распредѣленіе отчисленій на пенсіи, какъ методъ рѣшенія задачи пенсіонированія	29
§ 5. Равенство между вкупомъ за старослужащихъ и капиталомъ кассы.	—
§ 6. Дополнительное отчисленіе на досрочныя пенсіи	—
§ 7. Невозможность распредѣленія отчисленій на пенсіи безъ связи съ прочностью службы.	30
§ 8. Образованіе пенсіонныхъ капиталовъ возможно, но не необходимо	31
§ 9. Основное тождество пенсіонированія.	—
§ 10. Одно распредѣленіе не даетъ гарантіи безобидности пенсіонной операціи	—
§ 11. Коллективное начало въ пенсіяхъ.	32
§ 12. Установленіе опредѣленнаго срока для завершенія пенсіонной операціи	—
§ 13. Аналогія между пенсіею и страховымъ капиталомъ	33
§ 14. Коренное различіе между штатомъ служащихъ и общимъ числомъ доживающихъ.	—
§ 15. Методъ страхованія жизни въ примѣненіи къ пенсіонированію	34
§ 16. Законъ возрастанія средняго жалованья въ геометрической прогрессіи и значеніе его въ теоріи пенсіонированія	35
§ 17. Различіе между преміею пенсіонированія и процентомъ отчисленія изъ жалованья на пенсіи	36
§ 18. Эмеритальное пенсіонированіе, не требующее вкупа старослужащихъ.	37
§ 19. Связь между эмеритальными и страховыми пенсіями	—
§ 20. Дополнительное условіе обращенія пенсіи въ пожизненныя ренты.	38
§ 21. Значеніе характеризующихъ пенсіонированіе тождествъ	39
§ 22. Аналогія пенсіонныхъ тождествъ съ комплектами величинами.	—
§ 23. Пенсіонныя тождества, какъ выраженія спеціальныхъ пенсіонныхъ рентъ.	49
§ 24. Стаціонарныя пенсіи	41
§ 25. Аналитическій методъ рѣшенія задачи пенсіонированія.	41
§ 26. Главныя типы пенсій, ихъ отличія и взаимныя преимущества.	42
§ 27. Стаціонарныя пенсіи, какъ связанныя съ наименьшимъ рискомъ	44
§ 28. Общая характеристика предлагаемаго метода рѣшенія задачи пенсіонированія	64

IV. Основныя положенія теоріи пенсіонированія.

	Стр.
§ 1. Формула, опредѣляющая средній возрастъ . . .	47
§ 2. Прочность службы и соотношенія, опредѣляющія ее	48
§ 3. Общее выраженіе отчисленія на пенсіи	51
§ 4. Формулы, опредѣляющія начальный взносъ на пенсіи	—
§ 5. Основное тождество пенсіонированія	52
§ 6. Тождество, характеризующее періодъ образованія пенсій, въ связи съ вѣроятностью дожитія въ этомъ періодѣ	53
§ 7. Тождество, характеризующее періодъ образованія пенсій, независимо отъ вѣроятности дожитія въ этомъ періодѣ	55
§ 8. Тождество, характеризующее періодъ ликвидаціи пенсій, всегда зависящій отъ вѣроятности дожитія въ этомъ періодѣ	57
§ 9. Значеніе тождествъ, характеризующихъ періоды пенсіонированія	58
§ 10. Опредѣленіе расходовъ по пенсіонированію въ каждомъ періодѣ, на основаніи характеризующаго періодъ тождества	59
§ 11. Уравненіе тождествъ различныхъ періодовъ при посредствѣ произвольныхъ множителей	61
§ 12. Условіе, опредѣляющее стаціонарныя пенсіи. .	62
§ 13. Условіе, опредѣляющее эмеритальныя пенсіи. .	63
§ 14. Условіе, опредѣляющее пенсіи-тонтини	—
§ 15. Выводъ процента отчисленія изъ жалованья на пенсіи досрочныя.	66
§ 16. Выводъ процента отчисленія изъ жалованья на пенсіи всѣхъ или нѣсколькихъ сроковъ службы. .	67
§ 17. Взаимная связь между пенсіями и прочностью службы.	68
§ 18. Процентъ отчисленія изъ жалованья на пенсіи имѣетъ предѣлъ	70
§ 19. Зависимость пенсій отъ прочности службы есть достаточное условіе для того, чтобы процентъ отчисленія на пенсіи стремился къ опредѣленному предѣлу	71
§ 20. Приложеніе метода среднихъ величинъ къ опредѣленію процента отчисленія изъ жалованья на пенсіи	72
§ 21. Процентъ отчисленія изъ жалованья на пенсіи всѣхъ сроковъ службы въ функціи процента отчисленія на пенсіи одного предѣльнаго срока службы.	74
§ 22. Выращеніе полной пенсіи въ среднемъ жалованьи. .	75
§ 23. Расходы на пенсіи отчасти или полностью возмѣщаются сокращеніемъ расходовъ на жалованье. .	76
§ 24. Пенсіи вдовъ и сиротскія въ теченіе первыхъ лѣтъ службы до выслуги личной пенсіи	78
§ 25. Инвалидныя пенсіи	80
§ 26. Общее выраженіе вкупна за старослужащихъ. .	82

	Стр.
§ 27. Условіе, при которомъ уравниваются различія въ способахъ пенсіонированія	84
§ 28. Выборъ способа пенсіонированія для различныхъ учреждений	86

VI. Вычисленіе размѣра и стоимости пенсій разнаго типа.

§ 1. Вычисленіе процента отчисленія на пенсіи по формулѣ, въ которой пенсіи различныхъ сроковъ службы не связаны между собою никакимъ опредѣленнымъ соотношеніемъ.	88
§ 2. Вычисленіе процента отчисленія на пенсіи по формулѣ, въ которомъ рядъ пенсій за различные сроки службы замѣненъ средней пенсіею	93
§ 3. Вычисленіе процента отчисленія на пенсіи по формулѣ, въ которой пенсіи различныхъ сроковъ связаны опредѣленнымъ соотношеніемъ	97
§ 4. Инвалидныя пенсіи	105
§ 5. Вычисленіе процента отчисленія на вдовьи пенсіи для первыхъ сроковъ службы.	108
§ 6. Условія службы и пенсіонированія Московскаго Городскаго Управленія	110

VI. Пенсіонно-сберегательныя кассы.

А) Теорія.

§ 1. Тонтина съ запаснымъ капиталомъ, которою пользуются пенсіонно-сберегательныя кассы.	120
§ 2. Тонтина съ запаснымъ капиталомъ, при абсолютной прочности службы.	122
§ 3. Пенсіонно-сберегательныя кассы не считаются со всѣми условіями пенсіонированія	123
§ 4. Ошибочность разсужденій Soulier.	124
§ 5. Ошибочность разсужденія г. Малешевского и г. Савича	125
§ 6. Собственные взносы до востребованія могутъ имѣть только денежный ростъ.	128
§ 7. Коллективный взносъ учрежденія есть вкупъ за вновь вступающихъ.	129
§ 8. Убытокъ отъ преувеличенной оцѣнки собственныхъ взносовъ покрывается пенсіонно-сберегательными кассами прибылью отъ неправильной оцѣнки коллективнаго взноса учрежденія	132
§ 9. Отношеніе между пенсіями различныхъ сроковъ службы.	133
§ 10. Условія, которому должны удовлетворять отношенія между пенсіями различныхъ сроковъ службы	134
§ 11. Неограниченный размѣръ пенсій пенсіонно-сберегательныхъ кассъ.	139
§ 12. Опредѣленіе величины вкупа	140
§ 13. Пенсіонированіе посредствомъ единовременнаго вкупа при какой-либо прочности службы и связь его съ эмеритальнымъ способомъ пенсіонированія.	143

	Стр.
§ 14. Процентъ отчисленія на пенсіи въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ, при измѣненіи жалованья съ годами службы	146
§ 15. Различіе между премією пенсіонированія и процентомъ отчисленія на пенсіи	147
§ 16. Отожествленіе преміи пенсіонированія съ процентомъ отчисленія на пенсіи въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ	148
§ 17. Стоимость пенсій за счетъ однихъ собственныхъ взносовъ, при прогрессивномъ ростѣ жалованья съ годами службы.	149
§ 18. Преимущество коллективныхъ (безвозвратныхъ взносовъ) передъ собственными взносами, при пенсіонированіи	151
§ 19. Вліяніе прочности службы и отсроченности пенсіи, при ростѣ жалованья съ годами службы.	152
§ 20. Вліяніе роста жалованья на отношеніе пенсій и величину вкупа за сторослужащихъ.	154
§ 21. Простѣйшій способъ пенсіонированія на началахъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ.	158
§ 22. Пенсіи Ресницкаго не противорѣчатъ основнымъ положеніямъ правильнаго пенсіонированія	162
§ 23. Неосновательность возраженій противъ пенсій Ресницкаго	163
§ 24. Практическая несостоятельность пенсіонно-сберегательныхъ кассъ.	164
§ 25. Противорѣчіе въ основныхъ положеніяхъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ	165
§ 26. Два предѣла—высшій и низшій, для средняго значенія пожизненныхъ рентъ.	168
§ 27. Процентъ отчисленія на пенсіи связанъ съ высшимъ, а не низшимъ среднимъ значеніемъ пожизненной ренты.	170
Б. Вычисленія.	
§ 28. Вычисленіе процента отчисленія въ тонтинѣ съ запаснымъ капиталомъ.	171
§ 29. Опредѣленіе отношеній между пенсіями различныхъ сроковъ службы	172
§ 30. Величина вкупа	174
§ 31. Условіе, при которомъ тонтинна пенсіонно-сберегательныхъ кассъ не даетъ излишнихъ для цѣлей пенсіонированія запасныхъ средствъ.	175
§ 32. Величина процента отчисленія на пенсіи при коллективныхъ (безвозвратныхъ) взносахъ	177
§ 33. Сравненіе стоимости пенсій въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ со стоимостью пенсій за счетъ коллективныхъ взносовъ	180
§ 34. Пенсіи за счетъ собственныхъ взносовъ	181
§ 35. Вліяніе роста жалованья	184
§ 36. Общій подсчетъ стоимости пенсій при пенсіонированіи по способу пенсіонно-сберегательныхъ кассъ	186
§ 37. Вычисленіе пенсіи при простѣйшемъ способѣ пенсіонированія по способу пенсіонно-сберегательныхъ кассъ	190

§ 38. Общая характеристика пенсионно-сберегательных кассъ	Стр. 192
---	----------

ПРИЛОЖЕНИЯ.

I. Таблицы для вычисления процента отчисления на пенсїи и самых пенсїй.	201
Таблица № 1. Учетные множители, зависящіе отъ денежнаго роста.	
Таблица № 2. Величины, связанныя съ вѣроятностью дожитія.	
Таблица № 3. Прочность службы на русскихъ желѣзныхъ дорогахъ.	
Таблица № 4. Прочность службы на французской желѣзной дорогѣ.	
Таблица № 5. Для вычисления пенсїй разнаго типа, при заданїи пенсїй на каждый срокъ службы.	
Таблица № 6. Процентъ отчисления на пенсїи и отношенія между пенсїями различныхъ сроковъ службы.	
Таблица № 7. Для опредѣленія средняго возраста всѣхъ служащихъ.	
Таблица № 8. Для вычисления величины средняго жалованья.	
Таблица № 9. Для опредѣленія процента отчисления на вдовьи пенсїи.	
Таблица № 10. Величины, опредѣляющія составъ служащихъ Московскаго Городскаго Управленія	
Таблица № 11. Для опредѣленія вкупа за старо-служащихъ.	
II. Поясненія къ таблицамъ	215

Замѣченныя опечатки.

Стр.	Строка.	Напечатано:	Должно быть:
24	13—сн.	по недостатку	по недостаточности
31	3—сн.	$+v^n \sum_0^{n-1} (1+i)^m$	$+iv^n \sum_0^{n-1} (1+i)^m$
39	16—св.	$\sum_0^n (1+i)^m$	$\sum_0^{n-1} (1+i)^m$
46	17—сн.	$+v^n \sum_0^{n-1} (1+i)^m$	$+iv^n \sum_0^{n-1} (1+i)^m$
48	4—сн.	$=l$	$=l_x$

Стр.	Строка.	Напечатано:	Должно быть:
50	11—св.	$\sum_0^n l_{a+m}$	$\sum_0^n l_{x+m}$
52	1—сн.	$(1+i)^{n+1}$	$(1+i)^{n+1}$
54	5—сн.	K'_n	K'_n
60	1—сн.	$\beta_{(n)}$	$\beta_0(n)$
97	21—св.	r^n	v^n
97	4—сн.	IV—§ 1	IV—§ 2.
107	24—св.	спорой	спорной
112	21—сн.	того	всего
136	14—сн.	$\leq$	$\geq$
150	1—сн.	$=_n p_+$	$=_n p_x$

ИЗСЛѢДОВАНІЕ

РАЗЛИЧНЫХЪ

УСЛОВІЙ ПЕНСІОНІРОВАНІЯ.

І. Опредѣленіе пенсій.

§ 1. Пенсія, какъ награда за выслугу лѣтъ. Важно съ самаго начала составить правильное понятіе о пенсіяхъ, для чего надлежитъ найти вѣрную руководящую идею, слѣдуя которой возможно было бы придти къ правильному рѣшенію задачи пенсіонированія.

Идея пенсій заключается въ сознаніи обязательства обезпечивать существованіе трудящагся человѣка или его семьи, когда онъ теряетъ способность къ труду, вслѣдствіе случайныхъ причинъ, разстраивающихъ его здоровье, преклоннаго возраста, или умираетъ. Учрежденіе, сознающее это обязательство по отношенію къ тѣмъ, трудомъ которыхъ направляется, создается и поддерживается его дѣятельность, не совершаетъ никакого подвига или благодѣянія, какъ думала Пенсіонная Коммиссія Городской Думы 1895 г., высказавшая въ своемъ докладѣ № 60, отъ 26 апрѣля 1895 г., такое убѣжденіе: «участіе въ фондѣ самихъ служащихъ лишаетъ пенсіонное дѣло нежелательнаго благотворительнаго характера». Напротивъ, съ большимъ основаніемъ можно утверждать, что только тѣ учрежденія можно считать вполне и устойчиво сложившимися, которыя сознаютъ важность заботы о существованіи самомалѣйшихъ частицъ, а тѣмъ болѣе отдѣльныхъ органовъ, входящихъ въ составъ ихъ организациі.

Для обезпеченія всякой организациі необходима забота о томъ, что бы образующіе ее элементы были прочны, крѣпки, надежны во всѣхъ отношеніяхъ, чтобы они не расползались въ разныя стороны отъ внѣшнихъ вліяній, чтобы они были привязаны къ организму прочными и естественными узами. Но отдѣльные люди, работающіе въ какомъ-либо учрежденіи и дающіе ему жизнь, въ свою очередь есть живыя существа, которымъ прежде всего свойственно чувство самосохраненія, а потому то учрежденіе, которое желаетъ достичь въ своемъ личномъ составѣ необходимой для дѣла прочности, должно прежде всего помочь отдѣльнымъ лицамъ въ ихъ борьбѣ за существованіе, дать имъ гарантію того, что, посвятивъ себя дѣлу этого учрежденія, хотя бы всецѣло, они могутъ рассчитывать на то, что учрежденіе, оцѣнитъ ихъ трудъ, по крайней мѣрѣ, въ его коллективной производительности.

сти и придетъ имъ на помощь во всѣхъ случаяхъ, когда имъ или ихъ семьямъ грозитъ нужда.

Когда человѣку, способному къ труду, и его семья можетъ грозить нужда? Конечно, только тогда, когда онъ лично теряетъ способность къ труду или когда онъ преждевременно умираетъ. Но это случаи исключительные, а, вообще тотъ, кто умѣетъ и можетъ трудиться, не нуждается въ помощи, тогда какъ всякое учрежденіе нуждается въ личномъ трудѣ постоянно и безъ него оно не можетъ существовать. Естественно, что за постоянное пользованіе личнымъ трудомъ смертныхъ людей, относительно вѣчное учрежденіе должно оказывать помощь этимъ людямъ, въ благодарность за свое существованіе.

Слагая съ отдѣльныхъ лицъ заботу объ обезпеченіи ихъ семей и ихъ самихъ на случай потери трудоспособности,—заботу, которая, вообще говоря, не подъ силу отдѣльнымъ работникамъ, всякое учрежденіе пріобрѣтаетъ способныхъ, сживающихся съ дѣломъ, а потому, и дорожащихъ имъ работниковъ, пріобрѣтаетъ прочную организацію, уменьшаетъ побудительныя причины къ перемѣнѣ мѣста, въ поискахъ лучше оплачиваемаго труда, удерживаетъ на службѣ честныхъ людей, даже воспитываетъ въ нихъ честность; словомъ, такимъ путемъ, обезпечиваетъ свое дальнѣйшее правильное развитіе, будущность и лучше достигаетъ осуществленія своихъ цѣлей.

Мало того, такая забота даже въ матеріальномъ отношеніи окупается: штатъ способныхъ, преданныхъ дѣлу, честныхъ работниковъ можетъ быть гораздо меньше непрочныхъ, часто смѣняющихся лицъ, а потому *на жалованіи всякое учрежденіе, правильно поставившее задачу пенсіонированія, выгадываетъ гораздо больше того, что оно можетъ потерять на выдачу пенсій*, не говоря уже того, что отсутствіе настойчивой заботы о будущемъ, особенно о будущемъ семьи, содѣйствуетъ сохраненію здоровья работниковъ, а потому позволяетъ имъ дольше сохранять способность къ труду. Поэтому нельзя раздѣлять и слѣдующаго взгляда той же Коммиссіи, который она проводитъ на страницѣ 12 своего доклада, признавая неотяготительность для служащихъ вычета на пенсію въ размѣрѣ 4% и допуская, что для города отчисленіе на пенсіи, превосходящее 1%, было бы уже тягостно.

Указанная идея пенсій приводитъ необходимо къ утвержденію, что *пенсія есть только коллективная награда за трудъ всему данному составу служащихъ*, отрицать важность и цѣлесообразность труда которыхъ можно по отношенію къ отдѣльнымъ работникамъ, но нельзя не признать за всѣмъ составомъ ихъ. Мы особенно подчеркиваемъ коллективность пенсій въ противоположность индивидуальному вознагражденію за трудъ, какое представляетъ изъ себя жалованье.

Какъ жалованье получаетъ всякій работникъ, пока онъ сохраняетъ способность къ труду, такъ пенсія платится всему составу работниковъ, постоянно сохраняющему способность къ труду, для распредѣленія ея между отдѣльными участниками этого труда, выбывающими

изъ рабочаго строя по такимъ же независимымъ и случайнымъ причинамъ, по какимъ выбываютъ изъ строя солдаты на войнѣ.

§ 2. Обязательная связь пенсій, съ выслугою лѣтъ, какъ гарантія прочности службы. Способъ распредѣленія пенсіи между служащими можетъ быть различенъ, но исходя изъ того, что это есть коллективная награда за общій трудъ, доля каждого естественно должна быть пропорціональна продолжительности службы и среднему окладу содержанія за время службы. Пенсіи же на случай смерти на службѣ желательно поставить въ зависимости только отъ средняго оклада содержанія за время службы.

Здѣсь мы вполнѣ раздѣляемъ взглядъ той же Коммиссіи, которая на стр. 17 своего доклада говоритъ: *«городъ никого не удерживаетъ на службѣ противъ воли, но изъ этого не слѣдуетъ, что должно искусственно создавать мотивы къ оставленію городской службы»*. Всякая индивидуализація пенсій всегда заключаетъ въ основаніи своемъ такой мотивъ поощренія къ оставленію службы, а потому постановка пенсій не на коллективныхъ началахъ, безъ связи съ продолжительностью службы, или установленіе такой связи косвенно, а не прямо, что имѣетъ мѣсто при выдачѣ пенсій въ зависимости отъ возраста,—не желательно.

Здѣсь необходимо замѣтить, что въ прочности службы болѣе всего заинтересовано учрежденіе, а не служащіе, такъ какъ непрочность службы создается стремленіемъ отдѣльныхъ лицъ найти болѣе лучшія условія труда, а не административными увольненіями отъ службы; короче говоря, добровольнымъ, а не вынужденнымъ прекращеніемъ службы, поэтому не понятны эти слова г. Преображенскаго: *«мы можемъ успокоить гг. служащихъ городу Москвѣ: прочность службы ихъ не такъ мала...»*. (П. К. 1901, стр. 7). Если кого надо успокоить по этому поводу, то, конечно, городъ,—служащихъ же это едва ли можетъ беспокоить; напротивъ, именно значительная непрочность службы успокоиваетъ каждого служащаго, показывая, что онъ можетъ легко найти условія службы не хуже предлагаемыхъ.

Служащіе заинтересованы въ прочности службы даннаго учрежденія, вообще, только до тѣхъ поръ, пока нѣтъ болѣе выгоднаго спроса на трудъ, тогда какъ всякое учрежденіе заинтересовано въ прочности службы его состава при всякихъ условіяхъ, независимо отъ того, каковъ спросъ на трудъ. Поэтому, хотя выдача пенсій, по изложеннымъ выше соображеніямъ, должна считаться справедливымъ обязательствомъ со стороны учрежденія по отношенію къ составу его служащихъ, но нельзя забывать того обстоятельства, что обезпеченіе правъ на пенсію облегчаетъ возможность оставить службу ранѣе того времени, когда служащій становится дѣйствительно неспособнымъ къ труду, и позволяетъ ему, пользуясь пріобрѣтеннымъ на службѣ опытомъ и знаніемъ дѣла, а также относительнымъ обезпеченіемъ, которое даетъ и самая ничтожная пенсія, предлагать свой трудъ друго-

му учрежденію, которое дороже платитъ, не давая за то, быть можетъ, никакихъ пенсій. На ряду съ пенсіонирующими учрежденіями, всегда могутъ возникать учрежденія, не выдающія вовсе пенсій и пользующіяся служащими, которыя получаютъ подготовку къ дѣлу и обезпеченіе въ пенсіонирующихъ учрежденіяхъ. Съ этимъ обстоятельствомъ должно считаться всякое пенсіонирующее учрежденіе и не выдавать пенсій, которыя помогали бы его составу, по обученіи дѣлу, за счетъ пенсій этого учрежденія находить болѣе выгодныя мѣста. Самая простая и радикальная мѣра, которая можетъ препятствовать установленію столь нежелательнаго отношенія личнаго состава къ пенсіонирующему учрежденію, заключается въ установленіи пенсій за выслугу одного крайняго срока и недопущеніи досрочной выдачи пенсій.

Однако, такое рѣшеніе хотя и очень просто и вполне гарантируетъ самое учрежденіе, но является мѣрою жестокою и несправедливою по отношенію къ самимъ служащимъ, закрѣпощая ихъ трудъ, и можетъ дурно отразиться на самомъ учрежденіи, давъ ему не свободныхъ работниковъ, а подневольныхъ лѣнивыхъ служащихъ, которые будутъ тянуть свою лямку только изъ-за необходимости выслужить пенсію. Несправедливость же этой мѣры заключается въ томъ, что при установленіи пенсій за одинъ предѣльный срокъ службы, учрежденіе пользуясь своимъ правомъ увольненія служащихъ, можетъ лишать его того права на пенсію, которое онъ пріобрѣлъ своимъ трудомъ въ этомъ учрежденіи, не говоря уже того, что учрежденія этимъ правомъ могутъ злоупотреблять и лишать службы служащихъ накануне выслуги пенсій. Конечно, за такое дурное отношеніе къ своимъ служащимъ учрежденіе рано или поздно поплатится дурнымъ подборомъ въ немъ служащихъ, но такое наказаніе можетъ постигнуть каждое учрежденіе не скоро, еще менѣе это можетъ уменьшить число учрежденій, желающихъ дешево разсчитаться въ данное время за использованный ими трудъ, и, во всякомъ случаѣ, едва ли слѣдуетъ создавать лишнія условія, стѣсняющія свободу личнаго труда.

Итакъ, нежелательно создавать условія, при которыхъ пенсіонеры получали бы возможность прилагать свой трудъ и опытъ въ постороннихъ учрежденіяхъ, но и не желательно допускать такой способъ пенсіонированія, при которомъ возможно удаленіе отдѣльных лицъ со службы, безъ справедливой награды за службу, предшествовавшую увольненію.

Если бы всѣ служащіе оставляли службу добровольно, то было бы вполне справедливо лишать ихъ права на пенсію путемъ установленія для выдачи пенсій одного предѣльнаго срока службы, но такъ какъ многіе служащіе оставляютъ службу противъ воли, и опредѣлить условія добровольнаго и вынужденнаго ухода очень трудно, то всего правильнѣе поставитъ дѣло пенсіонированія въ такія условія, при которыхъ пенсія создавалась бы, по возможности, каждымъ годомъ службы. Такое рѣшеніе задачи вполне достижимо, если учрежденіе, признавъ свою обязанность платить пенсію за опредѣленные сроки службы, будетъ

отчислять на пенсіи определенный процентъ отъ жалованья, но распре- дѣлять это отчисленіе, между служащими различныхъ сроковъ, будетъ пропорціонально продолжительности службы, или, что то же, будетъ вкупать на пенсію каждаго вновь вступающаго на службу съ такимъ разсчетомъ, чтобы онъ получалъ въ пенсію то, во что обращается единовременный вкупъ за все время службы отъ денежнаго роста и распре- дѣленія его между всѣми остающимися на службѣ. Ясно, что при такомъ способѣ пенсіонированія лица, оставляющія службу всегда бу- дутъ получать сумму, пропорціональную вѣроятности выслужить пол- ную пенсію, и преждевременное оставленіе службы будетъ увеличи- вать пенсію лицъ, остающихся на службѣ, и будетъ побуждать ихъ болѣе дорожить службой, не смотря на то, что это увеличеніе пен- сій дальнѣйшихъ сроковъ службы не будетъ требовать со стороны учрежденія никакихъ дополнительныхъ затратъ, такъ какъ будетъ созда- ваться за счетъ пенсій лицъ, преждевременно оставляющихъ служ- бу. Въ то же время, такая постановка пенсій не позволяетъ уменьшать свои обязательства по отношенію къ служащимъ досрочнымъ выво- домъ ихъ на пенсію меньшаго размѣра, потому что при пропорціональ- ности пенсій продолжительности службы, оно, при такомъ досрочномъ учетѣ пенсій, будетъ терять столько же на числѣ пенсіонеровъ, сколь- ко выгадываетъ на сокращеніи размѣра отдѣльныхъ пенсій.

§ 3. Необходимость образованія пенсій коллективными (безвоз- вратными) взносами. Однако такая постановка пенсій совмѣстима съ коллективными отчислениями на пенсію и несовмѣстима съ индивидуали- заціей этихъ отчисленій. Поэтому Пенсіонная Коммиссія 1895 года по- ступила вполнѣ основательно, признавъ вычеты на пенсію коллектив- ными, а не индивидуальными, какъ то предлагаетъ сдѣлать въ отно- шеніи половины отчисленія на пенсіи Пенсіонная Коммиссія въ настоя- щемъ ея составѣ.

Кромѣ того, пенсіи съ коллективными взносами стоѣтъ гораздо дешевле пенсій съ индивидуальными взносами, потому что индивиду- альные взносы могутъ претендовать только на денежный ростъ, тогда какъ коллективные взносы возрастаютъ не только вслѣдствіе денежна- го роста, но и вслѣдствіе распре- дѣленія ихъ между меньшимъ, посте- пенно убывающимъ числомъ участниковъ. Что же касается до права располагать собственными взносами служащихъ для выдачи пенсій, то, во-первыхъ, различіе между собственными взносами на пенсію, или вычетами и отчислениями на пенсіи самого учрежденія, настолько фик- тивно, что не можетъ быть покупаемо цѣною реального увеличенія расходовъ на пенсіи, которое создается индивидуализаціею этихъ вы- четовъ; во-вторыхъ, это возраженіе легко устраняется возможностью добровольнаго соглашенія между учрежденіемъ и служащими.

Защита индивидуализаціи взносовъ указаніемъ на нарушеніе правъ собственности, какъ справедливо замѣчаетъ въ критической статьѣ R. g. A. 1902—X, p. 238, очень слаба: «il faut reconnaître que l'em-

плойе qui meurt au moment d'atteindre de droit à la retraite est fort à plaindre, mais il est bien rare que sa famille n'obtienne pas, sous forme de secours gracieux, l'équivalent de la pension dont elle est privée. Pour ceux qui quittent volontairement leurs fonctions ou qui sont révoqués, nous avouons qu'ils méritent peu d'intérêt».

Мы не раздѣляемъ того взгляда, что интересы добровольно оста- вляющихъ службу не заслуживаютъ вниманія, но эти интересы полу- чаютъ достаточную защиту въ установленіи такого типа пенсій, въ которыхъ принимается и находитъ справедливую оцѣнку каждый годъ службы.

Фиктивность различія собственныхъ взносовъ служащихъ отъ взносовъ учрежденія указана была на Желѣзнодорожномъ Конгрессѣ въ С.-Петербургѣ—(S.—p. 162): «Carlier, secrétaire général de Compagnie d'Orléans, en exposant le système si libéral de son Administration qui a assumé toutes les charges du service des retraites indépendamment de tout concours de la part des agents, faisait observer, à juste titre, que *la retenue obligatoire est un véritable trompe-l'oeil*.

«S'il arrivait, disait-il, que du fait de la retenue, le salaire descen- dît au dessous de ce qui est nécessaire pour assurer la subsistance de l'agent et de sa famille, vous seriez obligé, vous patron, de relever le- aux du salaire et c'est encore vous qui feriez le sacrifice».

Возраженіе противъ взглядовъ Carlier, сдѣланное на томъ же Конгрессѣ, болѣе, чѣмъ несостоятельно.

«Noblemaire ajoutait, qu'il ne se faisait pas non plus d'illusion sur le caractère véritable des *retenues faites obligatoirement sur les traitements des agents*: „*s'est de l'épargne forcée*, mais il n'est pas mal de forcer à l'épargne ceux qui, spontanément, ne sauraient la pratiquer; il est d'ail- leurs absolument moral que l'agent concoure à se constituer une pen- sion de retraite et s'élève à ses propres yeux, en ne tenant pas sa pension de la seule générosité d'une Compagnie, pour laquelle il ne tra- vaille plus».

Такимъ образомъ Noblemaire, оппонентъ Carlier, не питаетъ иллюзіи относительно значенія индивидуализаціи взносовъ на пенсіи; счи- тая ихъ замаскированнымъ принудительнымъ сбереженіемъ, но нахо- дитъ полезнымъ приучать служащихъ дѣлать сбереженія. Но, во-пер- выхъ, принужденіе противорѣчитъ сбереженію, которое имѣетъ зна- ченіе только тогда, когда оно добровольно; во-вторыхъ, принудитель- ное сбереженіе на образованіе пенсій противорѣчитъ указанному выше опредѣленію пенсій, какъ награды за службу, потому что нельзя на- граждать человека его собственными сбереженіями, и это безусловно не морально со стороны пенсіонирующаго учрежденія; наконецъ, въ- третьихъ, воспитаніе въ служащихъ бережливости и внесеніе въ дѣло пенсіонированія школьныхъ задачъ безцѣльно осложняетъ самую за- дачу пенсіонированія веденіемъ множества личныхъ счетовъ и, что всего хуже, значительно удорожаетъ стоимость самыхъ пенсій.

Если въ отношеніи старыхъ служащихъ удержанія изъ жалованья

на пенсію чувствуются ими какъ реальныя сбереженія, то въ отноше-
ніи вновь вступающихъ, знающихъ при самомъ поступленіи о пред-
стоящихъ вычетахъ изъ жалованья на пенсію, удержаніе на пенсіи не
можетъ имѣть даже того моральнаго значенія собственныхъ сбереже-
ній, на которое указываетъ г. Noblemaire, такъ какъ вновь поступающій
съ самаго начала поступаетъ на окладъ, уменьшенный установленнымъ
вычетомъ на пенсію, а потому, фактически, не дѣлаетъ, въ продолженіе
всей службы, никакихъ усилій, всегда необходимыхъ для сбереженія, а
просто получаетъ меньшее содержаніе, вслѣдствіе установленнаго вы-
чета изъ каждаго оклада на пенсію. Отсюда ясно, что даже моральное
значеніе вычета, какъ принудительнаго сбереженія, распространяется
только на немногихъ дослуживающихся, т. е. именно на тѣхъ, по от-
ношенію къ которымъ такое распространеніе менѣе всего основатель-
но и является нарушеніемъ первоначальнаго договора между ними и
учрежденіемъ, которому они служатъ; но какъ только послѣдній ста-
рослужащій кончаетъ свою службу или даже переходитъ на высшій
окладъ, роль вычета на пенсію, какъ средства приученія къ сбереже-
нію становится чистою иллюзіею. Между тѣмъ, за исповѣдыванье
принципа принужденія въ дѣлѣ, которое требуетъ доброй воли,
учрежденіе, допустившее это насиліе, хотя и съ добрыми намѣреніями,
можетъ поплатиться необходимостью увеличить содержаніе служащихъ,
которое никогда не можетъ быть столь же ничтожно, какъ самый
вычетъ, а затѣмъ постоянно несетъ расходы на пенсію въ преуве-
личенномъ размѣрѣ, воображая, что они разложены на служащихъ,
ведетъ сложные расчеты по этимъ воображаемымъ удержаніямъ и теря-
етъ право располагать всѣми этими удержаніями по своему усмотрѣнію,
будучи вынуждено платить пенсію не по заслугамъ, а по величинѣ
сбереженій.

§ 4. Независимость пенсій отъ начальнаго возраста. Исходя изъ
опредѣленія пенсіи, какъ награды за службу, нельзя допускать выдачи
пенсій въ зависимости отъ возраста поступленія на службу только по-
тому, что лица болѣе преклоннаго возраста имѣютъ болѣе шансовъ
умереть послѣ выслуги пенсіи. Для учрежденія, при равенствѣ про-
чихъ условій, два лица, поступившія въ одно время на службу, обла-
дающія одинаковою степенью познанія въ дѣлѣ, т. е. получающія рав-
ные оклады, и прослужившія одно и то же время, естественно, могутъ
имѣть только равныя права на пенсію, и потому вычисленіе пенсій
должно относиться къ одному среднему возрасту, выводъ котораго на
основаніи формулы Макегама не представляетъ никакихъ затрудненій.

Какъ извѣстно, если формула Макегама можетъ считаться прило-
жимой къ опредѣленію числа доживающихъ до различныхъ возра-
стовъ, словомъ, если она выражаетъ законъ смертности въ средѣ вся-
каго народонаселенія, а всѣ произведенныя до сего времени наблюде-
нія подтверждаютъ ея приложимость и способность выразить резуль-
таты наблюденія надъ смертностью во всякой средѣ, то по свойству

этой формулы слѣдуетъ, что группа разновозрастныхъ лицъ всегда можетъ быть во всѣхъ вычисленіяхъ замѣнена группою одновозрастной, средній возрастъ которой можетъ быть легко вычисленъ по формулѣ:

$$C^{\xi} = C^{x_1} + C^{x_2} + \dots + C^{x_c}$$

гдѣ С есть извѣстная постоянная формула Макегама, или по формулѣ:

$$l\mu_{\xi} = \mu_{x_1} + \mu_{x_2} + \dots + \mu_{x_c}$$

гдѣ μ есть коэффициентъ смертности, а l число лицъ, составляющихъ группу, для которой опредѣляется средній возрастъ: « ξ étant déterminé par l'une de ces relations, on voit que les deux groupes ont exactement la même probabilité de survivre après un temps quelconque, de sorte qu'on pourra substituer le second groupe au premier dans toutes les évaluations qu'on aura à effectuer».

«L'âge de substitution souvent appelé *âge moyen* sera donc $\xi + n$, c'est-à-dire que le vieillissement des têtes substituées est le même que celui des têtes données, de sorte, qu'il sera inutile de faire un nouveau calcul pour déterminer le nouvel âge moyen. On donne à cette propriété le nom de loi de vieillissement uniforme». (P. du M. p. 138 § 107).

Постановка пенсій въ зависимости отъ средняго возраста, вычисленіе и пользованіе которымъ на основаніи формулы Макегама вполне возможно и законно, позволяетъ поставить выдачу пенсій въ зависимость только отъ продолжительности службы и избѣжать выдачи пенсій за сокращенные сроки службы только потому, что начинающій службу имѣетъ болѣе лѣтъ отъ роду. Установленіе пенсій въ зависимости отъ возраста опасно уже по одному тому, что можетъ привлечь на службу лицъ преклоннаго возраста и пенсионеровъ другихъ учреждений. Въ теоретическихъ расчетахъ надлежитъ считаться со всѣми возможными возрастами, но на практикѣ должно установить пенсіи за выслугу лѣтъ, а не за престарѣлость. Выдача пенсій престарѣлымъ можетъ составлять заботу государства, но не отдѣльныхъ учреждений, которыя должны считаться только съ продолжительностью службы, если не желаютъ рисковать привлеченіемъ на службу инвалидовъ другихъ учреждений.

Единственно, что можно указать въ защиту постановки пенсій въ зависимости отъ возраста, это то, что на значительныхъ окладахъ очень часто состоятъ на службѣ лица, перешедшія со службы другого учрежденія и потерявшія при этомъ переходѣ тѣ права на пенсію, которыя они имѣли на этой службѣ. Но число такихъ лицъ относительно незначительно, и самый вопросъ о нихъ есть частный вопросъ, который можетъ быть разрѣшенъ только практикой. Теоретически же можно только предвидѣть нѣсколько возможныхъ рѣшеній его: во-первыхъ, по отношенію къ этимъ лицамъ учрежденію можно допустить зачетъ ихъ службы въ другомъ учрежденіи полностью или отчасти;

во-вторыхъ, можно установить для нихъ опредѣленный вкупъ на пенсій, выдавая имъ въ теченіе извѣстнаго времени меньшіе оклады противъ установленныхъ для должности ими занимаемой.

§ 5. Возможность обращенія пенсії въ пожизненные ренты. Пенсії могутъ быть двухъ видовъ: единовременныя и ежегодныя пожизненныя (кромя сиротскихъ пенсій, которыя могутъ быть только временныя). Вообще, пенсія есть капиталъ, выдаваемый за выслугу извѣстнаго числа лѣтъ въ извѣстномъ размѣрѣ, такъ что обращеніе его въ пожизненную ренту можетъ считаться дополнительнымъ правомъ, тѣмъ болѣе, что пенсіонированіе обходится дороже пожизненными рентами, чѣмъ единовременными выдачами, и весь рискъ пенсіонной операціи связанъ съ періодомъ пенсіонированія. Отсюда естественно допустить выдачу пенсій въ формѣ пожизненныхъ рентъ не за всякій срокъ службы, а только начиная съ извѣстнаго срока службы, а за меньшіе сроки службы ограничиться выдачею единовременныхъ пенсій. Къ установленію такого порядка побуждаетъ и то обстоятельство, что для первыхъ сроковъ службы ренты могутъ быть на столько незначительны, что практически ихъ надо считать малоцѣнными.

Малешевскій признаетъ, что «съ нравственной точки зрѣнія обезпеченію капиталомъ слѣдуетъ отдать предпочтеніе», но прибавляетъ, что «обезпеченіе такихъ капиталовъ потребовало бы непосильныхъ жертвъ со стороны служащихъ и общества, и, принимая во вниманіе, что большинство людей не умѣетъ обращаться съ капиталами съ надлежащею предусмотрительностью, приходимъ къ заключенію, что кассы по страхованію капитала не обезпечивали бы служащихъ и ихъ семействъ на случай смерти и неспособности къ труду» (М. т. I ч. II стр. 216).

Это заключеніе прямо противоположно данному нами, но невѣрность его очевидна изъ самой практики тѣхъ пенсіонныхъ кассъ, типъ которыхъ установленъ Малешевскимъ и которыя для первыхъ сроковъ службы ограничиваются выдачею капитала и начинаютъ выдачу пожизненныхъ рентъ только съ періода, отсроченнаго на 15 лѣтъ. Если бы выдача капитала была не выгодна, то странно примѣнять ее къ пенсіонерамъ первыхъ сроковъ службы, менѣе всего заслуживающихъ такихъ «непосильныхъ для общества затратъ». Странное заключеніе Малешевского объясняется совершенно иначе: типъ установленныхъ имъ кассъ есть типъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ съ индивидуальными взносами. Съ индивидуализаціею взносовъ и выдачею пенсій за счетъ собственныхъ сбереженій дѣйствительно логически связанъ долгъ, нравственное обязательство, предоставлять выходящему на пенсію право распоряжаться своими сбереженіями и взять ихъ единовременно или обратить въ пожизненную ренту, если послѣднее право предоставлено ему учрежденіемъ. Однако, *выдача капиталовъ не въ интересахъ пенсіонныхъ кассъ, хотя она въ интересахъ пенсіонирующаго учрежденія, и представляетъ, при индивидуализаціи взносовъ безспорное право пенсіонируемаго.*

Малешевскій вездѣ является защитникомъ образованія пенсіонныхъ кассъ и потому, естественно, ищетъ мотивовъ, которые оправдывали бы ихъ учрежденіе и, говоря о непосильности жертвъ при пенсіонированіи капиталами, отождествляетъ интересы кассы съ интересами служащихъ и пенсіонирующаго учрежденія. Но отождествленіе интересовъ кассы съ интересами учрежденія имѣетъ за себя основаніе только тогда, когда учрежденіе въ той или другой формѣ пользуется капиталомъ кассы для своихъ цѣлей, иныхъ, чѣмъ цѣль пенсіонированія, что на практикѣ дѣйствительно имѣетъ мѣсто, и тогда за это именно, не вполнѣ законное пользованіе капиталами, учрежденіе платится, неся большіе расходы по самому пенсіонированію, что же касается служащихъ, то для нихъ капиталы кассы не представляютъ никакого интереса, хотя въ образованіи ихъ они принимаютъ дѣятельное участіе. При чемъ, справедливость требуетъ замѣтить, что само учрежденіе, пользуясь пенсіонными капиталами, въ значительной части оплачиваетъ пользованіе имъ вдвойнѣ, потому что не менѣе половины этихъ капиталовъ есть его собственныя отчисленія, за которыя оно платитъ проценты пенсіонной кассѣ, т. е. становится вѣчнымъ должникомъ кассы по своимъ собственнымъ капиталамъ.

Совсѣмъ иначе смотритъ на дѣло Флорентійскій муниципалитетъ, который ввелъ у себя пенсіонную кассу съ индивидуализаціею взносовъ: онъ предоставляетъ пенсіонируемымъ право по ихъ усмотрѣнію обращать свои пенсіи въ ренты различнаго страхового типа или получать капитальную стоимость пенсій единовременно. Можно, какъ указано выше, считать неправильною и невыгодною для учрежденія индивидуализацію пенсіонныхъ взносовъ, но коль скоро она, все же, допущена, естественно и логично предоставить право распоряжаться по личному усмотрѣнію своими индивидуальными сбереженіями (R. g. A. 1902—X).

§ 6. ПРИЧИНА ПРЕДПОЧТЕНІЯ ЕЖЕГОДНЫХЪ ПЕНСІЙ ЕДИНОВРЕМЕННЫМЪ, хотя послѣднія и дешевле. Практическія, а не нравственныя соображенія заставляютъ въ практическомъ дѣлѣ пенсіонированія предпочитать выдачу ежегодныхъ пенсій выдачѣ единовременныхъ, и эти соображенія ясно указаны въ упомянутой уже выше критической статьѣ (R. g. A. 1902—X).

«Nous signalerons comme particulièrement contestable la partie du système qui donne le choix entre un capital ou une pension viagère. Si l'employé peut user de cette faculté entre cinq ans et vingt ans de service, il se trouve ainsi encouragé à quitter l'administration et celle-ci, en lui imposant des retenues obligatoires, sort de son rôle qui est d'assurer à ses serviteurs l'existence de leurs vieux jours, mais non la possibilité d'entreprendre un commerce ou une industrie avec les aléas qu'ils comportent. Plus tard, l'employé n'a ni les qualités, ni la préparation nécessaires à ce genre d'occupations et le plus souvent il sera sollicité par les membres plus jeunes de sa famille de leur faire l'abandon du capital qui lui échoit

moyennant un intérêt plus ou moins élevé, ou même gratuitement et, en cas de non—réussite, il se trouvera sans ressources obligé de réclamer à l'administration dont il sort des secours insuffisants, humiliants à solliciter et onéreux pour la caisse communale».

Вотъ эти практическія соображенія должны заставлять предпочесть способъ пенсіонированія ежегодными пенсіями способу пенсіонированія единовременными пенсіями, несмотря на то, что послѣдній способъ дешевле перваго и абсолютно свободенъ отъ всякаго риска, чего нельзя, вообще, сказать о первомъ способѣ по нижеслѣдующимъ соображеніямъ.

Пенсіонированіе пожизненными рентами нельзя считать коммерческою операціею, потому что оно связано съ рискомъ, который трудно сосредоточить на опредѣленномъ періодѣ, а потому ни прибыли, ни убытка эта операція въ точномъ смыслѣ этого слова не даетъ. Ликвидируя какой-либо резервъ пожизненной ренты, нельзя сказать представляетъ ли онъ окончательную прибыль или окончательный убытокъ, такъ какъ онъ связанъ съ ликвидаціею всѣхъ прошлыхъ и всѣхъ предстоящихъ резервовъ. Страхованіе рентъ на дожитіе можетъ имѣть коммерческое значеніе только въ томъ случаѣ, когда желаютъ получить въ свое распоряженіе капиталъ, имѣя возможность помѣщать его въ другое дѣло, которое, будучи достаточно прочно для того, чтобы обезпечивать всѣ обязательства по страхованію, въ то же время гарантируетъ большій процентъ прибыли, чѣмъ тотъ процентъ, изъ котораго учитывается операція страхованія пожизненныхъ рентъ, обезпеченныхъ этимъ капиталомъ. При такихъ условіяхъ возможно покрывать расходы по страхованію изъ доходовъ, которые получаются съ капиталовъ въ другомъ дѣлѣ, и, кромѣ того, имѣть съ этого дѣла, но не со страхованія, прибыль. Однако нельзя допустить помѣщеніе страховыхъ капиталовъ въ коммерческія предпріятія, какъ бы ни были солидны эти предпріятія, потому что это равносильно допущенію для частныхъ предпріятій заключать вѣчные займы, которые они, по самому своему временному характеру, гарантировать не могутъ. Всякій такой заемъ есть тонтинна, а пользоваться и гарантировать капиталы тонтинны можетъ только государство, и, уступая необходимости и не желая принимать на себя хлопотливую работу по пенсіонированію служащихъ всѣхъ учрежденій, государство можетъ допускать тонтинны въ пенсіонномъ дѣлѣ общественныхъ и частныхъ учрежденій, когда существованіе ихъ представляетъ достаточно гарантіи. Но пенсіонирующія тонтиннами или пожизненными рентами учрежденія не должны забывать, что тонтинна, сохраняя за ними право располагать капиталами пожизненныхъ рентъ, подвергаетъ ихъ риску нести доплаты по страхованію этихъ пенсій. *Для того, чтобы право располагать пенсіоннымъ капиталомъ, обезпечивающимъ пожизненныя ренты пенсій, было безупречно, важно, чтобы этотъ капиталъ принадлежалъ всецѣло самому пенсіонирующему учрежденію и не заключалъ въ себѣ никакихъ*

не стѣснено въ установленіи той или другой таблицы смертности для этихъ пожизненныхъ рентъ, можетъ всѣ ликвидируемые резервы пенсій зачислять въ свои доходы, если они дали остатокъ, и должно покрывать изъ своихъ доходовъ, если ликвидація закончилась съ убыткомъ; покрытие это можетъ вестись текущимъ образомъ, не допуская накопленія обязательствъ по погашенію пенсіоннаго фонда, въ надеждѣ болѣе удачной ликвидаціи пенсіонныхъ резервовъ въ будущемъ, каковая надежда долгое время можетъ оставаться тщетною. При такой постановкѣ пенсіонныхъ фондовъ, учрежденіе обязано давать въ нихъ отчетъ только себѣ самому, никогда не можетъ подвергнуться упреку въ присвоеніи чужихъ суммъ неудовлетворительнымъ выборомъ таблицы смертности и не допустить накопленія дефицита въ этомъ фондѣ, что всегда возможно въ обычныхъ пенсіонныхъ кассахъ, не располагающихъ внѣшними средствами, для покрытія своихъ обязательствъ по этому фонду текущимъ образомъ, и естественно склонныхъ ожидать въ нихъ прибыли весьма неопредѣленное время. Обыкновенно, о возможныхъ убыткахъ по этому фонду не говорятъ, когда защищаютъ такъ называемыя страховыя кассы, допуская, что таблица смертности ими завѣдомо выбирается въ интересахъ кассы очень выгодная, или что она настолько точна, что можетъ обезпечить безобидность операций. Если прослѣдить всѣ положенія этихъ кассъ по Малешевскому, то скорѣе можно думать, что кассы обезпечиваютъ себя отъ риска, связаннаго съ пенсіонированіемъ пожизненными рентами удачнымъ, или, лучше сказать, завѣдомо неправильнымъ, выборомъ выгодной таблицы, но является вопросъ, насколько такое отношеніе къ пенсіонируемымъ допустимо и безупречно, при наличности индивидуализаціи взносовъ на пенсію.

Пенсіонная Коммиссія, высказавшись въ пользу страхового типа кассъ и выдачи пенсій пожизненными рентами, не сочла нужнымъ обратить вниманіе на этотъ рискъ, который связанъ со страхованіемъ пожизненныхъ рентъ, и средствъ для покрытія котораго нѣтъ въ ежегодномъ отчисленіи на пенсію, какъ бы велико оно ни было, а возможный убытокъ или возможная прибыль будутъ накапливаться въ пенсіонномъ фондѣ и, при томъ, въ самой неопредѣленной формѣ, потому что значеніе остатковъ этого фонда не можетъ установить точно никакая экспертиза. Благоразумная постановка пенсіоннаго дѣла требуетъ предоставленія учрежденію права свободно располагать остатками ликвидируемыхъ пенсіонныхъ резервовъ, взамѣнъ обязательства ежегодно покрывать могущіе быть по нимъ убытки изъ своего бюджета; только тогда существованіе пенсіонной кассы можетъ считаться обезпеченнымъ. Но, по изложеннымъ основаніямъ, такое свободное распоряженіе ликвидаціоннымъ фондомъ возможно для учрежденія только при условіи отсутствія въ образованіи его индивидуальнаго, а еще лучше, и коллективнаго участія служащихъ.

Столь опредѣленная постановка отношеній учрежденія къ пенсіонному фонду, т. е. признаніе за нимъ однимъ обязательства образо-

ванія фонда, а также распоряженія имъ, естественно, вызываетъ стремленіе ослабить рискъ, связанный съ этимъ обязательствомъ, о чемъ вовсе не заботятся устроители обычныхъ страховыхъ кассъ, предполагая дать дорогую таблицу смертности для застрахованія отъ убытковъ, связанныхъ съ пенсіонированіемъ пожизненными рентами или разсчитывая, что несостоятельность пенсіонныхъ кассъ можетъ обнаружиться очень не скоро.

§ 7. УСТАНОВЛЕНІЕ ПРЕДѢЛА ДЛЯ ПЕНСІЙ, КАКЪ ГАРАНТІИ ПРОТИВЪ РИСКА, СВЯЗАННАГО СЪ ПЕНСІОНІРОВАНИЕМЪ ПОЖИЗНЕННЫМИ РЕНТАМИ. Единственная гарантія всякой рискованной операціи, а слѣдовательно, и операціи пенсіонированія пожизненными рентами заключается, по теоріи вѣроятности, въ ограниченіи связаннаго съ нею риска, установленіемъ предѣльной ставки и опредѣленнаго срока для завершенія операціи. Вслѣдствіе этого положенія, пенсія должна быть ограничена въ размѣрѣ, и максимумъ пенсіи связанъ съ опредѣленнымъ предѣльнымъ срокомъ. Игрокъ же, который не ограниченно рискуетъ, допуская какой угодно величины ставку партнера и ведущій игру въ теченіе неопредѣленнаго времени, неминуемо разоряется:

«Toute personne qui parie indéfiniment contre une autre personne ou contre un groupe infiniment riche, est sûre de se ruiner à la longue, même à un jeu équitable; à plus forte raison à un jeu qui serait défavorable». (P. M. p. 34).

«Cette conclusion était facile à prévoir, car jouer indéfiniment c'est jouer contre le public, partenaire infiniment riche». (P. M. p. 37).

«C'est, en règle générale, le joueur qui fixe l'enjeu et la banque doit alors se borner par mesure de prudence, à assigner à cet enjeu une limite supérieure, au delà de laquelle elle ne consent plus à tenir le pari. Cette limite, ou *plein*, dépend de circonstances fort complexes, par suite de l'inégalité des mises des différents, joueurs et de plus, dans bien des cas, par suite de la diversité des paris engagés, la banque pouvant jouer simultanément plusieurs parties différentes, dans chacune desquelles elle n'a pas la même chance de gagner».

„Il n'y aurait sans doute aucun inconvénient, pour la banque, à accepter un groupe dans lequel chaque enjeu serait très supérieur au plein qu'elle se serait fixé, si ce groupe renfermait un très grand nombre de risques, c'est-à-dire s'il offrait par lui-même, une sécurité certainement suffisante. Mais les paris arrivent isolément, et il ne faut pas oublier, qu'en acceptant un pour un capital supérieur au plein, la banque s'exposerait à le voir rester seul de son espèce ou à peu près, car les gros enjeux sont ordinairement les plus rares; dans ces conditions on voit, que la banque ne peut pas dépasser son plein sans risquer de voir ses intérêts gravement compromis».

Quant à la valeur même de cette limite (au delà duquel il y aurait danger à tenir les paris des joueurs) elle ne peut être fixée d'une façon précise et mathématique, car elle dépend d'un élément, la prudence, qui n'est

pas défini comme grandeur susceptible d'être mesurée» (P. d. M. p. 39—40).

Такъ какъ всякое страхованіе есть игра, хотя въ теоріи и безобидная для партнеровъ этой игры, то учрежденію, которое въ этой игрѣ представляетъ изъ себя банкъ, не слѣдуетъ забывать, что оно играетъ противъ многихъ игроковъ, не забывающихъ, въ массѣ, инстинктивно, если не сознательно, соблюсти всѣ свои выгоды, а послѣднее стремленіе ведетъ къ подбору и сочетанію элементовъ, наименѣе выгодныхъ для самаго учрежденія, если оно не настолько благоразумно, чтобы оградить свои интересы отъ азартныхъ стремленій, свойственныхъ массамъ, путемъ установленія предѣла, до котораго можетъ доходить пенсіонная ставка, и предѣла настолько низкаго, чтобы онъ, удовлетворяя потребности тѣхъ, которые имѣютъ право выиграть ставку, не привлекалъ въ среду ихъ совершенно чуждыхъ элементовъ, ставящихъ своею цѣлью уже не службу учрежденію, а возможность выиграть чрезвычайную пенсію, за ничтожную по времени службу. Такъ какъ опасность такихъ искателей пенсіи заключается для учрежденія именно въ томъ, что число ихъ не велико, тогда какъ рискъ, связанный съ этимъ небольшимъ числомъ великъ и можетъ нарушить всякій точный и правильный учетъ, то *благоразуміе* требуетъ оградить всякій расчетъ нормою и установить напередъ предѣлы, изъ которыхъ не должны выходить всѣ расчеты. Такой предѣлъ въ пенсіонныхъ расчетахъ, естественно, долженъ быть установленъ для той величины, которою опредѣляется расходъ на пенсіи, т. е. для величины выдаваемыхъ пенсій: пенсія за выслугу опредѣленнаго числа лѣтъ не должна превышать опредѣленной заданной напередъ величины, и максимумъ ея долженъ быть связанъ съ возможнымъ максимумомъ службы; а такъ какъ срокъ службы предѣльный есть, по существу, величина неопредѣленная, то надо произвольно задать этотъ предѣлъ и, утвердивъ его и связавъ съ нимъ опредѣленную пенсію, не допускать выдачу большей пенсіи, даже и за выслугу большаго числа лѣтъ, такъ какъ такіе случаи службы должны считаться рѣдкими: пенсія есть награда за коллективную службу состава, срокъ службы котораго есть средняя предѣльная служба большинства отдѣльных лицъ; этотъ предѣлъ всегда меньше немногихъ единичныхъ случаевъ большей продолжительности службы, считаться съ которыми, по исключительности ихъ, было бы неблагоразумно, въ силу соображеній, изложенныхъ выше.

Но установленіе максимальнаго предѣла пенсій не мѣшаетъ досрочной выдачѣ ихъ въ меньшемъ размѣрѣ; напротивъ, по теоріи страхованія, это уже будетъ ослаблять рискъ, представляя изъ себя то, что называется распределеніемъ риска (*la division des risques*):

«La conduite la plus prudente pour la banque consiste donc à répartir le capital total qu'elle peut engager sur le plus grand nombre pos-

sible de paris distincts» (P. d. M. p. 39). Естественно, что величина досрочных пенсій не должна быть больше вѣроятности выслужить полную пенсію за установленный предѣльный срокъ службы, предполагая «toutes les parties engagées classées par groupes, dont chacun ne comprendra, que des paris portant sur le même enjeu total avec la même probabilité de gagner». (P. d. M. p. 39). Въ дѣлѣ пенсіонирования есть естественныя группы, въ которыя объединяются различныя пенсіи, такъ какъ каждый родъ пенсій долженъ быть связанъ съ определеннымъ срокомъ службы, для котораго всегда возможно установить вѣроятность выслужить полную пенсію и выдать, слѣдовательно, за этотъ срокъ пенсію въ размѣрѣ, пропорціональномъ этой вѣроятности.

§ 8. Среднее жалованіе, какъ наибольшій размѣръ пенсіи. Наконецъ, естественный максимумъ для пенсій есть конечно среднее жалованіе за все время службы, и потому Ресницкій правъ, опредѣляя пенсіи въ связи съ среднимъ жалованьемъ, и напротивъ, г. Преображенскій, предлагающій выдачу пенсій по страховому типу въ размѣрѣ, не связанномъ съ жалованіемъ и допускающій, въ принципѣ, пенсіи, которыя могутъ быть равны утроенному жалованію и даже болѣе за періодъ службы, осуществимый на практикѣ, заставляетъ городъ нести безцѣльно расходы по выдачѣ такихъ ни съ чѣмъ несообразныхъ пенсій. Нельзя найти сколько-нибудь достаточное основаніе для уплаты лицу, переставшему трудиться, вознагражденія въ суммѣ, которая въ нѣсколько разъ превосходитъ и то, что онъ привыкъ получать, и то, что онъ могъ когда-нибудь рассчитывать получить за свой трудъ. Такая ненормальная постановка пенсій будетъ вносить въ дѣло, требующее полного спокойствія, чуждыя всякаго коммерческаго расчета нежелательныя свойства не то рискованнаго акціонернаго предпріятія, не то какой-то азартной игры на повышенныя пенсіи.

§ 9. Безусловная связь періода пенсіонирования съ определенной таблицей смертности и только возможная связь съ такою таблицей періода образованія резервовъ. Періодъ пенсіонирования долженъ быть необходимо связанъ съ определенной таблицей дожитія пенсіонеровъ, при чемъ, надо не забывать, что таблица эта должна быть специальная, и только временно, до составленія специальной таблицы, изъ достаточнаго числа наблюдений смертности въ средѣ пенсіонеровъ, можно пользоваться таблицею какою-нибудь, наиболѣе подходящею, за каковую всегда слѣдуетъ считать не специальную таблицу, а таблицу смертности населенія того района, въ которомъ функционируетъ данное учрежденіе. Но періодъ до вывода на пенсію связанъ уже не съ какою-либо таблицей смертности, а съ прочностью службы, какъ принималъ Ресницкій и что совершенно неосновательно оспариваетъ г. Преображенскій, утверждая, что «по строго установленной научной теоріи вычислений

кассъ обязательно примѣнять таблицу смертности и въ первой части жизни служащаго (до выхода въ отставку), какъ и во второй (П. К. 1901 стр. 7). Къ сожалѣнію, г. Преображенскій не считаетъ нужнымъ дѣлать опредѣленные ссылки на тѣ научныя работы, которыми можно было бы провѣрить эти голословныя утвержденія. Мы въ этой работѣ покажемъ полную возможность установленія опредѣленныхъ пенсій безъ введенія пожизненныхъ рентъ, а, слѣдовательно, и какой-либо таблицы смертности въ періодъ службы до вывода на пенсію. Самое простое соображеніе позволяетъ предвидѣть этотъ результатъ теоретическаго изслѣдованія а priori: дѣйствительно, только фиктивное различіе между взносами учрежденія и служащихъ, которое силится установить всякая страховая касса типа, предлагаемаго г. Преображенскимъ, можетъ вводить въ заблужденіе относительно условій образованія пенсіонныхъ резервовъ; если же отрѣшиться отъ этого предвзятаго и по существу неосновательнаго разграниченія собственныхъ взносовъ на пенсіи отъ взносовъ учрежденія, то ясно, что вѣроятность поступленія отчисленій на пенсіи абсолютная и вовсе не связана съ вѣроятностью дожитія до пенсіи, потому что всегда всѣ вакансіи заняты и составъ полный. Слѣдовательно, всегда съ кого-нибудь поступаетъ отчисленіе на пенсіи въ установленномъ размѣрѣ, и если эти взносы коллективные—а таковы именно взносы, проектированные Ресницкимъ—нѣтъ никакого основанія связывать ихъ съ какою-либо вѣроятностью дожитія: въ общемъ, вѣроятность поступленія этихъ взносовъ абсолютная.

Если и возможно связывать вычисленія образованія пенсіонныхъ резервовъ до выхода на пенсію съ временными пожизненными рентами, а слѣдовательно, и съ вѣроятностью дожитія по какой-либо опредѣленной, напередъ установленной, подходящей къ данному составу таблицѣ, то это возможно, но необходимо, и представляетъ изъ себя особый методъ вычисленія, вовсе не обязательный, какъ обязательны онъ по отношенію къ періоду ликвидаціи пенсіонныхъ резервовъ, и нѣтъ никакого основанія навязывать необязательный методъ, считая его за единственно научный, а, безъ достаточнаго основанія, нельзя даже выдавать его за лучшій.

§ 10. Всего изложеннаго достаточно для того, чтобы составить правильное понятіе о пенсіяхъ и опредѣлить пенсію слѣдующимъ образомъ: *Опредѣленіе. Пенсія есть награда за службу, пропорціональная продолжительности службы, для чего она рассчитывается по среднему возрасту всѣхъ вновь вступающихъ и не зависитъ отъ начальнаго возраста. Желательно, но не необходимо допускать обращеніе капитальной суммы этой награды въ пожизненную ренту самому служащему или его вдовѣ, или во временную ренту его сиротамъ. Размѣръ пожизненной ренты на каждаго служащаго не долженъ превышать размѣра средняго*

жалованья служащаго за все время его службы. Размѣръ полной пенсїи долженъ быть напередъ связанъ съ предѣльнымъ, напередъ-же установленнымъ, срокомъ службы. Необходимо допустить выдачу пенсій досрочныхъ и по возможности за каждый прослуженный годъ, но въ строгой пропорціональности съ вѣроятностью выслужить на этомъ году полную пенсію, или, что то же, обратно пропорціонально прочности службы, соответствующей году выхода на пенсію. Вносы на пенсію должны быть, во всякомъ случаѣ, коллективны, т. е. не подлежатъ индивидуализаціи. Для учрежденія выгоднѣе не привлекать къ участию во взносахъ на пенсію самихъ служащихъ для того, чтобы не терять права свободнаго распоряженія всеми взносами, тѣмъ болѣе, что всякая индивидуализація взносовъ есть, въ сущности, дорого стоящая сфнкція. Связь пенсіонныхъ расчетовъ съ таблицами дожитія безусловно необходима только въ періодъ ликвидаціи пенсіонныхъ отчисленій, но въ періодъ образованія пенсій и накопленія ихъ резервовъ эта связь возможна, но не необходима.

II. Задача пенсіонированія.

§ 1. Постоянство процента отчисленія на пенсіи, какъ наиболѣе важное условіе пенсіонированія. Признавъ пенсію, какъ награду, дополнительнымъ расходомъ къ жалованью, учрежденіе становится заинтересованнымъ только въ томъ, чтобы расходъ на жалованье вмѣстѣ съ пенсіями сохранялъ постоянную величину, при данномъ составѣ служащихъ. Такъ какъ ростъ расходовъ на жалованье зависитъ отъ внѣшнихъ причинъ, устранить вліяніе которыхъ не во власти учрежденія, то важно, чтобы расходъ на пенсіи былъ во всякомъ случаѣ пропорціоналенъ расходу на жалованье, и процентъ отчисленія на пенсіи по отношенію къ жалованью сохранялъ постоянную величину. Опредѣлить условія, гарантирующія постоянство процента отчисленія изъ жалованья на пенсіи, а также условія, при которыхъ этотъ процентъ можетъ имѣть наименьшую величину, есть основная задача пенсіонированія.

Поэтому, тотъ типъ пенсіонированія, который устанавливаетъ свой процентъ отчисленія на пенсіи изъ жалованья произвольно, не можетъ называться пенсіонированіемъ въ собственномъ смыслѣ и представляетъ особый видъ страхованія на дожитіе, премія котораго опредѣляется условіями, не имѣющими почти никакого отношенія къ жалованью и никакой связи со службою и элементами, опредѣляющими заслуги по службѣ. Страхуваніе же на дожитіе можетъ быть и полезная вещь, заслуживающая поощренія, но лишь со стороны государства, которое одно можетъ дать этому виду страхованія такую же безусловную гарантію, какую оно даетъ частнымъ сбереженіямъ, принимая ихъ въ сберегательныя кассы, такъ какъ страхуваніе на дожитіе есть особая форма помѣщенія небольшихъ сбереженій, имѣющая большое сходство со вкладами на вѣчныя времена.

Пенсіонирующее учрежденіе не заинтересовано въ поощреніи къ сбереженіямъ своихъ служащихъ, и правъ скорѣе тотъ, кто думаетъ

обратное, поэтому не может оно считать себя обязаннымъ создавать условія, при которыхъ личныя сбереженія могли-бы обращаться въ пожизненныя ренты.

§ 2. Неправильность отождествленія пенсіи съ пожизненными рентами. Отождествленіе пожизненныхъ рентъ съ пенсіями есть результатъ недоразумѣнія, созданнаго только тѣмъ обстоятельствомъ, что пенсіи, при извѣстномъ дополнительномъ, но не необходимомъ условіи, могутъ обращаться въ пожизненныя ренты. Но, какъ извѣстно, то обстоятельство, что двѣ функціи могутъ получать при частныхъ условіяхъ одинаковыя значенія, совсѣмъ не даетъ основанія отождествлять эти функціи вообще. Г. Малешевскій въ своей «Теоріи и практикѣ пенсіонныхъ кассъ» особенно настойчиво и систематически производитъ это отождествленіе, допуская всегда замѣну понятія о пожизненной рентѣ понятіемъ о пенсіи, но такая подстановка одного понятія на мѣсто другого является бездоказательною и для пенсій номинальною.

§ 3. Аналогія пенсіи со страховымъ капиталомъ. Мало того, наше изслѣдованіе привело насъ къ убѣжденію, что если и можно провести полную аналогію, но, все же, безъ отождествленія между элементами пенсіонированія и элементами страхованія жизни, то въ этой аналогіи пенсія соотвѣтствуетъ страховому капиталу, а не страховой пожизненной рентѣ, а страховой пожизненной рентѣ соотвѣтствуетъ жалованье; поэтому между пенсіями и жалованьемъ получается связь, аналогичная связи, имѣющей мѣсто между страховыми капиталами и пожизненными рентами, и процентъ отчисленія на пенсіи изъ жалованья опредѣляется, какъ опредѣляется премія по страхованію капитала; такъ какъ жалованье есть величина вполнѣ опредѣленная, то процентъ отчисленія на пенсіи при данномъ жалованьѣ имѣетъ вполнѣ опредѣленную, а не произвольную величину, какъ вполнѣ опредѣленную величину имѣетъ премія по страхованію капитала, когда дана величина пожизненной ренты, за счетъ которой пріобрѣтается страхуемый на случай смерти капиталъ. Моментъ оставленія службы, т. е. моментъ выхода изъ состава служащихъ, аналогиченъ моменту смерти, а потому пенсія должна быть такъ же связана съ этимъ моментомъ оставленія службы, какъ выдача страхового капитала связана съ моментомъ смерти.

§ 4. Связь роста жалованья съ денежнымъ ростомъ. Наблюденіе надъ измѣненіемъ жалованья съ годами службы показываетъ, что оно возрастаетъ такъ же, какъ растутъ денежные ренты отъ начисленія процентовъ, при чемъ ростъ жалованья съ годами совершается изъ опредѣленнаго процента, который, что всего замѣчательнѣе, въ среднемъ очень близокъ къ нормальному проценту денежнаго роста, такъ что ростъ жалованья, въ общемъ, мало чѣмъ отличается отъ роста капитала. Если бы эта гипотеза подтвердилась

дальнѣйшими наблюденіями, то для пенсій она дала бы принципиальное основаніе, такъ какъ тогда пенсія вытекаетъ изъ жалованія на основаніи тѣхъ же соображеній, по которымъ изъ пожизненныхъ рентъ возникаютъ капиталы страхованія на случай смерти: уплата жалованья post—а не prae—numerando даетъ достаточное основаніе для выдачи пенсій изъ тѣхъ процентовъ, которые получаютъ, какъ разница жалованья prae—и post—numerando, подобно тому, какъ разность двухъ пожизненныхъ рентъ prae—и post—numerando даетъ возможность уплачивать капиталъ въ случаѣ смерти.

§ 5. Постоянство процента отчисленія должно вытекать изъ условій пенсіонирования. Такимъ образомъ произвольность процента отчисленія на пенсіи, допускаемая въ принципѣ тѣми типами пенсій, которые отождествляютъ пенсіи съ пожизненными рентами, есть признакъ недостаточной обоснованности этихъ пенсій. Наоборотъ, допущеніе аналогіи между пенсіями и страховымъ капиталомъ оказывается настолько правильнымъ, что позволяетъ установить точно, по данному жалованью, процентъ отчисленія, потребный на пенсіи, при опредѣленной и постоянной связи между пенсіями и жалованьемъ, которой нѣтъ въ пенсіяхъ съ произвольнымъ отчисленіемъ.

Итакъ, основное положеніе пенсіонирования заключается въ требованіи, чтобы процентъ отчисленія на пенсіи изъ жалованья былъ постоянный и опредѣлялся изъ условій пенсіонирования, а не имѣло мѣсто обратное положеніе—опредѣленія размѣра пенсій по отчисленію, потому что въ этомъ случаѣ это—не пенсіи, а пожизненные ренты, въ образованіи которыхъ учрежденіе не можетъ быть заинтересовано, а также потому, что при произвольномъ процентѣ отчисленія возможно установить выдачи не за службу, а за дожитіе до извѣстнаго возраста, каковое явленіе для пенсіонирующаго учрежденія не можетъ представлять ни малѣйшаго интереса.

§ 6. Произвольное установленіе процента отчисленія неправильно. Г. Преображенскій (П. К. 1901) утверждаетъ: «хотя болѣе точное опредѣленіе размѣра ежегоднаго взноса для обезпеченія пенсій служащихъ требуетъ собиранія и подробной разработки данныхъ службы при городскихъ управленіяхъ, но уже изъ тѣхъ данныхъ, которыя были сообщены изъ канцеляріи Думы, можно видѣть, что размѣръ годового взноса отъ служащихъ и отъ Думы вмѣстѣ долженъ равняться по крайней мѣрѣ 12%, чтобы обезпечить служащему за 30 лѣтъ службы пенсію, равную среднему окладу его жалованья за все время службы». Это утвержденіе 12% вычета такъ и осталось ничѣмъ не подкрѣпленнымъ и ни на чемъ не обоснованнымъ и вошло въ проектъ устава, выработаннаго новою Пенсіонною Коммиссіею, какъ нѣчто безспорное и не требующее разсчета.

§ 7. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ РАЗСЧЕТЫ ПРОЦЕНТА ОТЧИСЛЕНІЯ НА ПЕНСИИ.

Исходя изъ самыхъ простыхъ соображеній можно считать, что 12% есть чрезвычайный расходъ на пенсіи, есть тотъ предѣлъ, котораго этотъ расходъ можетъ достигать только въ исключительномъ случаѣ, при полной индивидуализаціи взносовъ на пенсію, при абсолютной прочности службы: дѣйствительно, стоимость ежегодныхъ отчисленій въ 1 руб. черезъ 30 лѣтъ при 4% ростѣ равна 58 руб., вѣроятность прожить въ теченіе 30 лѣтъ приблизительно 0,6, слѣдовательно эти 58 р. для 0,6 получающихъ пенсію, составляютъ на каждого $58:0,6=97$ р., тогда какъ для обезпеченія пенсіи въ 1 руб. 60-ти-лѣтнему, какимъ въ среднемъ можетъ быть прослужившій 30 лѣтъ, нужно только $9\frac{1}{2}$ руб., а потому процентъ отчисленія по самому грубому расчету, во всѣхъ отношеніяхъ преувеличенному, и игнорирующему прочность службы, есть только $9\frac{1}{2}:97=0,10$ или 10%. Если даже принять ту, никакими наблюденіями не подтверждаемую высокую прочность службы, которую находить возможнымъ выставить г. Преображенскій (П. К. 1901 стр. 10), утверждающій прочность службы въ 33%, включая въ нее смертность, тогда какъ г. Малешевскій допускаетъ только 5% (М. т. II гл. II стр. 282), то даже такая слабая непрочность все же понижаетъ число выходящихъ на пенсію съ 0,6 до 0,3, т. е. почти вдвое, что уменьшаетъ расходъ на пенсіи, вычисленный выше, также вдвое, т. е. вмѣсто 0,10 съ рубля жалованья онъ долженъ считаться въ $0,10:2=0,05$ или 5%, какъ и принималъ Ресницкій, а не 12%, какъ утверждаетъ г. Преображенскій.

Другое столь же простое соображеніе показываетъ, что процентъ отчисленія на пенсіи, предлагаемый новою Пенсіонной Коммиссіею, безъ достаточныхъ основаній, преувеличенъ. Дѣйствительно, самое большое число пенсіонеровъ, которое можетъ выйти изъ числа N служащихъ, по соображеніямъ, указаннымъ Text-Book стр. 58, при допущеніи начальнаго возраста въ 30 лѣтъ и выхода на пенсію черезъ 30 лѣтъ, есть $0,35 N$. Если пенсія за 30 лѣтъ службы назначена въ размѣрѣ Π_n каждому, то расходъ на пенсіи, при вполнѣ установившемся составѣ пенсіонеровъ, который можетъ образоваться только черезъ 40 лѣтъ, отъ начала выхода первой группы, будетъ самое большее

$$\Pi_n \times 0.35N$$

когда какъ общее жалованье всѣхъ N служащихъ, полагая въ среднемъ жалованье каждаго $\mathcal{H}_c$ есть

$$\mathcal{H}_c N$$

а потому процентъ отчисленія на пенсіи r опредѣляется изъ уравненія

$$r\mathcal{H}_c N = 0.35\Pi_n N$$

$$r = 0.35 \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c}$$

и, полагая пенсію Π_n равной среднему жалованью $ж_c$,

$$r=0.35$$

или 35%, т. е. не принимая въ расчетъ денежнаго роста ни на взносы ежегодные въ теченіе 30 лѣтъ, до выхода на пенсію, ни на пенсионный капиталъ, который образуется въ теченіе 40 лѣтъ, пока число пенсионеровъ достигаетъ полного комплекта, возможнаго при данномъ числѣ служащихъ N , можно считать отчисленія и пенсіи не превышающими 35%.

Принимая же во вниманіе проценты на ежегодные взносы r въ теченіе 30 лѣтъ и беря современную стоимость всѣхъ расходовъ на пенсію въ теченіе 40 лѣтъ, получимъ

$$r ж_c N \sum_{0}^{30} (1+i)^m = 0.35 \Pi_n N \sum_{0}^{40} v^m$$

но, при 4% ростѣ,

$$\sum_{0}^{30} (1+i)^m = 58 \quad \sum_{0}^{40} v^m = 19$$

откуда

$$r = 0,35 \frac{19}{58} = 0,35 \times 0,33 = 0,12,$$

т. е. около 12%, что близко къ найденной выше другимъ способомъ величинѣ процента отчисленія, а принимая прочность службы, хотя бы ту, которую признаетъ Коммиссія, т. е. 0,33, подобно предыдущему, найдемъ процентъ отчисленія, приблизительно, 6%.

Въ только что разсмотрѣнномъ случаѣ мы опредѣлили процентъ отчисленія на пенсіи въ 12% или, при прочности службы, принимаемой Коммиссіей, — въ 6%, не вводя въ расчетъ никакихъ пожизненныхъ рентъ.

§ 8. Расчетъ Ресницкаго. Въ дѣйствительности, задача вычисленія процента отчисленія на пенсіи много сложнее того простаго и грубаго расчета, который мы привели, потому что зависимость его отъ различныхъ условій пенсионированія не такъ проста, какъ можно думать сначала и какъ думалъ Ресницкій, но эту зависимость Ресницкій признавалъ, а потому какъ ни былъ грубъ его приѣмъ вычисленія процента отчисленія на пенсіи, онъ все же ближе къ истинѣ, чѣмъ расчеты г. Преображенскаго, предполагающаго, въ сущности, отсутствіе какой-либо опредѣленной зависимости между процентомъ отчисленія на пенсіи и жалованьемъ и допускающей произвольную величину для этого отчисленія въ размѣрѣ 12%, авторитетно, но голословно утверждая, что «размѣръ годового взноса отъ служащихъ и Думы вмѣстѣ долженъ равняться, по крайней мѣрѣ, 12%». Конечно, при отождествленіи пенсій съ пожизненными рентами, не требуется дѣлать ка-

кихъ-либо расчетовъ процента отчисленія на пенсіи, такъ какъ изъ всякаго отчисленія—это можно утверждать à priori—въ концѣ концовъ получится какая-нибудь пожизненная рента, если, впрочемъ, забыть одно важное обстоятельство: на сколько данное число пенсионеровъ способно осуществить тѣ среднія величины пожизненныхъ рентъ, которыя, какъ говоритъ теорія, могутъ оправдаться только при достаточномъ числѣ выходящихъ на пенсію. Съ этимъ очень важнымъ предостереженіемъ противъ пенсионирования пожизненными рентами и особенно противъ индивидуализаціи такого пенсионирования, вовсе не считается г. Преображенскій, хотя она главную ошибку Ресницкаго видитъ въ томъ, «что результаты получены не на основаніи матеріала, даваемого городскою службою, а на основаніи матеріала совершенно произвольнаго».

Ресницкій, дѣлавшій расчеты en bloc, стремившійся установить только средній размѣръ отчисленія на пенсіи и не допускавшій по-этому никакой индивидуализаціи взносовъ на пенсіи, смотрѣвшій на эти взносы, какъ на обязательное пособіе служащихъ городу въ дѣлѣ пенсионирования, безъ котораго городъ не считаетъ себя обязаннымъ выдавать и самыя пенсіи,—вовсе не имѣлъ особенной нужды пользоваться въ своихъ расчетахъ тѣми матеріалами, которые даетъ городская служба, тѣмъ болѣе, что такого матеріала тогда также не было, какъ почти нѣтъ его и теперь. Ресницкій велъ свои расчеты, основываясь на тѣхъ среднихъ данныхъ, которыми опредѣляются элементы пенсионирования вообще, и только приравнивалъ ихъ къ составу даннаго учрежденія, заботясь объ устраненіи явныхъ несообразностей.

§ 9. Отсутствие научно-обоснованной теоріи пенсионирования. Пріемъ рѣшенія задачи Ресницкимъ чисто практическій, а не теоретическій, но Ресницкій и не стремился дать научныя обоснованія своей теоріи; г. Преображенскій, въ своихъ возраженіяхъ противъ расчетовъ Ресницкаго, ссылается на научную теорію пенсій, но не считаетъ нужнымъ указать на труды, въ которыхъ излагается теорія, признаваемая имъ научною, и не даетъ обоснованія своихъ расчетовъ даже въ такой элементарной формѣ, какъ это сдѣлалъ Ресницкій.

На сколько намъ извѣстно, существуетъ только научная теорія страхованія жизни, а въ отношеніи пенсій сдѣлано очень немного. Достаточно познакомиться съ трудомъ г. Малешевскаго, признаннаго у насъ въ пенсионномъ дѣлѣ авторитета чтобы видѣть, что до сихъ поръ вся теорія пенсій сводилась къ утвержденію тождества между пожизненною рентою и пенсіями и къ замѣнѣ пенсій пожизненными рентами при произвольныхъ взносахъ, такъ какъ отождествленіе пенсій съ пожизненными рентами не можетъ дать уравненія, опредѣляющаго размѣръ отчисленія на пенсіи. Затѣмъ, Soulier даетъ теорію пенсій, которая,

по сравненію съ теоріей г. Малешевскаго, есть шагъ впередъ и очень значительный, потому что устанавливаетъ зависимость между различными элементами пенсіонированія и даетъ уравненіе ликвидаціи пенсіонныхъ резервовъ; но въ отношеніи опредѣленія размѣра отчисленія на пенсію Soulier впадаетъ въ ту же ошибку, что допускаетъ Малешевскій, отождествляя пенсію съ пожизненными рентами, и упускаетъ изъ виду весь періодъ образованія пенсіонныхъ резервовъ, предполагая, что всѣ отчисленія попадаютъ немедленно въ пенсіонный фондъ, тогда какъ они имѣютъ возможность въ теченіе всего періода службы, до выхода на пенсію, возрастать отъ начисленія процентовъ; вводя въ свое уравненіе произвольное отчисленіе на пенсію и не замѣчая его произвольности, Soulier остается при убѣжденіи, что выведенное имъ соотношеніе есть уравненіе, тогда какъ оно является таковымъ только вслѣдствіе допущенной имъ ошибки, а въ дѣйствительности есть тожество ликвидаціоннаго періода, а не уравненіе.

Если бы по теоріи пенсій имѣлось что-нибудь заслуживающее вниманія, то, вѣроятно, это не было бы упущено изъ вида въ такихъ сводныхъ работахъ, какими являются сочиненія г. Малешевскаго и Soulier. Въ обыкновенныхъ же курсахъ по страхованію жизни пенсіямъ не удѣляется никакого вниманія или, если что и говорится, то только вскользь.

§ 10. Неосновательность возраженій противъ метода среднихъ величинъ. Прежде чѣмъ перейти къ изложенію нашего метода рѣшенія задачи пенсіонированія, мы должны указать еще на одно возраженіе, выдвигаемое г. Преображенскимъ противъ расчетовъ Ресницкаго. Г. Преображенскій не признаетъ метода среднихъ величинъ, примѣняемаго Ресницкимъ, и права обосновывать вычисленія на среднихъ величинахъ и въ то же время защищаетъ типъ страховыхъ кассъ. Возраженіе противъ употребленія среднихъ величинъ крайне своеобразно: «въ вычисленіяхъ пенсіонныхъ кассъ (т. е. такихъ, которыя вводитъ Ресницкій) постоянно приходится имѣть дѣло съ суммами произведеній. При употребленіи среднихъ величинъ результатъ былъ бы вѣренъ только тогда, когда значенія одного множителя одинаковы, а другого могутъ различаться. Но въ расчетахъ, дѣлаемыхъ г. Ресницкимъ, всегда значенія обоихъ множителей различны и даже весьма различны».

Трудно понять, слѣдствіемъ какихъ математическихъ положеній является столь неожиданное утвержденіе. Въ теоріи страхованія жизни, въ рентахъ на пережитіе, которыми пользуются и страховыя кассы, во вдовьихъ и сиротскихъ пенсіяхъ могутъ входить не только «два различныхъ и очень различныхъ множителя», но сколько угодно такихъ множителей и эти «различные и очень различные множители» есть вѣроятности дожитія, т. е. среднія величины.

Возраженіе противъ пользованія средними величинами и по существу несостоятельно. У г. Маркова въ «Исчисленіи конечныхъ разно-

стей» (стр. 100, задача 4) данъ примѣръ, который доказываетъ, что среднее арифметическое всякой функции одного аргумента при безконечномъ возрастаніи аргумента стремится къ определенному предѣлу, для вычисленія котораго достаточно произвести только (m) наблюдений, чтобы найти этотъ предѣлъ

$$\frac{y_0 + 2y_1 + 3y_2 + \dots + my_{m-1}}{m(m+1)}.$$

Конечно, чѣмъ больше число наблюдений, тѣмъ точнѣе будетъ предѣлъ, но уже изъ немногихъ наблюдений во всѣхъ случаяхъ, когда мы знаемъ, что искомая величина есть среднее арифметическое наблюдаемыхъ, возможно вычислить съ достаточною точностью ея величину.

Мало того, значеніе средняго арифметическаго, а слѣдовательно, метода среднихъ величинъ нашло свое приложеніе даже въ такомъ сложномъ математическомъ вопросѣ, какъ вопросъ объ умноженіи безконечныхъ рядовъ. У Borel «Leçons sur les series divergentes» (p. 87—88) мы находимъ указаніе на примѣненіе среднихъ величинъ въ умноженіи безконечныхъ сходящихся рядовъ, даже въ томъ случаѣ, когда они даютъ безконечный расходящійся рядъ, при условіи, чтобы средняя арифметическая послѣдовательнаго ряда суммъ этихъ членовъ, если обозначимъ черезъ S_n сумму (n) первыхъ членовъ, стремилась къ определенному предѣлу, т. е. чтобы

$$\frac{S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n}{n}$$

при безконечномъ возрастаніи (n) стремилось къ определенному предѣлу, вполне возможному на основаніи предыдущаго.

Но если методъ среднихъ величинъ имѣетъ въ математикѣ приложеніе въ такихъ широкихъ предѣлахъ, то тѣмъ болѣе онъ допустимъ для суммъ произведеній конечныхъ, которыя только и могутъ входить въ пенсіонные расчеты. Поэтому, можно утверждать, что среднія величины Ресницкаго, по недостатку данныхъ, далеки отъ истиннаго предѣла, и такое возраженіе заслуживало бы вниманія, хотя требовало бы провѣрки вычисленіемъ этихъ среднихъ величинъ по большому числу наблюдений, но нельзя оспаривать законность того метода, который лежитъ въ основѣ всего математическаго анализа.

§ 11. Распредѣленіе отчисленій по личнымъ счетамъ, какъ признакъ теоретической необоснованности операций пенсіонныхъ кассъ. Единственное объясненіе непонятнаго возраженія противъ пользованія методомъ среднихъ величинъ можно найти только въ томъ, что возраженіе направлено косвенно въ защиту индивидуализаціи взносовъ на пенсіи и спеціальнаго вычисленія пенсій для каждаго отдѣльнаго пенсіонера, каковой способъ при расчетѣ пенсій примѣняютъ обычныя страховыя кассы того типа, въ пользу котораго высказы-

вается Коммиссія. Однако, этотъ пріемъ распредѣленія всѣхъ взносовъ по личнымъ счетамъ участниковъ кассы, съ спеціальнымъ вычисленіемъ пенсіи каждаго участника, путемъ ежегоднаго наращенія всѣхъ взносовъ процентами денежнаго роста и процентомъ отъ смертности, не можетъ считаться образцовымъ пріемомъ вычисленія и не доказываетъ совершенство самаго метода; напротивъ, личными счетами прикрывается теоретическая необоснованность этихъ кассъ, благодаря которой онѣ должны вести личные счета, потому что въ общемъ не знаютъ, къ чему могутъ свестись ихъ расчеты, а потому кассы откупаются отъ обязательствъ, лежащихъ на нихъ, ежегодною ликвидациею каждаго обязательства.

Наше изслѣдованіе показываетъ, что распредѣленіе взносовъ есть только методъ рѣшенія задачи пенсіонированія, подобно тому какъ существуетъ методъ координатъ для построенія кривыхъ или подобно тому, какъ при постройкѣ зданія ставятся лѣса. Однако, никому не приходитъ въ голову мысль, для построенія кривой проводить координаты каждой точки, такъ какъ такая затѣя потребовала бы безплодной, бесконечной работы; равнымъ образомъ, ни одинъ архитекторъ не считаетъ нужнымъ оставить неубранными лѣса вокругъ зданія послѣ его постройки, а замѣняетъ ихъ настоящими ходами и лѣстницами.

Если бы теорія пенсіонированія страховыми пенсіями была вполне закончена и обоснована, пенсіоннымъ кассамъ не приходилось бы узаконять бесконечныхъ арифметическихъ упражненій въ умноженіи десятичныхъ дробей, для вычисленія пенсій съ точностью до миллионныхъ копѣйки, потому что пенсіонеру нужна пенсія, которая можетъ вычисляться съ точностью не большею, чѣмъ вычисляется жалованье, т. е. хотя бы и до пяти рублей. Въ лучшемъ случаѣ такія упражненія безцѣльны, въ худшемъ случаѣ сложностью ихъ прикрываются неправильности общей постановки пенсіонированія, что, какъ показываетъ наше изслѣдованіе, имѣетъ мѣсто въ этихъ страховыхъ пенсіяхъ.

Итакъ, отсутствіе среднихъ пенсій въ томъ типѣ страховыхъ пенсій, который предлагаетъ Коммиссія, не только не говоритъ въ пользу этого способа пенсіонированія, а напротивъ, указываетъ на теоретическую несостоятельность этого типа пенсій, вслѣдствіе которой эти кассы не могутъ дать общаго рѣшенія задачи пенсіонированія и ведутъ свои расчеты наугадъ, исходя изъ произвольнаго отчисленія на пенсіи, которое распредѣляютъ по личнымъ счетамъ ежегодно, для оправданія произвольныхъ и случайныхъ пенсій, которыя получаютъ при такомъ способѣ пенсіонированія.

Въ противность пенсіямъ типа, предлагаемаго новой Коммиссіею, мы центромъ тяжести всякой пенсіонной операціи считаемъ процентъ отчисленія на пенсіи и потому ставимъ задачу пенсіонированія такъ, чтобы она прежде всего отвѣчала на вопросъ, что можетъ стоить пенсіонированіе вообще, при какихъ условіяхъ оно мо-

можетъ стоить всего дешевле и можетъ быть обставлено всего проще. Типъ пенсій при такой постановкѣ задачи не предпринимается напередъ, потому что изъ всѣхъ возможныхъ способовъ пенсіонированія выбранъ, конечно, долженъ быть тотъ, который стоитъ всего дешевле, который проще другихъ и даетъ наибольшія гарантіи въ постоянствѣ процента отчисленія на пенсіи изъ жалованья, давая по истеченіи опредѣленнаго времени возможность выдавать пенсіи, не превышающія никогда средняго жалованья, а выдача досрочныхъ пенсій допускается съ такимъ расчетомъ, чтобы она не уменьшала прочности службы даннаго состава и не измѣняла установленнаго процента отчисленія на пенсіи.

III. Методы рѣшенія задачи пенсіонированія.

Исслѣдованіе методовъ страхованія жизни привело насъ къ убѣжденію, что отождествленіе пенсій съ пожизненными рентами и вообще съ элементами страхованія неправильно, и въ теоріи страхованія нельзя найти разрѣшенія вопроса о стоимости и способахъ пенсіонированія, такъ какъ операція страхованія жизни есть только частный случай коллективныхъ операцій, къ числу которыхъ относятся и пенсіи.

Общей теоріи коллективныхъ операцій нѣтъ, а потому строя теорію пенсій, какъ новый частный случай этихъ операцій, мы пользовались вполне изученнымъ случаемъ коллективныхъ операцій, какой представляетъ изъ себя операція страхованія жизни, и теоріею этихъ операцій, какъ образцомъ для построенія пенсій, стремясь обобщать всѣ положенія теоріи страхованія настолько, чтобы они могли быть приложены къ новому типу коллективныхъ операцій такихъ, какъ пенсіи.

Конечно, прежде всего намъ необходимо было отказаться отъ предвзятаго толкованія пенсій, какъ пожизненныхъ рентъ, которое съ особенною настойчивостью проводится г. Малешевскимъ и для котораго въ самомъ опредѣленіи пожизненныхъ рентъ въ томъ видѣ, какъ оно дается во всѣхъ курсахъ, излагающихъ теорію страхованія, мы не нашли никакихъ достаточныхъ основаній, напротивъ, скорѣе можно усмотрѣть аналогію между пенсіями и страховымъ капиталомъ.

§ 1. Идея метода пенсіонированія въ Текте-Вокъ и главные моменты пенсіонированія. Зерно, или идею пенсій можно найти въ Текте-Вокъ стр. 58—67, но, какъ это ни странно, въ курсѣ пенсій Малешевского, который представляетъ почти полный переводъ Текте-Вокъ безъ существенныхъ измѣненій, пропущены именно эти страницы, имѣющія къ пенсіямъ прямое отношеніе. На развитіе идеи пенсій, данной въ Текте-Вокъ, мы обратили особенное вниманіе и въ предыдущей главѣ показали, что исходя изъ этой идеи, на основаніи самыхъ элементарныхъ соображеній, можно составить вѣрное представленіе объ отношеніи числа пенсіонеровъ къ общему числу служащихъ, установить абсолютный максимумъ

отчисления на пенсіи въ 35%, не вводя денежнаго учета расходуемыхъ на пенсіи суммъ; принимая же во вниманіе денежный учетъ этихъ расходовъ, легко получить представленіе объ общихъ причинахъ, способствующихъ пониженію этого процента; такъ—допущеніе отчислений не съ момента образованія полнаго комплекта пенсіонеровъ, а съ момента болѣе ранняго, соотвѣтствующаго моменту вывода на пенсію каждой новой группы пенсіонеровъ, понижаетъ процентъ отчисленія до 24%, а отнесеніе начала производства расходовъ къ еще болѣе раннему моменту—къ моменту начала службы каждой группы вновь вступающихъ—понижаетъ процентъ отчисленія до 5%; эти числовыя величины предполагаютъ начальный возрастъ въ 30 лѣтъ и продолжительность выслуги полной пенсіи, въ размѣрѣ средняго жалованья, въ 30 лѣтъ, при 4% денежнаго роста и при допущеніи абсолютной прочности службы. Слѣдовательно, процентъ отчисленія на пенсіи можетъ измѣняться и при абсолютной прочности службы въ предѣлахъ отъ 5% до 35% для обычныхъ условій пенсіонированія, въ зависимости отъ того, съ какимъ моментомъ связывается начало отчисленія на пенсію, и такихъ моментовъ три: 1) *моментъ поступленія на службу*, 2) *моментъ выхода на пенсію* и 3) *моментъ прекращенія пенсіи*.

§ 2. Два періода пенсіонированія. Этими моментами опредѣляются два періода: 1) *періодъ образованія пенсій, или эмеритальный*, начинается отъ момента поступленія на службу и продолжается до момента вывода на пенсію всего состава одного и того же года поступленія; этотъ періодъ совпадаетъ съ періодомъ образованія полнаго состава служащихъ, возможнаго при данномъ числѣ вновь вступающихъ, а также съ періодомъ полнаго обновленія всего состава служащихъ и 2) *періодъ ликвидаціи пенсій, или пенсіонный періодъ*, предполагая выводъ на пенсію только за выслугу одного срока, начинается съ момента выхода первой группы пенсіонеровъ и продолжается до момента полнаго вымиранія этой группы; этотъ періодъ совпадаетъ съ періодомъ образованія изъ каждой группы пенсіонеровъ полнаго комплекта ихъ, а также съ періодомъ полнаго обновленія всего состава пенсіонеровъ, образуемаго ежегоднымъ пополненіемъ его вновь выходящими на пенсію, въ одномъ и томъ же постоянномъ числѣ, при установившемся составѣ служащихъ, создающемъ всегда и установившійся составъ пенсіонеровъ.

§ 3. Специальныя пенсіонныя ренты. Общее изслѣдованіе условій пенсіонированія показало, что съ каждымъ періодомъ связаны характеризующія ихъ тожества, которыя выражаютъ спеціальныя ренты пенсіонированія, какъ будетъ показано далѣе. Уравненіе этихъ тожествъ, при помощи умноженія каждаго изъ нихъ на подлежащихъ произвольныхъ множителей, приводитъ къ опредѣленію процента отчисленія на пенсію различнаго типа; типъ же пенсій зависитъ отъ способа урав-

ненія, т. е., опредѣленіе типа пенсій связано съ возможностью уравненія этихъ тожествъ при различныхъ условіяхъ.

Въ идеѣ этотъ методъ рѣшенія задачи пенсіонированія одинаковъ съ методомъ рѣшенія задачи страхованія жизни, потому что методъ резервированія страховыхъ полисовъ есть не что иное, какъ методъ уравненія тожествъ съ помощью произвольныхъ величинъ такихъ, какъ абсолютная величина страховой преміи и абсолютная величина страхового капитала.

На существованіе специальныхъ тожествъ, связанныхъ съ двумя періодами пенсіонированія, навело насъ изслѣдованіе Soulier, который въ своей теоріи пенсій выводитъ уравненіе для періода пенсіонированія, хотя и даетъ ему не вполне правильное истолкованіе по причинамъ, которыя были указаны уже выше. Такъ какъ главная ошибка Soulier заключается въ пропускѣ періода образованія пенсіонныхъ резервовъ и допущеніи поступленія всѣхъ взносовъ на пенсію въ пенсіонный фондъ, отчего расходъ на пенсіи оказывается неучтеннымъ за весь періодъ образованія пенсій, мы, пользуясь его методомъ, исправили эту ошибку, учтя періодъ образованія пенсіонныхъ резервовъ и вывели уравненіе для этого періода. Но чтобы найти такое уравненіе для перваго періода пенсіонированія, какое Soulier вывелъ для втораго, мы должны были допустить распредѣленіе взносовъ на пенсіи ежегодно между всѣми служащими, не дѣлая относительно самаго размѣра этихъ взносовъ никакихъ частныхъ допущеній, т. е. не устанавливая никакого способа пенсіонированія и даже не предполагая условія обращенія пенсіи въ пожизненные ренты. Слѣдовательно, мы воспользовались распредѣленіемъ взносовъ на пенсіи по личнымъ счетамъ, какъ то допускаютъ пенсіонно-сберегательныя кассы—типа предлагаемаго новою Пенсіонною Коммиссіею, но обобщили это распредѣленіе, допустивъ, что съ каждымъ срокомъ службы связанъ опредѣленнаго размѣра взносъ на пенсію, хотя между этими взносами не устанавливаемъ сначала никакого опредѣленнаго соотношенія; словомъ, мы воспользовались допускаемымъ пенсіонно-сберегательными кассами распредѣленіемъ взносовъ на пенсіи между всѣми служащими, какъ методомъ, допустивъ его въ идеѣ и вводя это распредѣленіе, какъ принципъ, что сводится къ распредѣленію ежегодно, между всѣми служащими различныхъ сроковъ, всего отчисленія на пенсіи пропорціонально произвольнымъ, но напередъ установленнымъ долямъ, для каждаго срока службы. Такимъ образомъ, мы провели послѣдовательно тотъ принципъ, который допускаютъ пенсіонно-сберегательныя кассы, но проводятъ непоследовательно, не считая себя обязанными распредѣлять между участниками ежегодно все отчисленіе и всѣ доходы съ этихъ отчисленій, а допуская опредѣленіе доли каждаго въ теченіе службы посредствомъ произвольныхъ множителей правъ, неспособныхъ уравнивать всѣ средства кассы со всѣми правами наличнаго числа участниковъ.

§ 4. РАСПРЕДѢЛЕНІЕ ОТЧИСЛЕНІЙ НА ПЕНСИИ, КАКЪ МЕТОДЪ РѢШЕНІЯ ЗАДАЧИ ПЕНСИОНІРОВАНІЯ. Въ идеѣ способъ такого распредѣленія ежегоднаго отчисленія на пенсіи, между всѣми участниками, есть только способъ пропорціональнаго дѣленія, но послѣдовательное примѣненіе его дало намъ возможность вывести уравненіе образованія пенсій, аналогичное полученному Soulier для періода ликвидаціи. Какъ ни элементаренъ приѣмъ вывода уравненія образованія пенсій, онъ тѣмъ не менѣе привелъ къ установленію простой, но важной связи между элементами, опредѣляющими пенсіи: оказалось, что *ежегодное отчисленіе въ пенсіонный фондъ для выдачи изъ этого фонда пенсій, покрывается ежегоднымъ отчисленіемъ изъ жалованія и процентами съ капитала, который образуется въ теченіе періода образованія пенсій, изъ ежегодныхъ отчисленій изъ жалованія, при условіи, если выдача пенсій отсрочена на извѣстное число лѣтъ.*

На ряду съ этимъ уравненіемъ—уравненіе Soulier можетъ считаться выраженіемъ другого условія пенсионірованія, связаннаго съ правомъ обращенія пенсій въ пожизненные ренты, что создаетъ второй періодъ пенсионірованія—періодъ ликвидаціи пенсій: *ежегодный полный расходъ на пенсіи покрывается ежегоднымъ отчисленіемъ въ пенсіонный фондъ и процентами съ другого капитала, который образуется въ теченіе періода постепенной ликвидаціи пенсій, образующихся изъ ежегодныхъ отчисленій въ пенсіонный фондъ, такъ какъ періодъ ликвидаціи, естественно, растягивается на весь періодъ дожитія пенсионеровъ.*

Въ общихъ чертахъ весь ходъ пенсионірованія можно на основаніи этихъ двухъ положеній очертить въ немногихъ словахъ: при ежегодномъ отчисленіи въ теченіе періода службы, образуется постоянный *эмеритальный* капиталъ, проценты съ котораго, вмѣстѣ съ ежегодными отчисленіями изъ жалованія, создаютъ резервы выходящихъ на пенсіи, которые, въ свою очередь, въ періодъ жизни пенсионеровъ образуютъ постоянный *пенсіонный* капиталъ, проценты съ котораго, вмѣстѣ съ ежегодно продолжающимся образованіемъ пенсіонныхъ резервовъ, покрываютъ всѣ расходы на пенсіи, когда таковыя достигаютъ своего максимума, т. е. при полномъ комплектѣ пенсионеровъ.

§ 5. РАВЕНСТВО МЕЖДУ ВКУПОМЪ СТАРОСЛУЖАЩИХЪ И КАПИТАЛОМЪ КАССЫ. Кромѣ того, изслѣдованіе періода образованія резервовъ приводитъ къ важному заключенію, относительно вкупа старослужащихъ: *вкупъ заключается между двумя предѣлами—минимальнымъ, равнымъ современной стоимости эмеритальнаго капитала, и максимальнымъ, равнымъ абсолютной стоимости этого же капитала, которая создается въ періодъ эмеритальный, или въ періодъ службы.*

§ 6. ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ОТЧИСЛЕНІЕ НА ДОСРОЧНЫЯ ПЕНСИИ. Наконецъ, третье положеніе, вытекающее изъ изслѣдованія періода образованія пенсій заключается въ томъ, что *за счетъ отчисленія на*

оплату пенсій одного срока можно производить досрочную выдачу пенсій только съ некоторымъ рискомъ, который тѣмъ меньше, чѣмъ меньше непрочность службы; а вообще досрочная выдача пенсій требуетъ дополнительнаго отчисленія на пенсіи, которое равно произведенію средней непрочности службы на эмеритальный капиталъ.

§ 7. Невозможность распредѣленія отчисленій на пенсіи безъ связи съ прочностью службы. Какъ ни важны, въ общемъ, всѣ эти положенія, тѣмъ не менѣе они не рѣшаютъ задачи пенсіонированія и не позволяютъ даже опредѣлить, что такое представляютъ изъ себя найденныя уравненія: дѣйствительно-ли они есть уравненія или—только тождества необходимо-ли образованіе обоихъ капиталовъ—эмеритального и пенсіоннаго,—или можно ограничиться уплатою процентовъ съ теоретической суммы этихъ капиталовъ; наконецъ, можно-ли считать капиталъ, величиною независимую отъ процента отчисленія? Всѣхъ этихъ вопросовъ однимъ методомъ распредѣленія взносовъ разрѣшить нельзя.

Допустивъ право обращенія пенсій въ пожизненныя ренты, что оказывается равносильнымъ замѣщенію однихъ произвольныхъ множителей, каковы доли въ общемъ отчисленіи за службу въ теченіе даннаго срока, другими произвольными множителями, каковыми, оказывается, должно считать ежегодныя ренты за выслугу того же срока службы,—мы нашли, что не всякое распредѣленіе взносовъ совместимо съ допущеніемъ обращенія пенсій въ пожизненныя ренты, а только такія распредѣленія, которыя удовлетворяютъ ряду вполне определенныхъ неравенствъ, зависящихъ отъ прочности службы.

Распредѣленіе пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, оказывается, не удовлетворяетъ этимъ необходимымъ неравенствамъ, а потому должно считаться рискованнымъ.

Напротивъ, допуская самую простую взаимную зависимость между долями или взносами за различные сроки службы, а именно, обратную пропорціональность ихъ: въ одномъ случаѣ—предѣльной, въ другомъ случаѣ—относительной прочности службы, мы получаемъ распредѣленія, совместимыя съ указанными неравенствами и опредѣляющія два типа пенсій, изъ которыхъ первый связанъ съ временными пожизненными рентами, а второй съ обыкновенными денежными рентами. Слѣдовательно, связь отчисленія на пенсіи съ вѣроятностью дожитія достаточна, но не необходима, потому что возможна и достаточна связь его съ обыкновенными денежными рентами, но связь взносов на пенсіи, а потому и самихъ пенсій съ прочностью службы, если и нельзя считать необходимою, то во всякомъ случаѣ она достаточна для правильнаго и при томъ простѣйшаго рѣшенія задачи пенсіонированія: «le rapport de dépendance la plus facile à saisir est la simple proportionnalité» (Du Bois-Reymond «Théorie générale des fonctions» p. 112). Конечно, если возможно установить такую простую зависимость, то едва-ли есть основаніе искать или допускать болѣе сложную.

Наконецъ, изслѣдованіе указанныхъ выше частныхъ способовъ пенсіонированія показываетъ, что въ первомъ случаѣ, связанномъ съ предѣльною прочностью службы, уравненіе образованія пенсій, или эмеритальное, оказывается въ предѣлѣ тождествомъ, а во второмъ случаѣ, связанномъ съ относительною прочностью, то же эмеритальное уравненіе—безусловно тождество, вытекающее изъ болѣе простаго элементарнаго тождества, которое затѣмъ, въ изслѣдованіи дальнѣйшемъ, получилось непосредственно. Мало того, нѣкоторыя преобразованія, ненарушающія элементарнаго тождества, позволяютъ вывести тождество, по виду очень близкое къ тому предѣльному тождеству, которое получилось въ первомъ случаѣ, и почти равносильное послѣднему, съ достаточною степенью приближенія его замѣняющее, но уже не вполне безусловное.

§ 8. ОБРАЗОВАНИЕ ПЕНСИОННЫХЪ КАПИТАЛОВЪ ВОЗМОЖНО, НО НЕ НЕОБХОДИМО. Такимъ образомъ, частные, простѣйшіе способы распределенія, удовлетворяющіе необходимымъ неравенствамъ, оказываются связанными съ прочностью службы или предѣльною, или относительною, и отвѣчающія этимъ распределеніямъ уравненія оказываются тождествами, что позволяетъ считать эмеритальный капиталъ производною функціею ежегоднаго отчисленія на пенсію, вслѣдствіе чего, капиталъ этотъ можно считать заключающимся въ самомъ отчисленіи и не имѣющимъ самостоятельнаго значенія: эмеритальный капиталъ можно реализовать, но можно ограничиться и начисленіемъ процентовъ съ теоретической величины этого капитала, потому что этотъ капиталъ остается всегда постояннымъ и неприкосновеннымъ, и реальное его существованіе не необходимо.

§ 9. Основное тождество пенсіонированія. Всего важнѣе превращеніе основного уравненія эмеритальнаго періода въ тождество и выводъ его изъ тождества элементарнаго, истолкованіе котораго не представляетъ ни малѣйшаго затрудненія: элементарное тождество, изъ котораго получаютъ уравненія эмеритальнаго періода, какъ слѣдствіе, выражаетъ, что *одинъ рубль, отсроченный уплатою на (n) лѣтъ, можетъ быть образованъ ежегоднымъ отчисленіемъ v^n и процентами съ капитала, который получается изъ этихъ ежегодныхъ отчисленій— iK , гдѣ i —*

процентъ денежнаго роста, $v = \frac{1}{1+i}$, $K = v^n C_{n-1}$ и $C_{n-1} = \sum_{0}^{n-1} (1+i)^m$,

откуда основное тождество пенсіонированія:

$$1 = v^n + v^n \sum_{0}^{n-1} (1+i)^m$$

§ 10. Одно распределеніе не даетъ гарантіи безовидности пенсіонной операціи. Но коль скоро эмеритальное уравненіе есть только тождество

во,—оно удовлетворяется при всякомъ значеніи процента отчисленія на пенсіи, поэтому, при допущеніи какого-либо распредѣленія взносовъ на пенсіи, процентъ отчисленія на пенсіи можетъ быть произвольнымъ, и величина его опредѣляется изъ того условія, чтобы пенсія за крайній срокъ службы была удовлетворительна; но изъ такого условія можно опредѣлить только достаточное отчисленіе, но нельзя быть увѣреннымъ въ томъ, что оно не болѣе необходимаго, и *распредѣленіе взносовъ не даетъ еще гарантіи безобидности операціи пенсіонирования въ цѣломъ.*

§ 11. Коллективное начало въ пенсіяхъ. Въ виду того, что *значеніе условій распредѣленія взносовъ на пенсіи между служащими даетъ возможность опредѣлить достаточный, а не необходимый процентъ отчисленія изъ жалованья на пенсіи*, мы попытались опредѣлить процентъ отчисленія на пенсіи независимо отъ какого-либо распредѣленія, допуская распредѣленіе въ идеѣ, но не формулируя его; такимъ идейнымъ распредѣленіемъ является постановка пенсій на коллективныхъ началахъ, аналогичныхъ тѣмъ, которыя примѣняются въ теоріи страхованія жизни.

Изслѣдуя понятіе о коллективныхъ операціяхъ вообще, установивъ отличіе этихъ операцій отъ обыкновенныхъ денежныхъ операцій и убѣдившись, что страхованіе жизни есть коллективная операція, зависящая отъ вѣроятности дожитія, тогда какъ *пенсіонированіе есть коллективная операція, зависящая отъ вѣроятности пребыванія въ составѣ служащихъ*, мы вывели, какъ слѣдствіе изъ самаго опредѣленія коллективной операціи, то положеніе, что *на индивидуальныя взносы, т.е. взносы до востребованія, не подлежащіе распредѣленію между всѣми, остающимися къ извѣстному сроку, участниками какой-либо операціи, можно начислять только денежный процентъ роста и для какого-либо большаго умноженія индивидуальных взносовъ нѣтъ ни малѣйшаго основанія.*

§ 12. Установленіе опредѣленнаго срока завершенія пенсіонной операціи. Кромѣ того, всякая коллективная операція не можетъ быть безсрочною, а должна быть связана съ опредѣленнымъ срокомъ завершенія ея, такъ какъ *при отсутствіи срока для завершенія коллективной операціи возможна экспропріація части взносовъ въ пользу самой кассы или учрежденія, выдающаго пенсіи*, и отсутствіе установленнаго срока для завершенія коллективной операціи не даетъ возможности установить предѣлъ для возрастанія индивидуальной доли въ коллективной операціи и создаетъ операцію съ неопредѣленной преміею, тогда какъ неопредѣленность преміи (contribution) противорѣчитъ коллективному началу и только по недоразумѣнію могутъ явиться желающіе нести произвольную или неопредѣленную контрибуцію въ коллективной операціи.

Затѣмъ, мы показали, что при установленіи предѣльнаго срока, для полученія полной индивидуальной доли изъ коллективныхъ средствъ, возможно допускать и досрочную выдачу этой доли съ такимъ учетомъ ея, чтобы *произведеніе досрочной индивидуальной доли на число участниковъ операціи къ этому сроку было величиною постоянною.*

§ 13. Аналогія между пенсією и страховымъ капиталомъ Установивъ главнѣйшія положенія, опредѣляющія коллективную операцію, мы по аналогіи со страховымъ капиталомъ опредѣлили *пенсію какъ капиталъ, который выдается только въ случаѣ оставленія службы на какомъ-либо году.*

Выдача этого капитала связана съ вѣроятностью, поступивъ на службу, дослужить до извѣстнаго срока и затѣмъ оставить службу по истеченіи этого срока. Таблица прочности службы даетъ возможность опредѣлить эту вѣроятность такъ же, какъ таблицы смертности даютъ возможность опредѣлить вѣроятность, связанную съ выдачею капитала въ случаѣ смерти.

Но въ послѣднемъ случаѣ обыкновенно предполагается выдача одного и того же капитала на всякомъ году смерти, тогда какъ размѣръ пенсій предполагается различнымъ для каждаго срока службы; идею этого различія мы можемъ указать въ Texte-Book, стр. 137, §§ 93—94. Пользуясь таблицею прочности службы, возможно составить коммутаціонныя числа, аналогичныя таковымъ же числамъ, составленнымъ изъ таблицъ смертности, и пользуясь этими коммутаціонными числами, при данномъ денежномъ ростѣ и данной прочности службы, возможно вычислить премію по страхованію пенсій совершенно аналогично съ тѣмъ, какъ вычисляется премія по страхованію жизни.

§ 14. Коренное различіе между штатомъ служащихъ и общимъ числомъ доживающихъ. При такой постановкѣ задачи опредѣленія стоимости пенсіонированія, съ особенною ясностью выступаетъ на видъ существенное различіе между пенсіонированіемъ, которое связано съ ограниченнымъ составомъ, и страхованіемъ жизни, для котораго составъ участниковъ можетъ предполагаться неограниченнымъ. Дѣйствительно, *доступъ въ число участниковъ страхованія жизни вполне свободный* и съ вѣроятностью поступленія въ число участниковъ страхованія нѣтъ надобности считаться, потому что она абсолютная; но совсѣмъ иначе дѣло обстоитъ по отношенію пенсіонированія: *здѣсь доступъ въ число служащихъ ограниченъ штатомъ служащихъ*, и для поступленія на службу недостаточно одного желанія, а необходимо ждать вакансій, вѣроятное число которыхъ всегда меньше единицы и выражается отношеніемъ всего числа вновь вступающихъ къ общему числу служащихъ. Слѣдовательно, между штатомъ служащихъ и контингентомъ, образующимся изъ всего числа доживающихъ въ теченіе даннаго періода, есть существенная разниа: составъ доживающихъ при данной смертности опредѣляется исключительно числомъ рождающихся, но число рожда-

ющихся, вообще говоря, не опредѣляется числомъ умирающихъ, и чья-либо смерть сама по себѣ никого породить не можетъ; совершенно обратное имѣетъ мѣсто въ ограниченномъ составѣ служащихъ, потому что здѣсь составъ, при данной непрочности, опредѣляется исключительно числомъ оставляющихъ службу, а число вновь вступающихъ опредѣляется точно числомъ оставляющихъ службу, такъ какъ на мѣсто каждого оставляющаго службу тотчасъ же вступаетъ новый служащій. Въ составѣ доживающихъ и въ штатѣ служащихъ направленіе совершающихся измѣненій какъ бы прямо противоположное: въ составѣ доживающихъ это—паденіе или теченіе, совершающееся въ одномъ направленіи съ постояннымъ ускореніемъ, тогда какъ въ штатѣ служащихъ совершается круговоротъ или періодическія колебанія, стремящіяся стать равномерными. Въ виду такого существеннаго и глубокаго различія во всемъ ходѣ измѣненій штата служащихъ, по сравненію съ ходомъ измѣненія въ числѣ доживающихъ, замѣна таблицы прочности службы таблицею дожитія представляется всегда малоосновательною, даже какъ первое приближеніе. Единственно, что даетъ еще нѣкоторое основаніе для подстановки одной таблицы на мѣсто другой, это то обстоятельство, что измѣненія въ штатѣ слагаются подъ дѣйствіемъ двухъ причинъ, какъ прочности службы, такъ и вѣроятности дожитія, при чемъ послѣдняя причина неустранима; но все же для того, чтобы имѣть основаніе замѣнить прочность службы одною вѣроятностью дожитія, надо, чтобы непрочность службы была очень незначительна, тогда какъ въ дѣйствительности имѣетъ мѣсто скорѣе обратное: по сравненію съ непрочностью службы смертность есть величина въ нѣсколько разъ меньшая. Слѣдовательно, *замѣна прочности службы вѣроятностью дожитія нельзя считать правильнымъ, даже какъ первое приближеніе, и въ сущности такая замѣна равносильна допущенію непрочности службы, равной вѣроятности смерти, что вело бы къ преувеличенію расхода на пенсіи въ нѣсколько разъ, еслибы не было нѣкоторыхъ другихъ причинъ, до известной степени ослабляющихъ невыгоду такого допущенія.*

§ 15. Методъ страхованія жизни въ примѣненіи къ пенсіонированію. Вводя на мѣсто вѣроятности дожитія прочность службы, мы, пользуясь методами теоріи страхованія жизни, *приходимъ къ опредѣленію пенсіи, какъ современной стоимости капитала, слагающагося изъ дисконтированныхъ чиселъ оставляющихъ службу, какъ страховой капиталъ въ современной стоимости его слагается изъ дисконтированныхъ чиселъ умирающихъ.* Поэтому, если и возможно уподобленіе между элементами пенсіонированія и страхованія жизни, то, оказывается, такое уподобленіе возможно между пенсіею и страховымъ капиталомъ, а не пенсіею и пожизненною рентою, номинальное тожество которыхъ такъ настойчиво проводить въ практику г. Малешевскій.

Вводя понятіе о *среднемъ жалованіи*, отвѣчающемъ различнымъ срокамъ службы и представляющемъ изъ себя величину жалованья слу-

жащихъ одного срока службы, дѣленную на число служащихъ этого срока, мы получаемъ возможность установить аналогію между этимъ среднимъ жалованьемъ и пожизненными рентами, потому что вѣроятность получить среднее жалованье на какомъ-либо году службы такъ же зависитъ отъ прочности службы, какъ вѣроятность получить пожизненную ренту на какомъ-либо году жизни связана съ вѣроятностью дожитія до этого года, и приходимъ къ опредѣленію, что современная стоимость всего жалованья, которое предстоитъ уплатить служащему въ теченіе всей его службы, есть математическое ожиданіе всѣхъ платежей жалованья за всѣ возможные сроки службы. Поэтому оказывается, что уподобленіе возможно между среднимъ жалованьемъ и пожизненною рентою, а не между послѣднею и пенсіею.

Наконецъ, подобно тому, какъ премія по страхованію капитала на случай смерти опредѣляется отношеніемъ современной стоимости этого капитала къ современной стоимости пожизненной ренты, пенсіонная премія опредѣляется отношеніемъ современной стоимости пенсіи на каждаго служащаго къ современной стоимости жалованья, которое служащій имѣетъ вѣроятность получить за все время службы, при условіи выдачи пенсіи за всякій срокъ службы въ опредѣленномъ, напередъ для каждаго срока службы установленномъ, размѣрѣ и независимо отъ того, вслѣдствіе какой причины послѣдовало оставленіе службы, хотя бы и вслѣдствіе смерти. Когда даны пенсіи для всѣхъ сроковъ службы, т. е. установленъ размѣръ капитала, выдаваемого при оставленіи службы на какомъ-либо году, при чемъ размѣръ пенсіи за каждый срокъ службы долженъ по соображеніямъ, указаннымъ выше, находится въ извѣстномъ, опредѣленномъ отношеніи къ пенсіи за выслугу послѣдняго срока службы; когда извѣстенъ изъ наблюденій ходъ измѣненія средняго оклада жалованья и составлены таблицы коммутаціонныхъ чиселъ, соотвѣтствующихъ данной прочности службы,—то оказывается вполне возможнымъ установить и премію, соотвѣтствующую данному отношенію между пенсіями различныхъ сроковъ.

§ 16. Законъ возрастанія средняго жалованья въ геометрической прогрессіи и его значеніе въ теоріи пенсіонирования. Наблюденія надъ измѣненіемъ средняго жалованья съ годами службы, произведенныя надъ составомъ желѣзнодорожныхъ служащихъ, дали чрезвычайно интересные и важные результаты; оказывается, что среднее жалованье возрастаетъ прогрессивно съ годами службы, и знаменатель геометрической прогрессіи въ среднемъ постоянный и близокъ къ 4%, т. е. къ проценту нормальнаго денежнаго роста. (М. П. С.—стр. 24). Этотъ результатъ, полученный изъ ряда наблюденій, довольно многочисленныхъ, за шесть лѣтъ съ 1895—1900 (число наблюденій самое меньшее 1895 г.—54.000 достигало въ 1900 г.—260.000), позволяетъ еще далѣе провести аналогію между среднимъ жалованьемъ и пожизненными рентами, потому что показываетъ, что начальное жалованье, подобно денежному капиталу, съ годами возрастаетъ такъ же, какъ

возрастаетъ отъ денежнаго роста неприкосновенный капиталъ, и даже абсолютная величина этого роста жалованья чрезвычайно близка къ нормальному денежному росту.

Если гипотеза отождествленія процента роста средняго жалованья съ денежнымъ ростомъ его можетъ быть признана слишкомъ поспѣшнымъ обобщеніемъ результатовъ немногихъ, а главное, частныхъ наблюдений, то, обратно, въ теоріи ничто не мѣшаетъ воспользоваться этимъ важнымъ указаніемъ опыта и, во-первыхъ, сопоставить вліяніе денежнаго роста съ ростомъ жалованья въ операціи пенсіонированія, а, во-вторыхъ, изслѣдовать частный случай, вполне допустимый, когда денежный ростъ пенсіонныхъ отчисленій предполагается производить въ размѣрѣ, равномъ росту средняго жалованья. Такое изслѣдованіе даетъ очень важныя указанія относительно вліянія индивидуализаціи взносовъ: *при индивидуализаціи взносовъ, если жалованье съ годами службы въ среднемъ возрастаетъ, пенсіонныя кассы терпятъ постоянный убытокъ, когда процентъ роста средняго жалованья больше процента денежнаго роста ихъ капиталовъ, и обратно, имѣютъ постоянную прибыль, если денежный ростъ постоянно больше роста жалованья.* Всякое же повышеніе роста жалованья, вызываемое повышеніемъ спроса на трудъ, остановить который не во власти пенсіонирующаго учрежденія, приноситъ кассѣ убытокъ, и потому индивидуализація взносовъ на пенсію всегда ведетъ къ тому, что *учрежденіе, пенсіонирующее на началахъ индивидуализаціи взносовъ, несетъ двойной убытокъ на жалованіи, будучи вынуждено вмѣстѣ со всѣми повысить оклады, а въ то же время теряетъ и часть пенсіонныхъ капиталовъ, отчего рано или поздно разоряется.*

§ 17. Различіе между премією пенсіонированія и процентомъ отчисленія изъ жалованія на пенсіи. Хотя при допущеніи прогрессивнаго роста жалованья и при установленіи процента денежнаго роста, равнаго проценту роста жалованья, вѣроятное жалованье оказывается равнымъ начальному жалованью, помноженному на среднее ожиданіе службы, вслѣдствіе чего вычисленіе пенсіонной преміи очень упрощается,—но мы не останавливаемся на этомъ, потому что ближайшее разсмотрѣніе показываетъ, что *пенсіонную премію нельзя отождествлять съ процентомъ отчисленія на пенсію,* и эти двѣ величины равны между собою только при исключительномъ условіи: при отсутствіи денежнаго роста и при абсолютной прочности службы, а въ общемъ случаѣ *отношеніе процента отчисленія на пенсіи къ преміи пенсіонированія равно отношенію вѣроятнаго жалованія всѣхъ служащихъ къ годовому окладу дѣйствительнаго жалованья.* Пользуясь этимъ соотношеніемъ, мы всегда можемъ отъ преміи перейти къ опредѣленію процента отчисленія на пенсіи и обратно. Однако, необходимо отмѣтить особенное значеніе этого отношенія: при равенствѣ денежнаго роста—росту жалованья, процентъ отчисленія на пенсіи находится къ преміи въ отношеніи об-

ратномъ отношеніи начальнаго жалованья къ среднему, откуда слѣдуетъ, что при равенствѣ начальнаго и средняго жалованья, т. е. при постоянствѣ оклада въ теченіе всей службы процентъ отчисленія на пенсіи равенъ преміи, такъ же какъ это имѣетъ мѣсто при абсолютной прочности службы и отсутствіи денежнаго роста; это совпаденіе процента отчисленія на пенсіи при отсутствіи денежнаго роста и при отсутствіи роста жалованья снова говоритъ въ пользу тѣсной связи между тѣмъ и другимъ ростомъ.

§ 18. Эмеритальное пенсіонированіе, не требующее вкупѣ старослужащихъ. Умѣя вычислить премію пенсіонированія при данной прочности службы и зная соотношеніе между преміею и процентомъ отчисленія, мы находимъ общее выраженіе для процента отчисленія на пенсіи, въ которомъ допускаемъ простѣйшее соотношеніе между пенсіями различныхъ сроковъ службы, заключающееся въ постоянствѣ современной стоимости пенсій различныхъ сроковъ службы, рассчитанныхъ на все число служащихъ этого срока, или, какъ принято говорить, допускаемъ равенство современной стоимости резервовъ различныхъ сроковъ службы, и получаемъ, при такомъ соотношеніи пенсій, очень простое выраженіе для вычисленія процента отчисленія на пенсіи, зависящее только отъ вѣроятности обновленія состава, современной стоимости резерва пенсій послѣдняго срока и непрочности службы за весь періодъ пенсіонированія. При вычисленіи этого процента отчисленія на пенсіи предполагается немедленная выдача пенсій за счетъ этого отчисленія и не предполагается никакого распредѣленія взносовъ, то мы этимъ путемъ пришли къ рѣшенію задачи пенсіонированія; слѣдовательно, при извѣстномъ отношеніи между пенсіями различныхъ сроковъ, оказывается возможнымъ производить выдачу пенсіи безъ вкупѣ и безъ образованія эмеритальнаго капитала; такія немедленныя пенсіи, не требующія образованія капитала эмеритальныхъ резервовъ, названы нами эмеритальными, въ отличіе отъ пенсій съ распредѣленіемъ взносовъ, отсроченныхъ и потому связанныхъ съ образованіемъ эмеритальнаго капитала, а для немедленнаго пенсіонированія требующихъ вкупѣ.

§ 19. Связь между эмеритальными и страховыми пенсіями. Изслѣдуя взаимныя соотношенія между эмеритальными и страховыми пенсіями, мы замѣчаемъ существованіе между ними взаимнаго соотвѣтствія: тѣ и другія требуютъ одного и того же процента отчисленія, но ежегодный расходъ эмеритальныхъ пенсій равенъ отчисленію, тогда какъ тотъ же расходъ страховыхъ пенсій больше отчисленія на проценты съ эмеритальнаго капитала, котораго нѣтъ въ немедленныхъ—эмеритальныхъ пенсіяхъ и который создается вслѣдствіе отсроченности пенсій страховыхъ. Но всего болѣе заслуживаетъ вниманія то соотношеніе, которое существуетъ между пенсіями

различныхъ сроковъ въ эмеритальномъ и страховомъ пенсіонированіи: пенсіи страховыя во столько же разъ больше эмеритальныхъ, во сколько ихъ ежегодный расходъ больше расхода эмеритальныхъ, т. е. за счетъ процентовъ съ эмеритальнаго капитала, образуемаго при страховомъ пенсіонированіи, пріобрѣтается возможность выдавать большаго размѣра досрочныя пенсіи, чѣмъ могутъ быть выдаваемы за счетъ того же отчисленія пенсіи эмеритальныя, причемъ пенсіи за выслугу крайняго срока службы, или полныя пенсіи, въ обоихъ случаяхъ имѣютъ одну и ту же величину.

За счетъ вкупѣ старослужащихъ страховыя пенсіи даютъ возможность производить выдачу досрочныхъ пенсій немедленно, въ размѣрѣ страховомъ, т. е. въ большемъ размѣрѣ, чѣмъ это возможно въ эмеритальныхъ пенсіяхъ.

Такимъ образомъ, *отсроченность страховых пенсій, составляемый ими эмеритальный капиталъ и необходимый въ этихъ пенсіяхъ вкупѣ для немедленнаго пенсіонированія въ результатѣ даютъ только возможность выдавать досрочныя пенсіи большаго размѣра, чѣмъ тѣ, которыя немедленно, безъ образованія какого-либо капитала и безъ вкупѣ, могутъ выдаваться въ эмеритальныхъ пенсіяхъ, при одномъ и томъ же процентѣ отчисленія на пенсіи того и другого рода.*

При такой взаимной связи между эмеритальными и страховыми пенсіями очевидно, что во всѣхъ случаяхъ, когда требуется немедленное пенсіонированіе, предпочтительнѣе пенсіи эмеритальныя, не требующія вкупѣ; тамъ же, гдѣ составъ служащихъ набирается постепенно, возможно принять типъ страховых пенсій, потому что онъ, при томъ же отчисленіи и при возможности отсрочить выдачу пенсій, даетъ право выдавать пенсіи въ большемъ размѣрѣ за счетъ процентовъ съ капитала, образующагося въ страховых пенсіяхъ, вслѣдствіе отсроченности этихъ пенсій.

Указанная выше взаимная связь между эмеритальными и страховыми пенсіями аналитически выражается основнымъ тождествомъ, которое было упомянуто выше; это тождество связываетъ два способа пенсіонированія и на основаніи его возможно аналитически вывести изъ эмеритальныхъ пенсій страховыя, а рядомъ простыхъ преобразованій того же тождества можно вывести и тѣ тождества, которыя получились, какъ слѣдствія пенсіонированія съ распредѣленіемъ взносовъ обратно пропорціонально предѣльной и относительной прочности службы.

§ 20. Дополнительное условіе обращенія пенсій въ пожизненныя ренты. Выдача эмеритальныхъ пенсій, такъ же какъ и страховыхъ, за всѣ сроки службы можетъ производиться единовременными уплатами, или въ формѣ капиталовъ; замѣна капиталовъ выдачъ ежегодными пожизненными платежами, т. е. обращеніе эмеритальныхъ и страховыхъ пенсій въ пожизненныя ренты, есть дополнительное и вовсе не необходимое условіе.

По соображеніямъ, изложеннымъ при самомъ опредѣленіи пенсій, замѣна единовременныхъ пенсій ежегодными пожизненными оказывается болѣе отвѣчающею интересамъ пенсіонирования, поэтому намъ надлежитъ изслѣдовать второй періодъ пенсіонирования, который связанъ съ ликвидаціею пенсіонныхъ капиталовъ.

§ 21. ЗНАЧЕНІЕ ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХЪ ПЕНСИОНІРОВАНИЕ ТОЖЕСТВЪ. Мы уже упоминали, что Soulier для періода ликвидаціи пенсіонныхъ капиталовъ вывелъ уравненіе, въ силу котораго расходъ на пенсіи покрывается ежегоднымъ отчисленіемъ и процентами съ капитала пенсіоннаго, образующагося изъ этихъ ежегодныхъ отчисленій. Съ нѣкоторыми поправками уравненіе Soulier можетъ считаться возможнымъ, но оно выведено въ предположеніи абсолютной прочности службы, а потому требуетъ обобщенія, кромѣ тѣхъ поправокъ, которыя необходимо внести въ это уравненіе даже для абсолютной прочности службы.

Исходя изъ основного тождества

$$1 = v^n + iv^n \sum_0^n (1+i)^m$$

мы легко выводимъ уравненіе Soulier, причемъ это уравненіе оказывается тождествомъ и періодъ ликвидаціи характеризуется специальнымъ тождествомъ, аналогичнымъ тѣмъ, которыя были установлены для періода эмеритальнаго; но періодъ эмеритальный можно охарактеризовать тождествами различнаго типа; тогда какъ тождество, характеризующее періодъ ликвидаціи, единственное.

Смыслъ характеризующихъ оба періода пенсіонирования тождествъ заключается въ томъ, что всякій расходъ, который отсроченъ или продолжается въ теченіе опредѣленнаго періода, можно выразить въ видѣ рентъ (пожизненной, временной или немедленной, или простой денежной) и въ процентахъ съ того капитала, который можетъ образоваться въ теченіе періода образованія или ликвидаціи этихъ рентъ.

§ 22. АНАЛОГІЯ ПЕНСИОННЫХЪ ТОЖЕСТВЪ СЪ КОМПЛЕКСНЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ. Этотъ способъ представленія абсолютнаго расхода по пенсіонированію въ теченіе каждаго періода имѣетъ большое сходство съ представленіемъ ирраціональных чиселъ съ помощью комплексныхъ величинъ, а два періода пенсіонирования характеризуются двумя сопряженными комплексами. Можно сказать, что денежный ростъ вноситъ въ пенсіонированіе нѣчто аналогичное ирраціональности и не позволяетъ выразить расходъ на пенсіи ни въ періодъ образованія пенсій, ни въ періодъ ликвидаціи ихъ съ помощью однѣхъ рентъ, а требуетъ учета процентовъ съ особой величины, которая называется капиталомъ. Хотя капиталъ и рента, вообще, связаны между собою, и капиталъ можно вычислить по рентѣ, но только при опредѣленномъ значеніи произвольнаго множителя, называемаго процентомъ,

который вноситъ радикальное измѣненіе въ направленіе расходованія пенсіонныхъ суммъ, вслѣдствіе котораго это направленіе теряетъ свою прямолинейность на подобіе того, какъ множитель $\sqrt{-1}$ ассоціируется съ измѣненіемъ направленія. На эту аналогію мы считаемъ необходимымъ указать въ виду того, что развитіе ея можетъ дать теоріи пенсій новое содержаніе и быть можетъ новые типы пенсій, такъ какъ, допуская между капиталомъ и рентами опредѣленную функціональную зависимость, можно рѣшить задачу пенсіонированія, исходя изъ иныхъ соображеній, и нѣсколько инымъ способомъ, чѣмъ сдѣлали мы, не допуская и не устанавливая никакой такой зависимости напередъ.

§ 23. Пенсіонныя тождества, какъ выраженія специальныхъ пенсіонныхъ рентъ. При денежномъ ростѣ, равномъ нулю, всѣ характеризующія пенсіонированіе тождества получаютъ предѣльные значенія, имѣющія то общее свойство, что они для денежнаго роста, равнаго нулю, даютъ среднее ожиданіе жизни для періода, къ которому относятся, или числовую величину самаго періода, а такъ какъ въ то же время они равняются тому, во что обращаются ренты при денежномъ ростѣ, равномъ нулю, и въ предѣлѣ отождествляются съ рентами, то среднее ожиданіе жизни, которое имѣетъ такъ мало приложенія въ страхованіи жизни и является величиною почти не утилизируемою при вычисленияхъ страхованія жизни,—въ пенсіонированіи получаетъ доминирующее значеніе, и на опредѣленіи средняго ожиданія жизни оказывается основанною вся задача пенсіонированія, сводясь къ раскрытію внутренняго значенія этого средняго ожиданія жизни. Самый терминъ «среднее ожиданіе жизни», требующій не мало оговорокъ и въ теоріи страхованія жизни, въ дѣлѣ пенсіонированія оказывается еще менѣе подходящимъ и, если бы не тождество величинъ, введенныхъ нами въ теорію пенсій и рѣшающихъ задачу пенсіонированія, съ величинами, получившими въ теоріи страхованія не совсѣмъ подходящее названіе «средняго ожиданія жизни»,—мы предпочли бы вовсе не употреблять этого термина, а замѣнили бы его названіемъ *предѣльная рента* или *пенсіонная рента*, принимая подъ этимъ названіемъ величину, въ которую обращается временная или немедленная пожизненная рента или обыкновенная денежная рента, когда денежный ростъ не имѣетъ мѣста. Эти предѣльные или пенсіонныя ренты могутъ быть временныя, немедленныя пожизненныя, каждыя *post-или prae-numerando* соотвѣтственно временной и немедленной пожизненной рентѣ *post-или prae-numerando* равнымъ образомъ, предѣльная, или пенсіонная рента можетъ соотвѣтствовать и денежной обыкновенной рентѣ.

На основаніи изложеннаго мы можемъ сказать, что *задача пенсіонированія оказывается связанною съ опредѣленіемъ величины предѣльных или пенсіонныхъ рентъ, въ функціи денежныхъ и пожизненныхъ*

рентъ и процентовъ съ тѣхъ капиталовъ, которые составляютъ, при постепенномъ образованіи или расходеваніи этихъ денежныхъ и пожизненныхъ рентъ.

§ 24. Стационарныя пенсіи. Тождество, характеризующее періодъ ликвидаціи пенсій, даетъ связь между всѣмъ расходомъ на пенсіи, при полномъ комплектѣ пенсіонеровъ, выражаемымъ пенсіонною рентою, эмеритальнымъ отчисленіемъ на пенсіи и процентами съ пенсіоннаго капитала, который составляется, въ періодъ ликвидаціи изъ продолжающихся эмеритальныхъ отчисленій. *Весь расходъ по выдачѣ пенсій, или вся пенсіонная рента, покрывается эмеритальнымъ отчисленіемъ и процентами съ пенсіоннаго капитала.* Отсюда естественно допустить прямое покрытіе этого вѣроятнаго расхода по выдачѣ пенсій на полный комплектъ пенсіонеровъ, непосредственно, безъ образованія пенсіоннаго капитала; подобно тому какъ вѣроятный расходъ по образованію пенсій покрытъ былъ непосредственно отчисленіемъ на пенсіи изъ жалованья, безъ образованія эмеритальнаго капитала; такое отчисленіе, нѣсколько большее по размѣру, но всегда возможное, опредѣляетъ новый способъ—*стационарнаго пенсіонирования*, безъ образованія какихъ-либо капиталовъ. *Процентъ отчисленія изъ жалованья на пенсіи при стационарномъ пенсіонированіи на основаніи соображеній, одинаковыхъ съ тѣми, которыя привели къ опредѣленію процента отчисленія эмеритальныхъ пенсій, долженъ быть равенъ отношенію вѣроятнаго расхода по уплатѣ всѣхъ пенсій полному комплекту пенсіонеровъ къ общему жалованью.* Простейшее же отношеніе между стационарными пенсіями различныхъ сроковъ службы опредѣляется тѣмъ же способомъ, какъ отношеніе эмеритальныхъ пенсій различныхъ сроковъ, и оказывается, что *отношеніе между стационарными пенсіями различныхъ сроковъ службы можетъ быть получено изъ отношенія эмеритальныхъ пенсій простою замѣною пожизненныхъ рентъ, входящихъ въ отношеніе эмеритальныхъ пенсій, соответственными предѣльными или пенсіонными рентами.*

§ 25. Аналитическій методъ рѣшенія задачи пенсіонирования. Наконецъ, исходя изъ характерныхъ для каждаго періода пенсіонирования тождествъ, опредѣляющихъ пенсіонныя ренты, мы аналитически установили всѣ возможные типы пенсій и вывели условія, которыми они опредѣляются, связавъ каждый типъ съ опредѣленнымъ процентомъ отчисленія и съ опредѣленными отношеніями между пенсіями различныхъ сроковъ. Процентъ отчисленія на пенсіи оказывается, во всѣхъ случаяхъ, возможнымъ выразить въ зависимости отъ величинъ, значеніе которыхъ опредѣляется вполне, для даннаго срока пенсіонирования; знаніе процента отчисленія одного какого-либо срока позволяетъ вычислить процентъ отчисленія любого срока и затѣмъ *опредѣлить общій процентъ отчисленія на пенсіи всѣхъ сроковъ, которые предполагается пенсіонировать, какъ математическое ожиданіе процентовъ отчисленія на оплату каждаго пенсіонируемаго срока, при чемъ это*

ожидание связано для каждого срока съ вероятностью оставить службу въ течение одного года, начиная съ этого срока.

Если мы знаемъ вероятность оставить службу въ течение каждого года службы и знаемъ или установимъ опредѣленные величины отчисленія изъ жалованья на оплату пенсій каждого срока, то, опредѣливъ математическое ожиданіе, связанное съ расходомъ по пенсіонированію всѣхъ сроковъ, мы найдемъ процентъ отчисленія на оплату пенсій всѣхъ сроковъ. Если же мы положимъ, что проценты отчисленія на оплату пенсій каждого срока равны между собою, то умѣя опредѣлить процентъ отчисленія по оплатѣ какого-либо одного срока и помноживъ его на сумму всѣхъ вероятностей оставить службу въ течение каждого года въ періодъ пенсіонированія,—получимъ общій процентъ отчисленія на оплату пенсій за этотъ періодъ. Равенство процента отчисленія на пенсіи различныхъ сроковъ оказывается равносильнымъ ранѣе выведенному условію равенства пенсіонныхъ резервовъ всѣхъ сроковъ, изъ котораго опредѣляются отношенія между пенсіями различныхъ сроковъ. Допущеніе равенства процентовъ отчисленія на пенсіи всѣхъ сроковъ достаточно для рѣшенія задачи пенсіонированія.

§ 26. Главные типы пенсій, ихъ отличія и взаимныя преимущества. На основаніи общаго анализа различныхъ условій пенсіонированія, сдѣланнаго исходя изъ характерныхъ или основныхъ тожествъ путемъ уравненія тожествъ двухъ различныхъ періодовъ пенсіонированія, различнымъ способомъ, мы устанавливаемъ три главнѣйшіе типа: 1) *пенсіи стационарныя*—безъ образованія какихъ-либо капиталовъ; 2) *пенсіи эмеритальныя*—требующія образованія одного—пенсіоннаго капитала и 3) *пенсіи-тонтинны (страховыя)*, связанныя съ образованіемъ двухъ капиталовъ—пенсіоннаго и эмеритальнаго. Каждый типъ пенсій можетъ быть или абсолютно безобидною операціею, или условно безобидною, или всегда небезобидною операціею, связанною съ накопленіемъ запасныхъ средствъ, излишнихъ для дѣла пенсіонированія; причемъ, пенсіи эмеритальныя всегда безобидны и представляютъ типъ пенсій, теоретически вполне устойчивый, а практически тѣмъ болѣе устойчивый, чѣмъ правильнѣе принятая таблица смертности. Пенсіи стационарныя или безобидны безусловно, или могутъ быть сдѣланы безобидными, при введеніи нѣкотораго, вполне возможнаго дополнительнаго условія, это типъ пенсій безразлично-уравновѣшенный, слабо зависящій отъ выбора той или иной таблицы смертности. Наконецъ, пенсіи-тонтинны есть пенсіи, которыя могутъ быть безобидны безусловно, могутъ быть сдѣланы безобидными, при дополнительномъ условіи, но могутъ не быть безобидными ни при какомъ условіи, т. е. могутъ быть такого рода, что накопленіе запасныхъ средствъ, въ связи съ условіями ихъ опредѣляющими, не устранимо; это типъ пенсій неустойчиваго равновѣсія, неустойчивость котораго можетъ обнаружиться даже при самой правильной таблицѣ смертности. Пенсіи-тонтинны можно

назвать также страховыми, потому что эмеритальные пенсіи, при допущеніи какого-либо фактического распредѣленія взносовъ между служащими, т. е. при допущеніи отсроченности въ выдачѣ пенсій, превращаются въ типъ той или другой тонтинъ, въ зависимости отъ тѣхъ дополнительныхъ условій, которыя вводитъ всякое фактическое распредѣленіе. Можно также сказать, что страховыя пенсіи индивидуализируютъ до извѣстной степени эмеритальныя пенсіи, и эта индивидуализація есть отличительная черта пенсій-тонтинъ, чѣмъ больше и глубже она проведена, тѣмъ менѣе безобидною становится тонтинъ, и тѣмъ менѣе устойчивъ становится самый типъ пенсій; отчисленія какъ-бы теряютъ свою сосредоточенность, раздваиваются, и даже процентъ отчисленія теряетъ все болѣе и болѣе опредѣленное значеніе, начинаетъ получать значенія, для которыхъ можно указать только два предѣла, между которыми они заключаются, что наглядно сказывается въ томъ, что вкупѣ старослужащихъ имѣетъ минимальный и максимальный предѣлъ, а не имѣетъ вполнѣ опредѣленной величины, и, наконецъ, при полной индивидуализаціи взносовъ на пенсіи, предѣлы раздвигаются настолько, что процентъ отчисленія становится совершенно неопредѣленнымъ, величина его произвольна, между элементами пенсіонирования всякая связь теряется, а слѣдовательно, и капиталъ кассы также не можетъ быть опредѣленъ и произволенъ,—получается типъ совершенно неустойчивыхъ пенсіонныхъ операцій, относительно которыхъ нельзя сказать ничего опредѣленного, ни установить опредѣленной ихъ стоимости, ни рассчитывать на ихъ безобидность, ни получить гарантію ихъ прочности—словомъ, получается способъ пенсіонирования на началахъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ того типа, который предлагаетъ новая Пенсіонная Коммиссія, слѣдую г. Малешевскому, и который защищаетъ *типъ такъ называемыхъ страховых пенсіонныхъ кассъ теоретически совершенно не обоснованный и даже не могущій рассчитывать на обоснованія, наиболее рискованный и неопредѣленный, и къ тому же, самый дорогой; выборъ самой точной таблицы смертности не можетъ сдѣлать операціи этихъ кассъ устойчивыми; они всегда или разорительны, или сами разоряются.*

Допущеніе стаціонарнаго пенсіонирования, безъ образованія пенсіоннаго капитала, равносильно допущенію отсутствія денежнаго роста въ періодъ пенсіонирования, а это, по сказанному выше, доводитъ пожизненныя ренты до ихъ предѣльнаго значенія, а потому эмеритальныя пенсіи обращаются въ стаціонарныя въ предѣлѣ, при замѣнѣ пожизненныхъ рентъ, входящихъ въ выраженія процента отчисленія и въ отношенія пенсій эмеритальныхъ, ихъ предѣльнымъ значеніемъ, которое получаютъ эти ренты, при допущеніи въ выраженіи ихъ денежнаго роста равнымъ нулю; но денежный ростъ полагается равнымъ нулю только въ выраженіи пенсіонныхъ рентъ, почему дисконтирующій множитель v^m сохраняетъ свое значеніе и при переводѣ эмеритальныхъ пенсій въ стаціонарныя вездѣ, гдѣ онъ входитъ самостоятельно,

Слѣдовательно, въ результатъ нашего изслѣдованія мы установили возможность пенсіонированія безъ образованія какихъ-либо капиталовъ, за счетъ определеннаго ежегоднаго отчисленія, при допущеніи определеннаго соотношенія между пенсіями различныхъ сроковъ.

Хотя ежегодный расходъ на пенсіи стаціонарныя превышаетъ ежегодный расходъ на пенсіи эмеритальныя, но это превышеніе есть естественный учетъ процентовъ съ того пенсіоннаго капитала, который не образуется въ стаціонарныхъ пенсіяхъ, но который необходимо имѣть въ эмеритальныхъ пенсіяхъ. Пенсіи-товтины, требующія образованія, кромѣ пенсіоннаго капитала, также еще другого капитала, эмеритальнаго, обходятся въ отношеніи ежегоднаго расхода на пенсіи еще дешевле, чѣмъ эмеритальныя; слѣдовательно, образованіе эмеритальнаго капитала удешевляетъ эти пенсіи по сравненію съ эмеритальными, но позволяетъ производить выдачу досрочныхъ пенсій только въ меньшемъ размѣрѣ, чѣмъ то возможно въ эмеритальномъ пенсіонированіи, и требуетъ или отсроченности въ выдачѣ пенсій, или вкупѣ старослужащихъ, тогда какъ эмеритальное пенсіонированіе возможно начинать немедленно, безъ всякой отсрочки и безъ всякаго вкупѣ.

При пенсіонированіи единовременными пенсіями, предпочтеніе должно отдать эмеритальному способу пенсіонированія; но при пенсіонированіи ежегодными пожизненными рентами надлежитъ предпочитать эмеритальнымъ пенсіямъ—стаціонарныя, потому что въ послѣднемъ случаѣ пенсіонированіе возможно безъ образованія какихъ-либо капиталовъ. Накопленіе капиталовъ, для выдачи пенсій, едва-ли можетъ считаться выгодною операціею, потому что пенсіи—не доходныя предпріятія, а городъ такое учрежденіе, къ которому нѣтъ основанія предъявлять требованіе о гарантіи его обязательствъ по выдачѣ пенсій какими-либо капиталами: простое признаніе со стороны города обязательства платить пенсіи, совершенно достаточно для того, чтобы каждый служащій могъ быть увѣренъ въ томъ, что на старости лѣтъ, въ случаѣ потери способности къ труду или въ случаѣ смерти онъ или его семья не будутъ брошены на произволъ судьбы и оставлены безъ средствъ къ существованію.

§ 27. Стаціонарныя пенсіи, какъ связанныя съ наименьшимъ рискомъ. Но есть еще одно существенное преимущество стаціонарныхъ пенсій передъ эмеритальными, вытекающее уже изъ указаннаго раньше риска, который связанъ съ пенсіонированіемъ пожизненными рентами. При стаціонарномъ пенсіонированіи выборъ таблицы смертности для расчета пожизненныхъ рентъ не играетъ важной роли, потому что всѣ недостатки или излишки, къ образованію которыхъ приводитъ примѣненіе, не вполнѣ подходящей для даннаго состава пенсіонеровъ, таблицы смертности, въ стаціонарныхъ пенсіяхъ покрываются текущимъ образомъ, а не накапливаются въ той надеждѣ, что они не будутъ имѣть мѣста въ будущемъ, какой пріемъ можетъ практиковаться

при эмеритальномъ пенсіонированіи, образуящемъ особый капиталъ, за счетъ котораго производится ликвидація пенсій. На трудность жеточнаго учета прибыли или убытка операции съ пожизненными рентами мы указали раньше, когда опредѣлили операцію ликвидаціи обязательствъ по выдачѣ пожизненныхъ рентъ, какъ операцію не коммерческую и очень рискованную, при чемъ рискъ усугубляется тѣмъ, что надежда покрыть въ будущемъ всѣ дефициты прошлаго—только теоретически правильна: теорія, указывая на возможность такого покрытія, не можетъ указать точно время, съ котораго начнется такое покрытіе, все равно какъ теорія вѣроятности можетъ опредѣлить вѣроятность выигрыша, но не можетъ предсказать партнерамъ, съ какого времени для каждаго изъ нихъ начнется проигрышъ или выигрышъ.

«Le théorème de Bernoulli ne resserre pas dans d'étroites limites le nombre des arrivées d'un événement, mais seulement son rapport au nombre des épreuves». (P. du M. p. 18).

То же самое слѣдующимъ образомъ выражаетъ Bertrand въ предисловіи «Calcul des Probabilités»: «Beaucoup de joueurs, préoccupés de la régularité nécessaire des moyennes, cherchent dans les coups qui précèdent celui qu'ils vont jouer, une indication et un conseil. Ce n'est pas bien entendre les principes».

«L'illusion repose sur un sophisme: on allègue la loi de Bernoulli comme certaine; elle n'est que probable. Sur 20.000 épreuves, dit-on, à la roulette, la noire ne peut pas sortir plus de 10.500 fois, l'assertion de la science est formelle. Si les 10.000 premières parties ont donné 6.000 noires, les 10.000 suivantes ont donc contracté une dette envers la rouge: On fait trop d'honneur à la roulette: elle n'a ni conscience, ni mémoire. En supposant qu' à une rencontre inouïe succédera, pour la réparer, un nouvel écart de la règle, on n'efface pas l'in vraisemblance, on la redouble».

Такъ же точно не болѣе, чѣмъ рулеткѣ, мы можемъ по теоріи вѣроятностей довѣрять всякой самой точной таблицѣ смертности и «не должны оказывать ей неподобающую честь, предполагая въ ней какую либо совѣсть и память», если не желаемъ сильно ошибиться въ расчетахъ. Таблица смертности, если она правильна, рано или поздно осуществитъ связанную съ нею вѣроятность, но на практикѣ осуществленіе можетъ начаться какъ разъ съ того момента, когда отъ пенсіоннаго капитала не останется въ кассѣ ни одной копѣйки. Поэтому, въ дѣлѣ пенсіонированія, если теорія показываетъ возможность пенсіонировать, безъ образованія какихъ-либо капиталовъ, гораздо практичнѣе и благоразумнѣе отказаться отъ какой-либо игры съ вѣроятностями и, вычисливъ возможный расходъ на пенсіи, на основаніи наиболѣе подходящихъ таблицъ прочности службы и дожитія, на практикѣ покрывать всѣ расходы по выдачѣ пенсій текущимъ образомъ, не образуя какихъ-либо резервныхъ капиталовъ для того, чтобы не потерять ихъ и не обмануться въ расчетахъ на счетъ возможности, съ помощью ихъ, вполне обезпечить ликвидацію пенсіонныхъ резервовъ. Такой порядокъ учета расходовъ на пенсіи не мѣшаетъ вести

учетъ всѣхъ вѣроятностей, связанныхъ съ пенсіонированіемъ, статистическимъ методомъ, и, на основаніи результатовъ этой статистики, вносить необходимыя поправки въ сдѣланные ранѣе расчеты, измѣняя процентъ отчисленія на пенсіи, по мѣрѣ указаній опыта, и вычисляя его путемъ послѣдовательныхъ приближеній все съ большей и большей точностью.

Если бы послѣ введенія пенсій, предложенныхъ Ресницкимъ, были организованы статистическія наблюденія надъ составомъ служащихъ и пенсіонеровъ, то уже въ настоящее время возможно было бы установить процентъ отчисленія на пенсіи, болѣе близкій къ истинному, а главное, знать въ какую сторону клонятся отступленія отъ того процента, который предложилъ Ресницкій.

§ 28. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРЕДЛАГАЕМАГО МЕТОДА РѢШЕНІЯ ЗАДАЧИ ПЕНСИОНІРОВАНІЯ. Въ немногихъ словахъ методъ рѣшенія задачи пенсіонированія, принятый нами, можетъ быть изложенъ такъ: по идеѣ методъ рѣшенія задачи пенсіонированія тождественъ съ методомъ рѣшенія задачи страхованія жизни, но въ своемъ дальнѣйшемъ развитіи онъ только аналогиченъ этому послѣднему; тѣмъ не менѣе аналогія—полная и можетъ быть проведена какъ угодно далеко. Въ пенсіонированіи есть три момента: моментъ поступленія на службу, моментъ выхода на пенсію и моментъ выхода изъ состава пенсіонеровъ; эти три момента опредѣляютъ два періода пенсіонированія: періодъ службы и періодъ пенсіонированія въ тѣсномъ смыслѣ, или періодъ образованія пенсій и періодъ ихъ ликвидаціи. Развитіе одного и того же характернаго тождества.

$$1 = v^n + v^n \sum_{0}^{n-1} (1+i)^m$$

и раскрытіе его свойствъ, въ приложеніи къ каждому періоду пенсіонированія позволяетъ связать каждый періодъ со спеціальнымъ характеризующимъ его тождествомъ, вытекающимъ изъ основного; причемъ періодъ образованія пенсій можетъ быть охарактеризованъ тождествами различнаго вида, а періодъ ликвидаціи связанъ съ тождествомъ только одного вида. Уравненіе одного изъ тождествъ періода образованія пенсій съ единственнымъ тождествомъ періода ликвидаціи, при посредствѣ произвольныхъ множителей, и опредѣленіе этихъ множителей изъ различныхъ, возможныхъ, условій уравненія тождествъ, приводитъ къ установленію трехъ типовъ различныхъ пенсій: стаціонарныхъ—безъ образованія какихъ-либо капиталовъ, эмеритальныхъ—съ однимъ пенсіоннымъ капиталомъ, тонтинныхъ—съ двумя капиталами: пенсіоннымъ и эмеритальнымъ; кромѣ того, тѣ же условія достаточны для того, чтобы выяснить, что пенсіи эмеритальныя—всегда безобидны, пенсіи стаціонарныя всегда могутъ быть сдѣланы безобидными, пенсіи тонтинны могутъ быть иногда безобидны, но не всегда могутъ быть сдѣланы тако-

выми, а потому въ иныхъ случаяхъ связаны съ неизбежнымъ накопленіемъ третьяго капитала—запаснаго, который для цѣли пенсіонированія вовсе не нуженъ.

Изъ того условія, которое уравниваетъ тождества, характеризующія два періода пенсіонированія, опредѣляется процентъ отчисленія, необходимый для пенсіонированія одного срока по типу, который соотвѣтствуетъ данному условію. Выводъ формулы для пенсіонированія одного срока, при данной таблицѣ прочности службы и таблицѣ смертности, равносильнъ выводу формулы пенсіонированія любого срока службы, а математическое ожиданіе процента отчисленія на каждый срокъ службы, связанное съ вѣроятностью оставить службу въ теченіи этого срока до наступленія слѣдующаго срока, выражаетъ процентъ отчисленія изъ жалованья, необходимый для покрытія расходовъ по пенсіонированію всѣхъ тѣхъ сроковъ службы, для которыхъ учтено это математическое ожиданіе.

Допущеніе же равенства отчисленій на пенсіи всѣхъ сроковъ приводитъ къ уравненію резервовъ различныхъ сроковъ службы, изъ котораго выводится размѣръ досрочныхъ пенсій, въ функціи пенсіи послѣдняго срока службы, которая должна быть въ свою очередь выражена опредѣленнымъ отношеніемъ ея къ среднему жалованью.

Такимъ образомъ, предлагаемый методъ даетъ полное рѣшеніе задачи пенсіонированія и выясняетъ всѣ условія, которыми должна опредѣляться правильная постановка пенсій. Но въ числѣ правильныхъ пенсій, даже болѣе или менѣе правильныхъ, нѣтъ мѣста пенсіямъ типа, предлагаемаго Пенсіонною Коммиссіею и, вообще, того типа пенсій, который получилъ въ практикѣ незаслуженное наименованіе страховыхъ кассъ, и рекомендуется, какъ нормальный типъ пенсій—потому что, изъ всѣхъ возможныхъ типовъ пенсій, это есть самый ненормальный.

IV. Основныя положенія теоріи пенсіонированія.

Въ этой главѣ мы изложимъ основныя положенія предлагаемой нами теоріи пенсіонированія и сдѣлаемъ изъ нихъ всѣ выводы аналитическимъ методомъ, причемъ положимъ, что пенсіи выдаются не *post a praenumerando*, такъ какъ такое допущеніе дастъ возможность придать нашимъ формуламъ болѣе простой видъ, а практически такое отступленіе отъ обычныхъ допущеній не существенно, если положить, что первый годъ службы оставляется всегда безъ пенсій, что мы и допустимъ.

§ 1. Формула, опредѣляющая средній возрастъ. Средній возрастъ вновь вступающихъ на службу, общее число которыхъ есть $\mathcal{N}_0$, мы опредѣлимъ по формулѣ

$$\mu_x \mathcal{N}_0 = \mu_{x_1} \mathcal{N}_0^{(x_1)} + \mu_{x_2} \mathcal{N}_0^{(x_2)} + \dots + \mu_{x_n} \mathcal{N}_0^{(x_n)}$$

гдѣ μ_x есть коэффициентъ смертности въ возрастѣ x который дается во всѣхъ таблицахъ смертности, $\mathcal{N}_0^{(x_k)}$ при всякомъ (k) отъ 1 до n ; выражаетъ число лицъ возраста x_k въ общемъ числѣ $\mathcal{N}_0$ вновь вступающихъ. Изъ этого уравненія по даннымъ μ_{x_k} и $\mathcal{N}_0^{(x_k)}$ для всякаго (k) отъ 1 до n мы найдемъ значеніе μ_x и по тѣмъ же таблицамъ опредѣлимъ (x) , т. е. средній возрастъ всѣхъ $\mathcal{N}_0$ вновь поступающихъ, такъ какъ этотъ возрастъ есть тотъ, которому въ таблицахъ соответствуетъ значеніе $-\mu_x$.

Затѣмъ вездѣ далѣе мы будемъ обозначать черезъ (x) этотъ средній возрастъ и считать группу вновь вступающихъ одновозрастною, полагая ее замѣненною группою изъ того же числа въ возрастѣ (x) , что въ силу закона Макегамы всегда возможно (Р.—d—М. р. 137—139 § 107.)

§ 2. Прочность службы и соотношенія, опредѣляющія ее. Число служащихъ различныхъ сроковъ службы, въ какомъ-либо составѣ, выражается рядомъ постепенно убывающихъ членовъ

$$\mathcal{N}_0, \mathcal{N}_1, \mathcal{N}_2, \dots \mathcal{N}_m \dots \mathcal{N}_n,$$

гдѣ $\mathcal{N}_m$ есть число всѣхъ служащихъ, прослужившихъ (m) лѣтъ и оставшихся на службѣ къ началу $(m+1)$ года.

Если бы прочность службы была абсолютная, то при начальномъ среднемъ возрастѣ (x) , рядъ служащихъ различныхъ сроковъ замѣнился бы рядомъ доживающихъ съ возраста (x) по $(x+n)$ по той таблицѣ, которая подходитъ къ данному составу служащихъ въ силу наблюдаемой въ немъ смертности; рядъ этотъ будетъ

$$l_x, l_{x+1}, l_{x+2} \dots l_{x+m}, \dots l_{x+n}$$

гдѣ l_{x+m} есть число остающихся въ живыхъ къ началу $m+1$ года службы.

При допущеніи абсолютной прочности службы

$$\frac{\mathcal{N}_m}{l_{x+m}} = \text{const.} \quad (b)$$

при всякомъ (m) отъ 0 до (n) , а при условіи выбора таблицы смертности при основаніи $\mathcal{N}_0$, что всегда возможно, т. е. при условіи

$$\mathcal{N}_0 = l$$

имѣемъ

$$\frac{\mathcal{N}_m}{l_{x+m}} = 1 \quad (b')$$

при всякомъ (m) отъ 0 до (n) .

Но, вообще, при какой-нибудь прочности службы, ни соотношение (b), ни соотношение (b') не имѣютъ мѣста, т. е.

$$\frac{\mathcal{N}_m}{l_{x+m}} \neq \text{const.}$$

при всякомъ (m) отъ 0 до (n).

Для выраженія этого неравенства въ формѣ равенства, мы вводимъ понятіе о предѣльной прочности службы, называя отношеніе $\mathcal{N}_m$ къ l_{x+m} при всякомъ (m) *предѣльною прочностью службы*, а отношеніе $\mathcal{N}_m$ къ $\mathcal{N}_0$ при всякомъ (m) отъ 0 до (n) называемъ *относительною прочностью службы*, на ($m+1$) году службы, причемъ отношеніе l_{x+m} къ l_x какъ извѣстно изъ теоріи страхованія жизни, есть вѣроятность дожитія въ теченіе (m) лѣтъ, при начальномъ возрастѣ (x), и, на основаніи выше сдѣланнаго замѣчанія, таблица смертности можетъ быть вычислена при основаніи $l_x = \mathcal{N}_0$.

Всегда возможно, по аналогіи съ относительною прочностью службы, введя произвольное число $\mathcal{N}'_0$, выразить всякое отношеніе $\frac{\mathcal{N}_m}{l_{x+m}}$ черезъ $\frac{\mathcal{N}'_m}{\mathcal{N}'_0}$ и назвать это отношеніе предѣльной прочностью службы на ($m+1$) году, при всякомъ (m), начиная отъ 0 до (n).

Въ силу условнаго равенства

$$\frac{\mathcal{N}_m}{l_{x+m}} = \frac{\mathcal{N}'_m}{\mathcal{N}'_0}$$

имѣющаго мѣсто при всякомъ (m) отъ 0 до (n) и замѣняющаго предыдущее неравенство, можно выразить связь между прочностью службы и вѣроятностью дожитія въ слѣдующемъ видѣ

$$\frac{\mathcal{N}_m}{\mathcal{N}_0} = \frac{\mathcal{N}'_m}{\mathcal{N}'_0} \cdot \frac{l_{x+m}}{l_x} \quad (b'')$$

при всякомъ m , начиная отъ 0 до (n).

Всѣ общепринятые обозначенія въ теоріи вѣроятности мы будемъ употреблять безъ всякаго поясненія, считая ихъ общеизвѣстными, и пользоваться вездѣ будемъ тѣми обозначеніями, которыя приняты въ Texte-Book съ единственнымъ отступленіемъ для символа N_x , подъ которымъ мы будемъ понимать величину, обозначенную въ Texte-Book черезъ N_{x-1} .

Положимъ для сокращенія

$$\frac{\mathcal{N}_m}{\mathcal{N}_0} = {}_m \rho \quad \text{и} \quad \frac{\mathcal{N}'_m}{\mathcal{N}'_0} = {}_m \rho'$$

при всякомъ (m) отъ 0 до (n).

Кромѣ того, опредѣлимъ вѣроятность оставить службу на ($m+1$) году, какъ

$$\frac{\mathcal{N}_m - \mathcal{N}_{m+1}}{\mathcal{N}_m} = \lambda_{m+1}$$

величину λ_{m+1} будемъ называть *непрочностью службы* на ($m+1$) году.

Число служащихъ всѣхъ сроковъ службы при какой-либо прочности службы есть

$$\mathcal{N} = \mathcal{N}_0 + \mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2 + \dots + \mathcal{N}_m + \dots + \mathcal{N}_n = \sum_0^n \mathcal{N}_m$$

а при абсолютной прочности службы то же число

$$T_x - T_{x+n+1} = l_x + l_{x+1} + \dots + l_{x+m} + \dots + l_{x+n} = \sum_0^n l_{x+m}$$

По известному свойству пропорціи, при абсолютной прочности службы, когда имѣетъ мѣсто пропорціональность, выражающаяся условіемъ (b)

$$\frac{\sum_0^n \mathcal{N}_m}{\sum_0^n l_{x+m}} = \frac{\mathcal{N}_0}{l_x} \quad (c)$$

откуда

$$\frac{\sum_0^n \mathcal{N}_m}{\mathcal{N}_0} = \frac{\sum_0^n l_{x+m}}{l_x} \quad (c')$$

Назовемъ величину

$$\frac{\sum_0^n \mathcal{N}_m}{\mathcal{N}_0} = {}_n \mathcal{E}$$

среднимъ ожиданіемъ службы, а величина

$$\frac{\sum_0^n l_{x+m}}{l_x} = {}_n E_x$$

есть среднее ожиданіе жизни въ теченіе періода (n) отличающееся отъ общепринятаго только на единицу.

При такихъ обозначеніяхъ, (c') можно написать такъ

$${}_n \mathcal{E} = {}_n E_x \quad (c'')$$

т. е. при абсолютной прочности службы среднее ожиданіе службы равно среднему ожиданію жизни; при какой-либо прочности службы, конечно, такое соотношеніе не можетъ имѣть мѣста.

Обратную величину—величинѣ средняго ожиданія службы, т. е. отношеніе числа вновь вступающихъ къ общему числу служащихъ, назовемъ *коэффициентомъ обновленія состава* и обозначимъ черезъ λ ; слѣдовательно,

$$\frac{1}{{}_n \mathcal{E}} = \lambda = \frac{\mathcal{N}_0}{\sum_0^n \mathcal{N}_m} \quad (d)$$

При абсолютной прочности службы этой величинѣ соотвѣтствуетъ

$$\frac{1}{{}_n E_x} = \frac{l_x}{T_x - T_{x+n+1}} \quad (d')$$

§ 3. ОБЩЕЕ ВЫРАЖЕНИЕ ОТЧИСЛЕНИЯ НА ПЕНСИИ. Пусть R есть величина ежегодного отчисления на пенсию, подлежащего распределению, между служащими различных сроков службы. Каково бы ни было распределение отчисления, всегда можно положить

$$\frac{R}{K} = r_n \quad (e)$$

гдѣ K есть общая сумма ежегодно уплачиваемаго жалованья, а слѣдовательно, r_n есть процентъ отчисления на пенсіи (n) срока.

Но всегда можно замѣнить

$$\frac{K}{\sum_0^n \mathcal{L}_m} = \mathcal{K}_c \quad (f)$$

гдѣ $\mathcal{K}_c$ есть среднее жалованье, такъ какъ $\sum_0^n \mathcal{L}_m$ есть все число служащихъ

Изъ соотношеній (e) и (f) непосредственно слѣдуетъ

$$R = r_n \mathcal{K}_c \sum_0^n \mathcal{L}_m \quad (I)$$

—общее выраженіе отчисления на пенсіи въ процентномъ отношеніи къ жалованью, имѣющее мѣсто во всѣхъ случаяхъ и не зависящее отъ какихъ либо допущеній, относительно распределенія этого отчисления, между служащими различныхъ сроковъ.

§ 4. Формулы, опредѣляющія начальный взносъ на пенсию. Положимъ, что $\beta_m^{(n)}$ есть доля каждаго служащаго на ($m+1$) году при (n) срокахъ всей службы, тогда

$$\beta_m^{(n)} \mathcal{L}_m$$

есть доля всѣхъ служащихъ $\mathcal{L}_m$ срока (m), и сумма всѣхъ такихъ долей при (m) отъ 1 до (n) есть вся сумма ежегоднаго отчисления на пенсіи распределеннаго по всѣмъ срокамъ службы, т. е.

$$R = \beta_0^{(n)} \mathcal{L}_0 + \beta_1^{(n)} \mathcal{L}_1 + \dots + \beta_m^{(n)} \mathcal{L}_m + \dots + \beta_n^{(n)} \mathcal{L}_n \quad (g)$$

Возможны два случая простѣйшаго распределенія отчисления на пенсіи, по срокамъ службы:

1-й случай. Отношеніе долей каждаго срока службы обратно пропорціонально предѣльной прочности службы тѣхъ же сроковъ, т. е.

$$\frac{\beta_m^{(n)}}{\beta_0^{(n)}} = \frac{|\rho'|}{|\rho|} = \frac{\mathcal{L}'_0}{\mathcal{L}'_m} \quad (h)$$

Помноживъ вторую часть соотношенія (g) на $\beta_0^{(n)} \mathcal{L}_0$ и, раздѣливъ на ту же величину, каждый членъ второй части, при помощи соотношеній (h), получимъ въ силу условія (h)

$$R = \beta_0^{(n)} \mathcal{L}_0 \left(\frac{l_x}{l_x} + \frac{l_{x+1}}{l_x} + \dots + \frac{l_{x+m}}{l_x} + \dots + \frac{l_{x+n}}{l_x} \right) =$$

$$= \beta_0^{(n)} \mathcal{L}_0 \frac{l_x + l_{x+1} + \dots + l_{x+m} + \dots + l_{x+n}}{l_x}$$

или

$$R = \beta_0^{(n)} \mathcal{L}_0 {}_n E_x \quad (i)$$

это на основаніи равенства (1) даетъ

$$r_n \mathcal{H}_c \sum_0^n \mathcal{Z}_m = \beta_0^{(n)} \mathcal{Z}_0 |_n E_x$$

откуда

$$\beta_0^{(n)} = \frac{r_n \mathcal{H}_c}{\lambda |_n E_x} \quad (2)$$

При допущеніи же абсолютной прочности службы, на основаніи соотношенія (c'') и положенія (d)

$$\beta_0^{(n)} = r_n \mathcal{H}_c \quad (2a)$$

2-й случай. Отношеніе долей каждаго срока службы обратно пропорціональной относительной прочности службы тѣхъ же сроковъ, т. е.

$$\frac{\beta_m^{(n)}}{\beta_0^{(n)}} = \frac{|_0 \rho}{|_m \rho} = \frac{\mathcal{Z}_0}{\mathcal{Z}_m} \quad (h')$$

Помноживъ вторую часть соотношенія (g) на $\beta_0^{(n)} \mathcal{Z}_0$ и раздѣливъ на ту же величину каждый членъ второй части, въ силу условія (h') получимъ:

$$R = \beta_0^{(n)} \mathcal{Z}_0 (n+1) \quad (i')$$

что на основаніи равенства (1) дастъ

$$r_n \mathcal{H}_c \sum_0^n \mathcal{Z}_m = \beta_0^{(n)} \mathcal{Z}_0 (n+1)$$

откуда

$$\beta_0^{(n)} = \frac{r_n \mathcal{H}_c}{\lambda (n+1)} \quad (2')$$

При допущеніи же абсолютной прочности службы, на основаніи соотношенія [d'] получимъ

$$\beta_0^{(n)} = r_n \mathcal{H}_c \frac{|_n E_x}{n+1} \quad (2'a)$$

Такимъ образомъ, при допущеніи обратной пропорціональности долей—за разные сроки службы—предѣльной или относительной прочности службы, возможно выразить долю перваго срока службы въ функціи процента отчисленія на пенсіи, средняго жалованья и величинъ, зависящихъ отъ вѣроятнаго состава служащихъ. Доли всѣхъ другихъ сроковъ могутъ быть выражены въ функціи прочности службы и доли перваго срока, но онѣ въ нашемъ изслѣдованіи не будутъ играть никакой роли.

§ 5. Основное тожество пенсіонирования. Какъ извѣстно 1 рубль вслѣдствіе денежнаго роста i въ теченіе (n) лѣтъ обращается въ

$$(1+i)^n$$

Съ другой стороны, сумма прогрессіи

$$1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^n = \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{(1+i) - 1}$$

Но, полагая, для сокращенія,

$$\sum_0^n (1+i)^m = C_n \quad (i)$$

получимъ

$$C_{n-1} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

откуда

$$(1+i)^n = 1 + i C_{n-1}$$

вводя дисконтирующій множитель

$$v = \frac{1}{1+i}$$

и раздѣливъ обѣ части предыдущаго тождества на $(1+i)^n$ получимъ

$$1 = v^n + i v^n C_{n-1} \quad (3)$$

или

$$1 = v^n + i v^n \sum_0^{n-1} (1+i)^m \quad (3')$$

а также

$$1 = (1+i)^n - i C_{n-1} \quad (3'')$$

Значеніе тождества (3) можно истолковать слѣдующимъ образомъ: ежегодный расходъ по 1 руб., отсроченный на (n) лѣтъ, можетъ быть покрываемъ ежегоднымъ немедленнымъ отчисленіемъ, которое равно v^n и процентами съ капитала, образующагося изъ этихъ ежегодныхъ немедленныхъ отчисленій и равнаго $v^n C_{n-1}$, гдѣ $C_{n-1} = \sum_0^{n-1} (1+i)^m$.

Это есть основное положеніе теоріи пенсіонированія, причемъ тождество (3) имѣетъ мѣсто при всякомъ значеніи (n) .

§ 6. Тождество, характеризующее періодъ образованія пенсій, въ связи съ вѣроятностью дожитія въ этомъ періодѣ. Изъ тождества (3) мы легко выведемъ рядъ болѣе сложныхъ по виду тождествъ, которыя будутъ характеризовать различные періоды пенсіонированія.

Видъ тождества, характеризующаго первый періодъ пенсіонированія, т. е. періодъ образованія пенсій, долженъ быть поставленъ въ связь со способомъ распредѣленія отчисленія, между служащими различныхъ сроковъ.

Для 1-го случая распредѣленія, въ связи съ предѣльною прочностью службы, мы установимъ нижеслѣдующее тождество.

Такъ какъ отъ умноженія обѣихъ частей тождества на одну и ту же величину и отъ сложенія ряда тождествъ получается въ результатѣ тождество, то, умноживъ тождество (3) для аргумента $n=m$ на $1+i$ и

взявъ сумму такихъ тождествъ для значеній аргумента (m) отъ $m=0$ до $m=n$ получимъ тождество вида

$$\sum_0^n l_{x+m} = \sum_0^n l_{x+m} v^m + i \sum_0^n l_{x+m} v^m C_{m-1}$$

Но по положенію

$$\sum_0^n l_{x+m} = {}_n E_x l_x$$

а первую сумму второй части можно представить такъ

$$\begin{aligned} l_x \frac{\sum_0^n l_{x+m} v^m}{l_x} &= l_x \frac{l_x v^0 + l_{x+1} v^1 + \dots + l_{x+m} v^m + \dots + l_{x+n} v^n}{l_x} = \\ &= l_x \frac{l_x v^x + l_{x+1} v^{x+1} + \dots + l_{x+m} v^m + \dots + l_{x+n} v_{x+n}}{l_x v_x} = \\ &= l_x \frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_x} \end{aligned}$$

Вторую сумму первой части мы, для сокращенія, обозначимъ черезъ $l_x K_n$ не преобразуя ее, такъ какъ она въ нашемъ изслѣдованіи играетъ второстепенную роль; замѣтимъ только, что сдѣлавъ преобразование аналогичное указанному для первой части, для K_m легко найдемъ слѣдующее выраженіе въ коммутационныхъ числахъ страхования жизни

$$K_n = v^n \sum_0^n {}_{m+1} p_x \frac{N_{x+m+1} - N_{x+n+1}}{D_{x+m+1}} \quad (K)$$

Итакъ, предыдущее тождество, на основаніи указанныхъ преобразованій, обращается, по сокращеніи общаго множителя l_x , въ тождество вида

$${}_n E_x = \frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_x} + i K_n \quad (4)$$

Этимъ тождествомъ характеризуется періодъ образованія пенсій, при распредѣленіи отчисленій на пенсіи, въ связи съ предѣльною прочностью службы.

Но фактическое распредѣленіе отчисленій привело-бы насъ къ уравненію

$${}_n E_x = \frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_{x+n}} - i K'_n \quad (4a)$$

гдѣ

$$K'_n = \sum_0^n \frac{N_x - N_{x+m+1}}{D_{x+m}} \quad (K')$$

это уравненіе, близко къ тождеству, въ предѣлѣ становится равнымъ (4), а вообще разнится отъ него очень мало, какъ это легко доказать; этими двумя сопряженными тождествами, могущими съ достаточною степенью приближенія замѣнять одно другое, мы будемъ пользо-

ваться далѣе, но вывода уравненія (4а) здѣсь не даемъ, такъ какъ возможность его, легко можетъ быть установлена путемъ сравненія уравненія (4а) съ тождествомъ (4).

На основаніи § 5, значенія тождествъ (4) и (4а) могутъ быть объяснены слѣдующимъ образомъ.

Изъ начальнаго числа l_x служащихъ, принимая во вниманіе вѣроятность дожитія за весь періодъ (n) службы, въ теченіе котораго производится отчисленіе на пенсіи, можно ожидать дожитія слѣдующаго числа служащихъ: въ первый годъ l_{x+1} , во второй l_{x+1} и т. д. и въ послѣдній l_{x+n} , такъ что, предполагая отчислять ежегодно по 1 руб. на каждаго, мы можемъ ожидать на ($m+1$) году расхода въ l_{x+m} руб., а весь ожидаемый расходъ за всѣ (n) лѣтъ образованія пенсій, при l_x вновь вступающихъ, будетъ равенъ:

$$l_x + l_{x+1} + l_{x+2} + \dots + l_{x+m} + \dots + l_{x+n}$$

и та же сумма выражаетъ ежегодный расходъ на всѣхъ служащихъ, когда составъ вполне установился, т. е. заключаетъ въ себѣ всѣ возможные возрасты, соотвѣтствующіе періоду службы (n).

Если раздѣлить эту сумму на l_x , то получимъ выраженіе ${}_nE_x$ которое въ данномъ случаѣ выражаетъ ежегодный расходъ на образованіе пенсій, при отчисленіи на каждаго вновь вступающаго 1 руб.

Въ силу тождества (4) мы такъ же, какъ при истолкованіи тождества (3) можемъ сказать, что *ежегодный расходъ на образованіе пенсій, рассчитанный въ размѣръ 1 руб. на каждаго вновь вступающаго, если выдача пенсій отсрочена на (n) лѣтъ, можетъ быть покрытъ ежегоднымъ отчисленіемъ въ размѣръ современной стоимости временной ренты*

мы $\frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_x}$ и процентами съ капитала, который образуется изъ

этихъ ежегодныхъ отчисленій въ теченіе періода, на который отсрочена выдача пенсій, или въ теченіе періода образованія пенсій.

Тождество же (4а), если второй членъ перенести въ 1-ю часть, имѣетъ слѣдующее значеніе: *ежегодное отчисленіе въ размѣръ 1 руб. на каждаго вновь вступающаго, вмѣстѣ съ процентами съ капитала, образующагося въ теченіе (n) лѣтъ изъ такихъ отчисленій, составляетъ сумму, равную стоимости отсроченной временной ренты $\frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_{x+m}}$,*

которая можетъ быть по истеченіи (n) лѣтъ обращена въ пенсионный фондъ.

§ 7. Тождество, характеризующее періодъ образованія пенсій независимо отъ вѣроятности дожитія въ этомъ періодъ. Для второго случая—распредѣленія въ связи съ относительною прочностью службы—мы установимъ нижеслѣдующее тождество.

Предположимъ, что на каждаго состоящаго на службѣ дѣлается отчисленіе въ размѣръ 1 руб. ежегодно въ теченіе всего періода пенсионирования, не считаясь съ вѣроятностью дожитія, т. е. предполагая

абсолютную вѣроятность дожитія, что возможно при постоянномъ составѣ, гдѣ каждый оставляющій службу немедленно замѣщается новымъ служащимъ, а потому отчисленіе имѣетъ абсолютную вѣроятность быть произведеннымъ на каждаго въ теченіе всѣхъ $(n+1)$ лѣтъ. Такъ какъ пенсіи предполагается выдавать черезъ (n) лѣтъ, то въ силу тождества (3)—1 руб. отчисленія:

въ началѣ 1-го года службы выражается такъ: $1=v^n+iv^n C_{n-1}$

въ началѣ 2-го года службы выражается такъ: $1=v^{n-1}+iv^{n-1} C_{n-2}$

.....

.....

въ началѣ $m+1$ года службы выражается такъ: $1=v^{n-m}+iv^{n-m} C_{n-m-1}$

.....

.....

въ началѣ n года службы выражается такъ: $1=v+ivC_0$

въ началѣ $n+1$ года службы выражается такъ: $1=1$

Откуда абсолютная величина всѣхъ отчисленій въ теченіе $n+1$ лѣтъ по 1 руб. на каждаго равна суммѣ этихъ тождествъ, т. е.

$$n+1=\sum_0^n v^m+i\sum_0^n v^m C_{m-1} \quad (4')$$

полагая, что $C_{-1}=0$

Обратно, исходя изъ тождества (3n) и рассуждая аналогично предыдущему, найдемъ

$$n+1=\sum_0^n (1+i)^m-i\sum_0^n C_{m-1}$$

или

$$n+1=C_n-i\sum_0^n C_{m-1} \quad (4'a)$$

Значеніе этихъ тождествъ ясно изъ самаго способа вывода ихъ. Тождество (4') означаетъ, что *если не считаться съ вѣроятностью дожитія, то ежегодный расходъ по образованію пенсій, изъ ежегодныхъ отчисленій по 1 руб. за каждый годъ службы, на каждаго вновь вступающаго, при условіи отсроченности выдачи пенсій на (n) лѣтъ, можетъ*

быть покрытъ ежегоднымъ отчисленіемъ въ размѣрѣ $\sum_0^n v^m$ и процента-

ми съ капитала $\sum_0^n v^m C_{m-1}$, который образуется изъ этихъ отчисленій въ теченіе всего періода (n) , на который отсрочена выдача пенсій имѣ, что то же, въ теченіе всего періода (n) образованія пенсій.

Значеніе сопряженнаго тождества (4') должно быть толкуемо, если 2-й членъ второй части его перенести въ первую часть, такъ: *ежегодное отчисленіе на каждаго вновь вступающаго, въ теченіе всего періода (n) образованія пенсій, или въ теченіе всего періода службы, если не*

считаться съ вѣроятностью дожитія, вмѣстѣ съ процентами съ капитала образующагося въ теченіе всего этого періода изъ этихъ отчисленій, составляетъ по истеченіи (n) лѣтъ ту сумму, которая можетъ быть ежегодно отчисляема въ пенсіонный фондъ.

§ 8. Тождество, характеризующее періодъ ликвидаціи пенсій, всегда зависящее отъ вѣроятности дожитія въ этомъ періодѣ. Наконецъ, для второго періода пенсіонированія, т. е. для періода ликвидаціи пенсіонныхъ отчисленій, или для періода пенсіонированія въ тѣсномъ смыслѣ, мы, рассуждая такъ же, какъ въ § 6 и принимая во вниманіе, что періодъ пенсіонированія начинается съ возраста $x+n$ и продолжается до предѣльнаго табличнаго возраста ω , т. е. въ теченіе (σ) лѣтъ, гдѣ

$$\sigma = \omega - x - n$$

найдемъ такое тождество, характеризующее этотъ періодъ

$$E_{x+n} = \frac{N_{x+n}}{D_{x+n}} + i V_n \quad (5)$$

Это тождество есть слѣдствіе тождества (4) и получается изъ него, замѣняя въ немъ n черезъ σ и x черезъ $x+n$ вслѣдствіе чего

$${}_1\sigma E_{x+n} = \frac{l_{x+n} + l_{x+n+1} + \dots + l_{\omega}}{l_{x+n}} = E_{x+n}$$

т. е. по величинѣ равно среднему ожиданію жизни для пенсіонера, въ возрастѣ $x+n$, но у насъ оно получитъ, какъ увидимъ далѣе, иное истолкованіе; затѣмъ,

$$\frac{N_{x+n} - N_{\omega+1}}{D_{x+n}} = \frac{N_{x+n}}{D_{x+n}}$$

потому что $N_{\omega+1} = 0$

Наконецъ, K_n преобразуется въ

$$V_n = v \sum_{m=0}^{\sigma} {}_{m+1}p_{x+n} \frac{N_{x+n+m+1}}{D_{x+n+m+1}}$$

Легко вывести тождество (5) и не зависимо отъ тождества (4), но останавливаться на этомъ мы не будемъ.

Періодъ пенсіонированія не можетъ считаться независимымъ отъ вѣроятности дожитія, а потому вторая формула (4) простыхъ денежныхъ рентъ характеризовать его не можетъ.

Тождество (5) допускаетъ слѣдующее истолкованіе: по истеченіи (n) лѣтъ, при начальномъ возрастѣ (x), должно выходить на пенсію ежегодно l_{x+n} , изъ которыхъ, по истеченіи періода σ , долженъ составиться полный и постоянный комплектъ пенсіонеровъ, который ежегодно пополняется числомъ l_{x+n} выходящихъ на пенсію, изъ числа l_x ежегодно вступающихъ на службу, а весь составъ пенсіонеровъ черезъ σ лѣтъ будетъ сумма всѣхъ доживающихъ въ періодѣ σ , т. е.

$$l_{x+n} + l_{x+n+1} + \dots + l_{\omega}$$

если каждому пенсионеру выдается пенсія въ размѣрѣ 1 руб., то выше приведенная сумма выразитъ предстоящій расходъ на пенсіи черезъ σ лѣтъ, который и будетъ по истеченіи этого времени постояннымъ, и на каждаго ежегодно выходящаго на пенсію составитъ E_{x+n} , гдѣ

$$E_{x+n} = \frac{l_{x+n} + l_{x+n+1} + \dots + l_{\omega}}{l_{x+n}}$$

слѣдовательно, E_{x+n} есть полный расходъ по уплатѣ пенсіи въ размѣрѣ 1 руб., рассчитанный на каждаго изъ l_{x+n} выходящихъ ежегодно на пенсію.

Тождество (5) показываетъ, что ежегодный расходъ по уплатѣ пенсій въ 1 руб., рассчитанный на каждаго, изъ ежегодно выходящихъ на пенсію, можетъ быть покрытъ ежегоднымъ отчисленіемъ, въ размѣрѣ стоимости отсроченной пожизненной ренты, и процентами съ пенсионнаго капитала, который образуется изъ этихъ ежегодныхъ отчисленій за весь періодъ пенсионирования σ .

§ 9. ЗНАЧЕНІЕ ТОЖЕСТВЪ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХЪ ПЕРІОДЫ ПЕНСИОНІРОВАНІЯ. Тождества, выведенныя выше, для каждаго періода пенсионирования, опредѣляютъ расходъ на одного вновь вступающаго на службу—для періода служебнаго, или періода образованія пенсій, и на одного выходящаго на пенсію—для періода пенсионнаго, или періода ликвидаціи пенсій; въ первомъ періодѣ, при 1 руб. взноса на каждаго находящагося на службѣ, въ теченіе (n) лѣтъ службы, а во второмъ періодѣ, при 1 руб. пенсіи каждому пенсионеру, въ теченіе (σ) лѣтъ пенсионирования. Число (n) есть максимумъ предполагаемой службы, а σ максимумъ вѣроятнаго пребыванія въ числѣ пенсионеровъ.

Расходъ по образованію пенсій ${}_n E_x$ или $(n+1)$ и расходъ E_{x+n} на выдачу пенсій, при установившемся составѣ служащихъ и пенсионеровъ, не зависитъ отъ процента денежнаго роста. Таковъ основной законъ пенсионирования, вытекающій изъ основныхъ тождествъ, характеризующихъ оба періода пенсионирования. Дѣйствительно, полагая въ этихъ тождествахъ $i=0$ мы видимъ, что вторые члены вторыхъ частей каждаго тождества (4), (4а), (4'), (4'а) и (5), связанные съ капиталомъ, исчезаютъ при этомъ допущеніи, а первые члены второй части становятся равными первой части тождественно. Но эти первые члены вторыхъ частей есть не что иное, какъ временныя или немедленныя пожизненныя или денежныя ренты, имѣющія своими предѣлами для $i=0$ величины— ${}_n E_x$ или $[n+1]$ и E_{x+n} , что позволяетъ намъ назвать эти величины предѣльными рентами или пенсионными рентами, и выразить предыдущее положеніе такъ: по мѣрѣ того, какъ устанавливается составъ служащихъ, или составъ пенсионеровъ, расходъ по отчисленію на пенсіи или по выдачѣ пенсій стремится къ опредѣленному предѣлу, независящему отъ денежнаго роста.

При отчисленіи на пенсіи, въ связи съ предѣльною прочностью службы, предѣлъ отчисленія есть пенсионная эмеритальная рента ${}_n E_x$;

при отчисленіи на пенсіи, связанномъ съ относительною прочностью службы, предѣлъ отчисленія есть *пенсіонная денежная рента* ($n+1$), и, наконецъ, предѣльное значеніе расхода по выдачѣ пенсіи, при всякой прочности службы, есть E_{x+n} —*пенсіонная ликвидационная рента*.

Тождества, опредѣляющія пенсіонныя ренты, показываютъ, что пенсіи также разлагаются на страховыя ренты и проценты съ пенсіонныхъ капиталовъ, какъ денежныя ренты разлагаются на погашеніе и проценты съ погашаемаго капитала, а основное тождество (3), которое есть выраженіе основное и для операций съ обыкновенными денежными рентами, показываетъ, что ренты пенсіонныя имѣютъ какъ бы общее происхожденіе съ денежными рентами погашенія, но уклоняются отъ нихъ въ своемъ развитіи, вслѣдствіе связи со страховыми пожизненными рентами.

Возможность разложенія пенсіонныхъ рентъ вытекаетъ изъ того обстоятельства, что выводъ на пенсію отсроченъ на (n) лѣтъ, вслѣдствіе чего резервы пенсій можно готовить постепенно, въ теченіе (n) лѣтъ; поэтому, пока денежный ростъ не равенъ нулю, такое приготовленіе резервовъ позволяетъ дѣлать меньшія отчисленія на пенсіи, вкупая на пенсію каждаго вновь вступающаго, при самомъ поступленіи, что и выражаютъ тождества (4) и (4'), или, дѣлая вмѣсто вкупа отчисленія въ предѣльномъ размѣрѣ и создавая этимъ путемъ часть резерва пенсій, изъ процентовъ съ того капитала, который образуется изъ такихъ отчисленій, что выражаютъ тождества (4а) и (4'а). По аналогичной причинѣ, вслѣдствіе того обстоятельства, что пенсіи выдаются пожизненными рентами, а не въ формѣ единовременнаго капитала, выдача пенсіи разсрочивается для каждаго пенсіонера на весь періодъ (σ), и, пока денежный ростъ не равенъ нулю, съ отчисленій въ пенсіонный фондъ, въ теченіе всего пенсіоннаго періода (σ), получаютъ проценты, поступленіе которыхъ позволяетъ дѣлать отчисленія въ пенсіонный фондъ не въ размѣрѣ предѣльномъ, а въ размѣрѣ меньшемъ на столько, сколько за время (σ) можно получить съ отчисленій въ пенсіонный фондъ процентовъ, что и выражаетъ тождество (5).

§ 10. Опредѣленіе расходовъ по пенсіонированію въ каждомъ періодѣ, на основаніи характеризующаго его тождества. Зная выраженіе расхода въ 1 руб. на каждаго служащаго, для образованія пенсіи, а также выраженіе расхода въ 1 руб. на каждаго пенсіонера, для ликвидации пенсій, т. е. зная пенсіонныя ренты, мы легко опредѣлимъ размѣръ тѣхъ же расходовъ при какомъ-либо другомъ отчисленіи и при какомъ угодно числѣ вновь вступающихъ ежегодно на службу, а, также, при какомъ угодно размѣрѣ пенсіи, для какого угодно числа выходящихъ ежегодно на пенсію; для чего необходимо каждую единичную пенсіонную ренту помножить на число рублей, отчисляемыхъ на каждаго служащаго или пенсіонера и, затѣмъ, помножить на опредѣленное число ежегодно вступающихъ на службу или ежегодно выходящихъ на пенсію.

Поэтому, если на каждого вновь вступающего отчисляется на пенсию $\beta_0^{(n)}$ руб., а не 1 руб., и число всѣхъ вновь вступающихъ на службу ежегодно есть $\mathcal{L}_0$ то пенсионныя ренты перваго періода должно помножить на $\beta_0^{(n)}\mathcal{L}_0$, причемъ надо принять во вниманіе различныя значенія для $\beta_0^{(n)}$, опредѣляемыя въ зависимости отъ предѣльной или относительной прочности службы, или, что то же, въ связи съ вѣроятностью дожитія или безъ связи съ этою вѣроятностью.

Точно также, если на каждого выходящаго на пенсию назначает-ся пенсія Π_n руб., но не 1 руб., то, принимая во вниманіе современ-ную стоимость этихъ пенсій, которая равна $v^n \Pi_n$ и число всѣхъ выхо-дящихъ на пенсіи $\mathcal{L}_n$, пенсионную ренту втораго періода должно по-множить на $\Pi_n \mathcal{L}_n v^n$; но, въ данномъ случаѣ, связь съ вѣроятностью дожитія для этого періода безусловно обязательна. Для введенія въ произвольный множитель пенсионнаго періода дисконтирующаго мно-жителя v^n , достаточнымъ основаніемъ служить произвольность этого множителя, но можно легко установить и самую необходимость вве-денія этого множителя, потому что, моментъ времени, съ которымъ свя-зано тожество перваго періода, на (n) лѣтъ, опережаетъ моментъ, къ которому относится тожество втораго періода и уравнивая ихъ мы должны дисконтировать второе тожество.

Тождества, характеризующія каждый періодъ пенсионирования при допущеніи взноса $\beta_0^{(n)}$ ежегодно на каждого $\mathcal{L}_0$ изъ вновь вступаю-щихъ и при условіи выдачи ежегодной пенсіи Π_n каждому, вышедшему на пенсию, при $\mathcal{L}_n$ ежегодно выходящихъ не пенсию, могутъ быть представлены такъ:

1-й періодъ.

Образованіе пенсій въ теченіе (n) лѣтъ службы.

1-я форма:

1-й случай.

Въ связи съ вѣроятностью дожитія.

$$\beta_0^{(n)}\mathcal{L}_0|_n E_x = \beta_0^{(n)}\mathcal{L}_0 \frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_x} + i\beta_0^{(n)}\mathcal{L}_0 K_n \quad (k);$$

2-й случай.

Безъ связи съ вѣроятностью дожитія.

$$\beta_0^{(n)}\mathcal{L}_0(n+1) = \beta_0^{(n)}\mathcal{L}_0 \sum_0^n v^m + i\beta_0^{(n)}\mathcal{L}_0 \sum_0^n v^m C_{m-1} \quad (l)$$

или

2-я форма:

1-й случай.

Въ связи съ вѣроятностью дожитія.

$$\beta_0^{(n)}\mathcal{L}_0|_n E_x = \beta_0^{(n)}\mathcal{L}_0 \frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_{x+n}} - \beta_0^{(n)}\mathcal{L}_0 K'_n \quad (k');$$

2-й случай.

Безъ связи съ вѣроятностью дожитія.

$$\beta_0^{(n)}\mathcal{L}_0(n+1) = \beta_0^{(n)}\mathcal{L}_0 C_n - i\beta_0^{(n)}\mathcal{L}_0 \sum_0^n C_{m-1} \quad (l')$$

2-й періодъ.

Ликвидация пенсій въ теченіе (с) лѣтъ пенсіонированія:

$$\Pi_n \mathcal{X}_n v^n E_{x+n} = \Pi_n \mathcal{X}_n v^n \frac{N_{x+n}}{D_{x+n}} + i \Pi_n \mathcal{X}_n v^n V^n \quad (m)$$

Причемъ

$$K_n = v \sum_{m=0}^n {}_{m+1}p_x \frac{N_{x+m+1} - N_{x+n+1}}{D_{x+m+1}}$$

$$K'_n = \sum_{m=0}^{n-1} \frac{N_x - N_{x+m+1}}{D_{x+m}}$$

$$C_n = \sum_{m=0}^n (1+i)^m$$

$$V_n = v \sum_{m=0}^{\infty} {}_{m+1}p_{x+n} \frac{N_{x+n+m+1}}{D_{x+n+m+1}}$$

Кромѣ того, для опредѣленія $\beta_0^{(n)}$ имѣемъ два уравненія:

Одно—для случая образованія пенсій въ связи съ вѣроятностью дожитія.

$$\beta_0^{(n)} = \frac{r_n \mathcal{X}_0}{\lambda | n E_x}$$

Другое—для случая образованія пенсій безъ связи съ вѣроятностью дожитія.

$$\beta_0^{(n)} = \frac{r_n \mathcal{X}_0}{\lambda (n+1)}$$

Въ тождества 1-го періода входитъ произвольная постоянная $\beta_0^{(n)}$, а въ тождество 2-го періода произвольная постоянная Π_n , которыя должны быть выбраны такъ, чтобы расходъ по образованію пенсій былъ равенъ расходу по выдачѣ пенсій, этимъ уравненіемъ тождествъ, характеризующихъ каждый періодъ пенсіонированія и разрѣшается задача пенсіонированія въ полномъ объемѣ.

§ 11. УРАВНЕНИЕ ТОЖЕСТВЪ РАЗЛИЧНЫХЪ ПЕРІОДОВЪ ПРИ ПОСРЕДСТВѢ ПРОИЗВОЛЬНЫХЪ МНОЖИТЕЛЕЙ. Уравненіе тождествъ возможно на различныхъ условіяхъ, и каждое условное уравненіе опредѣляетъ способъ пенсіонированія и размѣръ потребнаго, при данномъ способѣ пенсіонированія, процента отчисленія изъ жалованья на пенсіи, въ силу связи произвольной постоянной 1-го періода $\beta_0^{(n)}$ съ этимъ процентомъ отчисленія.

При уравненіи тождествъ, характеризующихъ періоды пенсіонированія, одно изъ возможныхъ тождествъ перваго періода постоянно

уравнивается съ однимъ и тѣмъ же тожествомъ второго періода. Подробное изслѣдованіе различныхъ условій уравненія пенсіонныхъ тожествъ, для опредѣленія процента отчисленія изъ жалованья на пенсіи и съ установленіемъ важнѣйшихъ типовъ пенсій произведено нами для всѣхъ возможныхъ случаевъ, но здѣсь мы, не вдаваясь въ подробности, изложимъ способъ уравненія, въ самыхъ существенныхъ чертахъ, только для тѣхъ типовъ пенсій, которые имѣютъ практическій интересъ и могутъ найти практическое примѣненіе, какъ типы вполне правильные, въ которыхъ операція пенсіонирования является операціею совершенно безобидною.

Возможны два способа уравненія тожествъ: уравненіе тожествъ полное и уравненіе ихъ неполное. Только при полномъ уравненіи операція пенсіонирования становится безобидною операціею, при неполномъ же уравненіи операція пенсіонирования всегда, кромѣ образованія капиталовъ эмеритальнаго и пенсіоннаго, необходимыхъ для дѣла пенсіонирования, ведетъ къ образованію запаснаго капитала, всегда лишняго для дѣла пенсіонирования и при наличности котораго операція пенсіонирования не можетъ считаться безобидною. Условій неполнаго уравненія мы выводимъ здѣсь не будемъ вовсе, такъ какъ считаемъ пенсіонированіе на такихъ условіяхъ неправильнымъ и операцію пенсіонирования не безобидною, но въ главѣ VI изслѣдованъ одинъ случай, гдѣ пенсіонированіе связано съ образованіемъ запаснаго капитала, такъ какъ этотъ случай находится въ тѣсной связи со способомъ пенсіонирования пенсіонно-сберегательныхъ кассъ.

Итакъ, мы считаемъ операцію пенсіонирования правильною только въ томъ случаѣ, если она безобидна, т. е. не ведетъ къ образованію запаснаго капитала.

Безобидными могутъ быть операціи пенсіонирования въ трехъ случаяхъ: 1) безъ образованія какихъ-либо капиталовъ—такое пенсіонированіе мы называемъ *стаціонарнымъ*; 2) съ образованіемъ одного пенсіоннаго капитала, или капитала, связаннаго съ ликвидаціею пенсій, таково пенсіонированіе *эмеритальное* и 3) при образованіи двухъ капиталовъ—эмеритальнаго и пенсіоннаго, т. е. капитала, связаннаго съ періодомъ образованія пенсій, и капитала—періода ликвидаціи пенсій; такое пенсіонированіе есть пенсіонированіе *тонтинное* или пенсіонированіе по способу тонтинъ.

§ 12. Условіе, опредѣляющее стаціонарныя пенсіи. Условіе стаціонарнаго пенсіонирования опредѣляется изъ уравненія полныхъ пенсіонныхъ рентъ обоихъ періодовъ и непосредственно, безъ возможнаго разложенія ихъ на пожизненныя или денежныя ренты и капиталы. Какое бы изъ возможныхъ тожествъ, опредѣляющихъ періодъ образованія пенсій, мы не взяли для сопоставленія съ тожествомъ періода ликвидаціи пенсій, каждое изъ нихъ, при пользованіи соотвѣтствен-

нымъ условнымъ уравненіемъ, опредѣляющимъ $\beta_0(n)$ дастъ въ результатъ одно и то же условіе, опредѣляющее процентъ отчисленія стаціонарныхъ пенсій, и это условіе слѣдующее:

$$r_n \text{ жс } \mathcal{N}_0 = \lambda \Pi_n \mathcal{N}_n v^n E_{x+n} \quad (\alpha)$$

изъ котораго опредѣляется r_n т. е. процентъ отчисленія изъ жалованья на стаціонарныя пенсіи (n) срока.

§ 13. Условіе, опредѣляющее эмеритальныя пенсіи. Условіе эмеритальнаго пенсіонированія опредѣляется изъ уравненія обѣихъ пенсіонныхъ рентъ, допуская разложеніе пенсіонной ренты 2-го періода на пожизненную ренту и капиталъ, но не разлагая такимъ же образомъ ренты 1-го періода, т. е. не допуская образованія эмеритальнаго капитала въ первомъ періодѣ. Какъ и въ предыдущемъ случаѣ, здѣсь безразлично, какое-бы изъ возможныхъ выраженій пенсіонной ренты 1-го періода мы не взяли для уравненія ея съ рентою пенсіонною, если только принимается во вниманіе соотвѣтственное условное уравненіе, опредѣляющее $\beta_0(n)$. Такъ какъ въ этомъ случаѣ отчисленіе поступаетъ въ пенсіонный фондъ, а не идетъ непосредственно на покрытіе всѣхъ расходовъ въ періодъ ликвидаціи пенсій, то должно уравнять не пенсіонныя ренты между собою, а пенсіонную ренту эмеритальную съ ежегоднымъ пенсіоннымъ расходомъ, или съ тою пожизненною рентою, которая входитъ въ разложеніе пенсіонной ренты второго періода; поэтому условіе, опредѣляющее эмеритальную пенсію, будетъ слѣдующее

$$r_n \text{ жс } \mathcal{N}_0 = \lambda \Pi_n \mathcal{N}_n v^n \frac{N_{x+n}}{D_{x+n}} \quad (\beta)$$

изъ котораго опредѣляется r_n , т. е. процентъ отчисленія изъ жалованія на эмеритальныя пенсіи (n) срока.

Легко видѣть изъ сравненія условія (β) съ условіемъ (α) , что условіе (α) получается изъ (β) подстановкою, на мѣсто пожизненной ренты $\frac{N_{x+n}}{D_{x+n}}$, ликвидаціонной пенсіонной ренты E_{x+n} , которая, какъ сказано, является предѣльнымъ значеніемъ пожизненной ренты, при денежномъ ростѣ, равномъ нулю; а потому, въ дѣлѣ пенсіонированія, отказъ отъ образованія капиталовъ равносильенъ предположенію отсутствія денежнаго роста, но только въ самыхъ рентахъ, потому что въ выраженіе величины ежегодной пенсіи учетный множитель входитъ и всегда остается, пока денежный ростъ не становится равнымъ нулю вообще, а не только по отсутствію пенсіонныхъ капиталовъ.

§ 14. Условія, опредѣляющія пенсіи-тонтинны. Условіе пенсіонированія по способу тонтинъ опредѣляется изъ уравненія обѣихъ рентъ, допуская разложеніе пенсіонной ренты, какъ перваго, такъ и второго

періода—на пожизненную или денежную ренту и капиталъ, т. е. этотъ способъ пенсіонированія связанъ съ образованіемъ двухъ капиталовъ, какъ эмеритальнаго—въ первомъ періодѣ, такъ и пенсіоннаго—во второмъ періодѣ. Здѣсь уже надлежащій выборъ одного изъ возможныхъ тождествъ 1-го періода для уравненія его съ тождествомъ 2-го періода не безразличенъ: во-первыхъ, потому, что безобидность тонтинныхъ операцій возможна только при опредѣленномъ разложеніи пенсіонной ренты 1-го періода, а во-вторыхъ, потому, что тонтинны зависятъ отъ самаго способа распредѣленія и не даютъ одного и того же условія при всякомъ распредѣленіи, какъ то имѣетъ мѣсто въ пенсіяхъ стаціонарныхъ и эмеритальныхъ.

Безобидны тонтинны могутъ быть только при условіи уравненія тождества (κ') или тождества (l') первого періода съ тождествомъ второго періода (m). Такъ какъ въ этомъ случаѣ ежегодное отчисленіе не поступаетъ прямо въ пенсіонный фондъ и такъ какъ ежегодное отчисленіе на пенсіи, изъ котораго образуется эмеритальный капиталъ, ничѣмъ не связано съ ежегоднымъ отчисленіемъ, которымъ покрывается расходъ на пенсіи и изъ котораго составляется пенсіонный капиталъ, то уравненіе тождествъ возможно только при условіи уравненія этихъ отчисленій двухъ періодовъ пенсіонированія, что даетъ два условія пенсіонированія по способу тонтинъ:

1-е условіе, находящееся въ связи съ распредѣленіемъ, обратно пропорціональнымъ предѣльной прочности службы, или, что то же, связанное съ вѣроятностью дожитія въ 1-мъ періодѣ—образованія пенсій:

$$r_n \kappa_c \mathcal{X}_0 \frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_{x+n}} = \lambda \Pi_n \mathcal{X}_n v^n \frac{N_{x+n}}{D_{x+n}} \{n\} E_x \quad (\gamma)$$

2-е условіе, находящееся въ связи съ распредѣленіемъ, обратно пропорціональнымъ относительной прочности службы или, что то же, не связанное съ вѣроятностью дожитія въ 1-мъ періодѣ—образованія пенсій:

$$r_n \kappa_c \mathcal{X}_0 C_n = \lambda \Pi_n \mathcal{X}_n v^n \frac{N_{x+n}}{D_{x+n}} (n+1) \quad (\gamma')$$

Какъ то, такъ и другое условіе опредѣляетъ r_n —процентъ отчисленія изъ жалованья на пенсіи (n) срока для двухъ различныхъ пенсій-тонтинъ.

Легко видѣть, что вторая тонтинна получается изъ первой путемъ замѣны временныхъ рентъ пожизненныхъ—временными денежными рентами, что равносильно предположенію абсолютной вѣроятности поступления всѣхъ взносовъ на пенсіи, въ теченіе періода образованія пенсій, каковое допущеніе, какъ сказано выше, вполне возможно, для штата служащихъ, въ которомъ вакансіи не остаются безъ замѣщенія, т. е. каждый, оставляющій службу, немедленно замѣщается новымъ служащимъ, вслѣдствіе чего нѣтъ никакого перерыва въ общемъ те-

ченіи отчисленій на пенсіи изъ жалованья. Слѣдовательно, *первый пенсіонный періодъ—образованія пенсій можно ставить въ зависимость отъ вѣроятности дожитія, но въ такой постановкѣ безусловной необходимости нѣтъ, а равно возможенъ учетъ этого періода безъ всякаго отношенія къ вѣроятности дожитія.*

Кромѣ того, надлежитъ замѣтить, что тонтинны, въ противность стаціонарнымъ и эмеритальнымъ пенсіямъ, требуютъ вкупѣ старослужащихъ; подробно останавливаться на доказательствахъ этого положенія мы не будемъ, но, все же, замѣтимъ, что о необходимости вкупѣ легко сдѣлать заключеніе изъ самаго вида тождествъ 1-го періода, характеризующихъ тонтинны этого рода, которыя можно представить такъ:

$$\text{и} \quad \beta_0^{(n)} \mathcal{I}_{0|n} E_x + i \beta_0^{(n)} \mathcal{I}_0 K'_n = \beta_0^{(n)} \mathcal{I}_0 \frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_{x+n}}$$

$$\beta_0^{(n)} \mathcal{I}_0 (n+1) + i \beta_0^{(n)} \mathcal{I}_0 \sum_0^n C_{m-1} = \beta_0^{(n)} \mathcal{I}_0 C_n$$

Такъ какъ по условіямъ тонтинъ (γ) и (γ') , вторая часть этихъ уравненій равна пенсіоннымъ резервамъ (n) срока службы, или, что то же, ежегоднымъ отчисленіямъ въ пенсіонный фондъ, то самый видъ предыдущихъ отношеній показываетъ, что отчисленіе въ пенсіонный фондъ слагается изъ ежегоднаго отчисленія на пенсіи $\beta_0^{(n)} \mathcal{I}_{0|n} E_x$ или $\beta_0^{(n)} \mathcal{I}_0 (n+1)$ и процентовъ съ нѣкотораго капитала $\beta_0^{(n)} \mathcal{I}_0 K'_n$ или $\beta_0^{(n)} \mathcal{I}_0 \sum_0^n C_{m-1}$, а потому отчисленіе въ пенсіонный фондъ не можетъ быть сдѣлано ранѣе образованія этихъ капиталовъ, но каждый изъ капиталовъ образуется только, по истеченіи полнаго періода (n) службы, изъ ежегодныхъ отчисленій на пенсіи, а потому тонтинны всегда представляютъ пенсіи, отсроченныя на весь періодъ (n) образованія эмеритальнаго резерва $\beta_0^{(n)} \mathcal{I}_0 \frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_{x+n}}$ или $\beta_0^{(n)} \mathcal{I}_0 C_n$ и для того, чтобы сдѣлать ихъ немедленными, имъ необходимо дать немедленно же тотъ самый капиталъ, который образуется, при обычныхъ условіяхъ, черезъ (n) лѣтъ, т. е. сдѣлать вкупъ для старослужащихъ. Максимумъ вкупѣ въ каждомъ случаѣ тонтинъ этого рода:

$$\mathfrak{W} = \beta_0^{(n)} \mathcal{I}_0 K'_n \quad \text{и} \quad \mathfrak{W} = \beta_0^{(n)} \mathcal{I}_0 \sum_0^n C_{m-1}$$

что при замѣнѣ $\beta_0^{(n)}$ его значеніемъ даетъ:

$$\mathfrak{W} = \frac{r_n \mathcal{H}_c \sum_0^n \mathcal{I}_m}{|n E_x} K'_n \quad \text{и} \quad \mathfrak{W} = \frac{r_n \mathcal{H}_c \sum_0^n \mathcal{I}_m}{n+1} \sum_0^n C_{m-1}$$

Мы называемъ эти величины максимумомъ вкупѣ, потому что вкупъ имѣетъ и минимумъ, равный современной стоимости этого капитала, а слѣдовательно заключается, вообще говоря, между двумя предѣлами.

Необходимо замѣтить, что предыдущій выводъ вкупѣ и доказательство его необходимости нельзя считать строго аналитическимъ, и, на частныхъ примѣрахъ распредѣленія взносовъ на пенсіи, мы можемъ легко убѣдиться, что вкупъ не безусловно необходимъ; а то обстоятельство, что значеніе вкупѣ заключается между двумя предѣлами, которые тѣмъ больше расходятся, чѣмъ меньше значеніе (n), и сближаются тѣмъ больше, чѣмъ больше значеніе (n), говоритъ скорѣе не за необходимость самаго вкупѣ по существу, сколько показываетъ неустойчивость самыхъ пенсій—тонтинъ, вслѣдствіе которой и является необходимость во вкупѣ, тѣмъ большимъ, чѣмъ больше періодъ отсроченныхъ пенсій, и тѣмъ болѣе неопредѣленнымъ по величинѣ, чѣмъ меньше самый періодъ пенсіонированія. Вкупъ придаетъ большую устойчивость пенсіонированію по способу тонтинъ, но необходимость его условная, и съ нѣкоторымъ рискомъ возможно допустить и пенсії-тонтинъ безъ вкупѣ, если непрочность службы не очень велика. Вообще, трудно высказаться опредѣленно по отношенію къ вкупу, хотя нами подробно изслѣдованъ этотъ вопросъ; мы болѣе склонны видѣть въ самомъ требованіи вкупѣ и въ его неопредѣленности сильное возраженіе противъ пенсіонированія по способу тонтинъ во всѣхъ случаяхъ, когда составъ служащихъ сложился, и когда нельзя отсрочить выдачу пенсій, а надлежитъ приступить къ пенсіонированію немедленно.

§ 15. Выводъ процента отчисленія изъ жалованья на пенсіи досрочныя. Такимъ образомъ нами найдено выраженіе для процента отчисленія на пенсіи срока (n) въ опредѣленныхъ функціяхъ аргумента (n), а потому, давая этому аргументу различныя значенія, начиная съ 1 (значеніе аргумента, равное нулю, по весьма естественнымъ практическимъ соображеніямъ должно быть исключено), найдемъ выраженіе процента отчисленія на пенсіи какого угодно срока, предполагая выводъ всѣхъ пенсіонеровъ на пенсіи этого срока.

Теперь остается опредѣлить размѣръ отчисленія, при допущеніи вывода на пенсію даннаго срока не всѣхъ, а только нѣкоторыхъ лицъ, т. е. найти выраженіе размѣра отчисленія на пенсіи не крайняго срока службы, а промежуточныхъ сроковъ. Но опредѣленіе процента отчисленія на пенсіи r'_m какого либо промежуточнаго срока, если извѣстно выраженіе процента отчисленія r_m , когда тотъ же срокъ принять крайнимъ, не представляетъ никакого труда. Дѣйствительно, изъ самаго хода всѣхъ разсужденій, при выводѣ процента отчисленія на пенсіи срока (m), мы видимъ, что размѣръ отчисленія пропорціоналенъ числу всѣхъ пенсіонеровъ, которые могутъ быть къ этому сроку, каковое число равно числу остающихся на службѣ къ тому же сроку, т. е. числу $\mathcal{N}_m$, но если срокъ службы не крайній, а промежуточный, то и процентъ отчисленія будетъ опредѣляться не числомъ $\mathcal{N}_m$, которыя къ этому сроку остаются на службѣ, а только чис-

ломъ $\mathcal{N}_m - \mathcal{N}_{m+1}$, которая въ дѣйствительности оставляютъ службу на этомъ срокѣ, а потому, въ силу указанной пропорціональности,

$$\frac{r'_m}{r_m} = \frac{\mathcal{N}_m - \mathcal{N}_{m+1}}{\mathcal{N}_m}$$

но, такъ какъ, по начальному положенію,

$$\frac{\mathcal{N}_m - \mathcal{N}_{m+1}}{\mathcal{N}_m} = \chi_{m+1}$$

то

$$r'_m = r_m \chi_{m+1}$$

Слѣдовательно, процентъ отчисленія на пенсіи промежуточнаго срока, или досрочныя, какъ ихъ обыкновенно называютъ, определяется по данному отчисленію того же срока, принимаемому за крайній, какъ математическое ожиданіе этого послѣдняго, связанное съ вѣроятностью оставить службу въ теченіе одного года, считая отъ этого срока.

§ 16. Выводъ процента отчисленія изъ жалованья на пенсіи всѣхъ или нѣсколькихъ сроковъ службы. Допуская свободный выводъ на пенсію любого срока службы, начиная со срока (κ), гдѣ (κ) можетъ быть равно 1, мы должны обезпечить соотвѣтственнымъ отчисленіемъ каждый срокъ службы, а потому взять сумму всѣхъ r'_m , начиная отъ $m=\kappa$ до $m=n$, полагая, что для крайняго срока службы, вслѣдствіе равенства $r'_n = r_n$, вѣроятность выхода на пенсію абсолютная, т. е. $\chi_{n+1} = 1$. Иначе говоря, допуская свободный выходъ на пенсію, начиная со срока (κ), мы должны опредѣлить полный процентъ отчисленія r изъ жалованья, на оплату пенсіями всѣхъ сроковъ, начиная съ κ до n какъ математическое ожиданіе изъ процентовъ отчисленія каждаго изъ этихъ сроковъ, въ связи съ непрочною службою, соотвѣтствующей каждому сроку, которая равна вѣроятности оставить службу въ теченіе одного года, считая отъ этого срока. Поэтому

$$r = \sum_{\kappa}^n r'_m = \sum_{\kappa}^n r_m \chi_{m+1} \quad (n)$$

гдѣ $r'_n = r_n$ или $\chi_{n+1} = 1$, при чемъ κ можетъ быть равно единицѣ

Подставляя сюда найденныя выше значенія r_n , для каждаго типа пенсій, мы найдемъ и полное отчисленіе для того же типа, при оплатѣ пенсіями всѣхъ сроковъ, начиная отъ срока κ до срока (n).

Такимъ образомъ, рѣшеніе задачи пенсіонированія связано, во всѣхъ случаяхъ, съ опредѣленіемъ столькихъ произвольныхъ постоянныхъ Π_m , сколько сроковъ службы признано подлежащими оплатѣ пенсіями. Сумма, опредѣляющая величину r , можетъ быть всегда взята отъ (1) до (n), гдѣ величина (n) можетъ быть равна самое большее величинѣ (ϕ), т. е. предѣльному табличному возрасту; но, вслѣдствіе непрочности службы, считая въ томъ числѣ и выходъ на пенсію, ве-

личина (n) можетъ быть ниже этого крайняго предѣла и опредѣляется тѣмъ срокомъ службы, для котораго ${}_n p = 0$, наконецъ, предѣльный срокъ службы можетъ быть устанавливаемъ произвольный. Имѣя въ виду то обстоятельство, что прочность службы тѣсно связана съ принятымъ порядкомъ пенсіонированія и, до извѣстной степени, создается выдачею пенсій, мы можемъ считать, что прочность службы есть функція времени и (n) произвольныхъ постоянныхъ $\Pi_0, \Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$ пенсій, выдаваемыхъ за выслугу какого-либо срока службы; но, пока число наблюденій надъ прочностью службы недостаточно, и они, въ большинствѣ случаевъ, не поставлены въ связь съ размѣромъ пенсій, сдѣлать какое либо опредѣленное сужденіе о видѣ этой функціи нельзя, и единственный способъ рѣшенія задачи пенсіонированія, въ настоящее время, заключается въ допущеніи измѣненій произвольныхъ постоянныхъ, каковы величины пенсій за различные сроки службы, по какому либо опредѣленному закону, но въ связи съ наблюдаемою прочностью службы.

Подставляя вмѣсто r_m его значенія изъ уравненій (α), (β), (γ) и (γ') при различныхъ способахъ пенсіонированія, получимъ слѣдующія общія выраженія для процента отчисленія на пенсіи, при оплатѣ всѣхъ сроковъ службы, начиная со срока x до n

$$\text{Стационарныя пенсіи} \quad r = \sum_{x=0}^n \lambda \cdot {}_m p v^m E_{x+m} \frac{\Pi_m}{\mathcal{H}_c} \chi_{m+1} \quad (c)$$

$$\text{Эмеритальныя пенсіи} \quad r = \sum_{x=0}^n \lambda \cdot {}_m p v^m a_{x+m} \frac{\Pi_m}{\mathcal{H}_c} \chi_{m+1} \quad (c')$$

$$\text{Тонтины} \quad \begin{cases} \text{1-го рода} & r = \sum_{x=0}^n \lambda \cdot {}_m p v^m \frac{N_{x+m}}{N_x - N_{x+m+1}} \cdot {}_m E_x \frac{\Pi_m}{\mathcal{H}_c} \chi_{m+1} \\ \text{2-го рода} & r = \sum_{x=0}^n \lambda \cdot {}_m p v^m \frac{a_{x+m}}{C_m} (m+1) \frac{\Pi_m}{\mathcal{H}_c} \chi_{m+1} \end{cases} \quad \begin{matrix} (c'') \\ (c''') \end{matrix}$$

§ 17. Взаимная связь между пенсиями и прочностью службы. Когда дана таблица прочности службы, то извѣстны и величины λ , ${}_m p$ и χ_{m+1} ; изъ таблицы дожитія, принятой для пенсіонированія, опредѣляются величины E_{x+m} , a_{x+m} , $\frac{N_{x+m}}{N_x - N_{x+m+1}}$, ${}_m E_x$ а на основаніи таблицы долгосрочныхъ финансовыхъ операцій, мы можемъ опредѣлить величины v^m и C_m ; общее среднее жалованье— $\mathcal{H}_c$ есть величина, всегда извѣстная для даннаго состава служащихъ; произвольными величинами остаются только Π_m т. е. пенсіи за различные сроки службы, и эти величины должны быть напередъ установлены. Но каковы бы то ни были значенія Π_m , они всегда могутъ разсматриваться, какъ функція аргумента (m), измѣненія которыхъ тѣсно связаны съ измѣненіемъ прочности службы ${}_m p$.

Сравненіе таблицъ прочности службы, установленныхъ на основаніи наблюденій, показываетъ, что прочность службы раз-

лична, при различныхъ способахъ пенсіонированія, и если пенсіи за различные сроки службы не находятся въ непрерывной связи съ прочностью службы, а измѣняются скачками, то непрочность службы испытываетъ сильныя колебанія: каждое повышение размѣра пенсій сопровождается измѣненіемъ въ непрочности службы, каковая уменьшается до выдачи первой пенсіи, сразу возрастаетъ въ моментъ увеличенія пенсіи, затѣмъ постепенно уменьшается въ предѣлахъ между двумя измѣненіями пенсій. Если же таблица прочности службы выведена для состава, въ которомъ пенсіонированіе не начиналось, то прочность службы, не испытывая возмущающаго дѣйствія пенсіонированія, измѣняется правильно, и ежегодная убыль въ составѣ служащихъ можетъ считаться почти равномерною; но зато отсутствіе пенсій сильно увеличиваетъ непрочность службы на первыхъ годахъ службы, тогда какъ въ пенсіонируемомъ составѣ, даже для первыхъ лѣтъ службы, не замѣчается особенно сильнаго вліянія непрочности службы.

Чрезвычайно важно сдѣлать вліяніе пенсій на прочность службы равномернымъ, для чего и необходимо поставить ихъ въ непосредственную связь съ прочностью службы и *установить пенсіи, равномерно измѣняющіяся вмѣстѣ съ продолжительностью службы*, т. е. сдѣлать пенсіи обратно пропорціональными числу служащихъ соответственныхъ сроковъ, и кромѣ того, *производитъ выдачу пенсій въ размѣръ средняго жалованья за все время службы* для того, чтобы ослабить стремленіе къ выходу на пенсіи тотчасъ по наступленіи срока выдачи полной пенсіи. Но всѣ способы пенсіонированія, примѣняемые на практикѣ, вовсе не исполняютъ перваго условія и большею частью не исполняютъ второго условія, допуская выдачу пенсій безъ всякой связи съ прочностью службы и въ размѣрѣ оклада нѣсколькихъ послѣднихъ лѣтъ и даже въ размѣрѣ послѣдняго оклада, поэтому въ прочности службы пенсіонируемаго состава не замѣчается равномерности, отсутствіе которой значительно повышаетъ расходы на пенсіи, побуждая многихъ оставлять службу только потому, что они могутъ получить пенсію, а не потому, что они не могутъ продолжать службу. Поэтому можно вполне согласиться съ мнѣніемъ, изложеннымъ въ статьѣ R. g. A 1902 X: «quant aux sacrifices excessifs résultant de la nécessité de subventionner la caisse ils sont dus le plus souvent à une mauvaise administration et aux conditions trop favorables faites aux tributaires».

Достичь въ непрочности службы равномерности, невозмущаемой даже выдачею пенсій, есть одна изъ главнѣйшихъ задачъ всякаго пенсіонированія, которая, къ сожалѣнію, на практикѣ до сихъ поръ не осуществлена ни однимъ пенсіонирующимъ учрежденіемъ. *Выдача же пенсій по среднему окладу жалованья за всѣ годы службы и выдача досрочныхъ пенсій за каждый годъ службы въ отношеніи, обратномъ прочности службы, есть, какъ намъ кажется, единственный способъ, примѣненіе котораго на практикѣ можетъ ослабить возмущающее дѣйствіе пенсій на прочность службы.*

Таблицами той прочности службы, которая создана безъ соблюденія указанныхъ условій, по отношенію къ выдачѣ пенсій, можно пользоваться, для вычисленія процента отчисленія, только условно; опредѣляемый, на основаніи такихъ таблицъ, процентъ отчисленія изъ жалованья на пенсіи можетъ считаться только приближеннымъ значеніемъ истиннаго; самая таблица прочности службы должна считаться соотвѣствующею только тому способу пенсіонированія, при дѣйствіи котораго она сложилась, а не можетъ считаться абсолютнымъ и единственно возможнымъ выраженіемъ прочности службы данного состава, при всякомъ способѣ пенсіонированія; напротивъ, болѣе удачный выборъ способа пенсіонированія можетъ значительно измѣнить прочность службы въ направленіи, выгодномъ для пенсіонирующаго учрежденія и безъ существеннаго нарушенія интересовъ служащихъ.

§ 18. Процентъ отчисленія изъ жалованья на пенсіи имѣетъ предѣлъ. Такъ какъ

$$\chi_{m+1} = \frac{\mathcal{N}_m - \mathcal{N}_{m+1}}{\mathcal{N}_m}$$

$$\lambda_m \rho = \frac{\mathcal{N}_m}{\mathcal{N}_0}$$

$$\lambda = \frac{\mathcal{N}_0}{\sum_0^n \mathcal{N}_m} = \frac{\mathcal{N}_0}{\mathcal{N}}$$

то основное уравненіе, опредѣляющее процентъ отчисленія на пенсіи изъ жалованья, можетъ быть представлено слѣдующимъ образомъ:

$$r = \frac{1}{\chi_0} \sum_0^n \varphi(m) \cdot \Pi_m (\mathcal{N}_m - \mathcal{N}_{m+1}) \quad (7)$$

гдѣ $\varphi(m)$ есть функція аргумента (m) , имѣющая различныя значенія, для различныхъ типовъ пенсій, но не зависящія отъ прочности службы, а только отъ вѣроятности дожитія и дисконтирующаго множителя.

Основная теорема интегральнаго исчисленія (Picard «Traité d'Analyse» Т. I р. 3—4).

«Теорема.. Сумма

$$(x_1 - a)f(a) + \dots + (b - x_{n-1})f(x_{n-1})$$

стремится къ предѣлу, когда всѣ промежутки (x_{i+1}, x_i) стремятся къ нулю по какому-либо закону одновременно съ тѣмъ, какъ число промежутковъ увеличивается безконечно».

позволяетъ намъ сдѣлать заключеніе о томъ, что величина r , которая выражается суммою, тождественною по виду съ суммою, данною въ теоремѣ, стремится къ опредѣленному предѣлу, при всякомъ значеніи аргумента $\mathcal{N}_m$ предполагая, что $\varphi(m)\Pi_m$ есть опредѣленная функція

этого же аргумента, т. е. при условии установления определенной зависимости пенсій Π_m различного срока отъ прочности службы, потому что $\varphi(m)$ зависитъ отъ аргумента (m) , а, слѣдовательно, измѣненія этой функціи необходимо связаны съ измѣненіями $\mathcal{U}_m$ такъ же, какъ измѣненія $\mathcal{U}_m$ связаны съ измѣненіемъ аргумента (m) .

Допуская условіе

$$\varphi(m) \Pi_m < \varphi(n) \Pi_n \quad (8)$$

откуда

$$\frac{\Pi_m}{\Pi_n} < \frac{\varphi(n)}{\varphi(m)}$$

т. е. условіе, выражающее, что функція $\varphi(m) \Pi_m$ есть функція, которая никогда не убываетъ, а поэтому, по теоремѣ Риманна, всегда можетъ быть проинтегрирована, т. е. сумма (7), а слѣдовательно процентъ отчисленія на пенсіи всегда стремится къ определенному предѣлу (Picard «Traité d'Analyse» T. I, p. 20).

§ 19. Зависимость пенсій отъ прочности службы есть достаточное условіе для того, чтобы процентъ отчисленія на пенсіи стремился къ определенному предѣлу. Такъ какъ всегда

$$\frac{|n\rho}{|m\rho} < 1.$$

то неравенство (8) будетъ безусловно выполнено, при всѣхъ измѣненіяхъ аргумента (m) , если

$$\frac{\Pi_m}{\Pi_n} = \frac{|n\rho}{|m\rho} \cdot \frac{\varphi(n)}{\varphi(m)}$$

Вотъ на основаніи какихъ соображеній мы выводимъ необходимость явной зависимости пенсій отъ прочности службы и можемъ считать условіе (8) достаточнымъ для того, чтобы, въ предѣлѣ, обезпечить постоянство процента отчисленія на пенсии, при всякой прочности службы, каковы бы ни были колебанія прочности службы.

Давая $\varphi(m)$ определенные значенія, въ связи съ выборомъ определенного типа пенсій, для котораго $\varphi(m)$ имѣетъ определенное значеніе, мы найдемъ для каждаго типа пенсій то отношеніе, которое, въ предѣлѣ, обезпечиваетъ постоянство процента отчисленія на пенсіи изъ жалованья.

Эти отношенія пенсій различныхъ сроковъ для каждаго типа пенсій слѣдующія:

$$\text{Стационарныя пенсіи} \quad \frac{\Pi_m}{\Pi_n} = \frac{|n\rho}{|m\rho} \cdot \frac{v^n}{v^m} \cdot \frac{E_{x+n}}{E_{x+m}} \quad (9)$$

$$\text{Эмеритальныя пенсіи} \quad \frac{\Pi_m}{\Pi_n} = \frac{|n\rho}{|m\rho} \cdot \frac{v^n}{v^m} \cdot \frac{a_{x+n}}{a_{x+m}} \quad (9^1)$$

$$\text{Тонтины} \left\{ \begin{array}{l} \text{1-го рода} \quad \frac{\Pi_m}{\Pi_n} = \frac{|\begin{smallmatrix} n \\ \rho \end{smallmatrix}|}{|\begin{smallmatrix} m \\ \rho \end{smallmatrix}|} \cdot \frac{v^n}{v^m} \cdot \frac{\frac{N_{x+n}}{N_x - N_{x+n+1}}}{\frac{N_{x+m}}{N_x - N_{x+m+1}}} \cdot \frac{|\begin{smallmatrix} n \\ E_x \end{smallmatrix}|}{|\begin{smallmatrix} m \\ E_x \end{smallmatrix}|} \quad (9^{\text{II}}) \\ \text{2-го рода} \quad \frac{\Pi_m}{\Pi_n} = \frac{|\begin{smallmatrix} n \\ \rho \end{smallmatrix}|}{|\begin{smallmatrix} m \\ \rho \end{smallmatrix}|} \cdot \frac{v^n}{v^m} \cdot \frac{a_{x+n}}{a_{x+m}} \cdot \frac{(\begin{smallmatrix} n+1 \\ \end{smallmatrix})C_m}{(\begin{smallmatrix} m+1 \\ \end{smallmatrix})C_n} \quad (9^{\text{III}}) \end{array} \right.$$

§ 20. ПРИЛОЖЕНИЕ МЕТОДА СРЕДНИХЪ ВЕЛИЧИНЪ КЪ ОПРЕДѢЛЕНІЮ ПРОЦЕНТА ОТЧИСЛЕНІЯ ИЗЪ ЖАЛОВАНЫЯ НА ПЕНСИИ. Показавъ, что процентъ отчисленія на пенсіи есть сумма, имѣющая опредѣленный предѣлъ, т. е. показавъ интегральное свойство этой суммы и указавъ одно изъ условій, при которомъ интегрированіе ея вполне возможно,—мы можемъ примѣнить къ опредѣленію r извѣстную теорему интегральнаго исчисленія—*теорему среднихъ величинъ* (théoreme de la moyenne) (Jordan «Cours d'Analyse» т. I, p. 38.—Т. II, p. 81—82).

Такъ какъ значенія Π_m непрерывно возрастаютъ вмѣстѣ, съ возрастаніемъ аргумента (m), то мы можемъ, на основаніи этой теоремы, взять среднее значеніе для Π_m между минимумомъ Π_0 и максимумомъ Π_n , которое обозначимъ черезъ Π_c ; тогда въ силу теоремы среднихъ величинъ

$$r = \frac{\Pi_c}{\mathcal{H}_c \mathcal{N}} \sum_{\kappa}^n \varphi(m) (\mathcal{N}_m - \mathcal{N}_{m+1}) \quad (7')$$

Это выраженіе устанавливаетъ зависимость процента отчисленія на пенсіи изъ жалованья отъ отношенія средней пенсіи къ среднему жалованью; за величину же средней пенсіи можно принять размѣръ ежегодной пенсіи на одного пенсіонируемаго.

Помноживъ и раздѣливъ вторую часть на число всѣхъ пенсіонеровъ различныхъ сроковъ, которое обозначимъ черезъ $\mathcal{N}$, гдѣ

$$\mathcal{N} = \sum_{\kappa}^n \mathcal{N}_m E_{x+m}$$

величина постоянная для установившагося состава, получимъ

$$r = \frac{\Pi_c \mathcal{N}}{\mathcal{H}_c \mathcal{N}} \sum_{\kappa}^n \frac{\varphi(m)}{\mathcal{N}} (\mathcal{N}_m - \mathcal{N}_{m+1})$$

но

$$\Pi_c \mathcal{N} = P$$

гдѣ P есть ежегодный расходъ по выдачѣ всѣхъ пенсій, а

$$\mathcal{H}_c \mathcal{N} = \mathcal{K}$$

гдѣ $\mathcal{K}$ есть ежегодный расходъ на жалованье, а потому

$$r = \frac{P}{\mathcal{K}} \sum_{\kappa}^n \frac{\varphi(m)}{\mathcal{N}} (\mathcal{N}_m - \mathcal{N}_{m+1})$$

Наконецъ, применяя къ этому выраженію (7) ту же теорему среднихъ величинъ, и полагая, что $\varphi(c)$ есть среднее значеніе $\varphi(m)$, заключающееся между наименьшимъ и наибольшимъ значеніями $\varphi(m)$ въ предѣлахъ отъ k до n , получимъ изъ (7')

$$r = \frac{\Pi_c \varphi(c)}{\mathcal{H}_c} \mathcal{U}_k - \mathcal{U}_{n+1}$$

но такъ какъ $\mathcal{U}_{n+1} = 0$, то приближенное значеніе r окончательно получаетъ слѣдующій видъ

$$r = \frac{\Pi_c}{\mathcal{H}_c} \cdot \frac{\mathcal{U}_k}{\mathcal{U}} \varphi(c)$$

или

$$r = \lambda_{|k} \rho \varphi(c) \frac{\Pi_c}{\mathcal{H}_c}$$

Величина $\varphi(c)$ есть функція, въ которую входятъ различные множители, зависящіе отъ вѣроятностей дожитія и дисконтирующій множитель v^m . Среднее значеніе той части $\varphi(c)$, которая зависитъ отъ вѣроятности дожитія, всего правильнѣе опредѣлить по среднему возрасту всѣхъ состоящихъ на службѣ ξ , и эту часть $\varphi(c)$ мы обозначимъ черезъ $\varphi(x+\xi)$, гдѣ (x) средній начальный возрастъ, а ξ средній возрастъ всѣхъ служащихъ, который по закону Макегамъ мы можемъ опредѣлить изъ условія

$$\mu_{\xi} \sum_{k=0}^n \mathcal{U}_m = \mathcal{U}_k \mu_{x+k} + \mathcal{U}_{k+1} \mu_{x+k+1} + \mathcal{U}_{k+2} \mu_{x+k+2} + \dots + \mathcal{U}_n \mu_{x+n} \quad (10)$$

и тогда

$$\varphi(c) = v^c \varphi(x+\xi)$$

гдѣ φ имѣетъ различныя значенія для различныхъ типовъ пенсій.

Что касается до средняго значенія v^c , то всего правильнѣе опредѣлить его какъ среднее арифметическое, т. е.

$$\begin{aligned} v^c &= \frac{v^k + v^{k+1} + v^{k+2} + \dots + v^n}{n - k + 1} = \\ &= v^k \frac{(1+i)^{n-k} + (1+i)^{n-k-1} + (1+i)^{n-k-2} + \dots + 1}{n - k + 1} = v^k \frac{C_{n-k}}{n - k + 1} \quad (11) \end{aligned}$$

На основаніи этихъ соображеній приближенная формула для опредѣленія процента отчисленія на пенсіи приметъ слѣдующій видъ:

$$r = \lambda_{|k} \rho v^n \frac{C_{n-k}}{n - k + 1} \varphi(x+\xi) \frac{\Pi_c}{\mathcal{H}_c} \quad (12)$$

Давая $\varphi(x+\xi)$ значенія, соотвѣтствующія различнымъ типамъ пенсій, получимъ для процента отчисленія на пенсіи слѣдующія выраженія.

$$\text{Стационарныя пенсіи} \quad r = \lambda_{|k} \rho v^n \frac{C_{n-k}}{n - k + 1} E_{x+\xi} \frac{\Pi_c}{\mathcal{H}_c} \quad (12^1)$$

$$\text{Эмеритальные пенсіи } r = \lambda_{|n} \rho v^n \frac{C_{n-k}}{n-k+1} a_{x+\xi} \frac{\Pi_c}{\mathcal{H}C_c} \quad (I2^{II})$$

$$\text{Тонтины } \left\{ \begin{array}{l} \text{1-го рода } r = \lambda_{|n} \rho v^n \frac{C_{n-k}}{n-k+1} \frac{N_{x+\xi}}{N_x - N_{x+\xi+1}} \xi E_x \frac{\Pi_c}{\mathcal{H}C_c} \quad (I2^{III}) \\ \text{2-го рода } r = \lambda_{|n} \rho v^n \frac{C_{n-k}}{n-k+1} \cdot a_{x+\xi} \left(\frac{m+1}{C_m} \right)_c \frac{\Pi_c}{\mathcal{H}C_c} \quad (I2^{IV}) \end{array} \right.$$

Для величины $\left(\frac{m+1}{C_m} \right)_c$, входящей въ выраженіе процента отчисленія тонтинъ 2-го рода и независящей отъ средняго возраста, возможно опредѣлить среднюю величину, какъ среднее ариѳметическое всѣхъ выраженій $\frac{m+1}{C_m}$ для значеній m отъ $m=k$ до $m=n$.

§ 21. Процентъ отчисленія изъ жалованья на пенсіи всѣхъ сроковъ службы въ функціи процента отчисленія на пенсіи одного предѣльнаго срока службы. При допущеніи между пенсіями различныхъ сроковъ службы отношеній, данныхъ формулами (9), общее выраженіе для процента отчисленія на пенсіи всѣхъ сроковъ отъ k до n можетъ быть выражено въ функціи процента отчисленія одного послѣдняго срока, т. е.

$$r = r_n \sum_k^n \chi_{m+1} \quad (I3)$$

гдѣ для r_n должно давать выраженіе, соотвѣтствующее выбранному типу пенсій.

Итакъ, на основаніи соотношеній (9) изъ общаго выраженія r даннаго уравненіемъ (6) получимъ:

$$\text{Стационарныя пенсіи } r = \lambda_{|n} \rho v^n E_{x+n} \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}C_c} \sum_k^n \chi_{m+1} \quad (7^I)$$

$$\text{Эмеритальныя пенсіи } r = \lambda_{|n} \rho v^n a_{x+n} \cdot \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}C_c} \sum_k^n \chi_{m+1} \quad (7^{II})$$

$$\text{Тонтины } \left\{ \begin{array}{l} \text{1-го рода } r = \lambda_{|n} \rho v^n \frac{N_{x+n}}{N_x - N_{x+n+1}} E_x \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}C_c} \sum_k^n \chi_{m+1} \quad (7^{III}) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{2-го рода } r = \lambda_{|n} \rho v^n \frac{a_{x+n}}{C_n} (n+1) \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}C_c} \sum_k^n \chi_{m+1} \quad (7^{IV}) \end{array} \right.$$

Но, пользуясь этими формулами, надлежитъ имѣть въ виду, что онѣ могутъ давать правильный результатъ, особенно въ отношеніи опредѣленія пенсій, соотвѣтствующихъ различнымъ срокамъ службы, только при условіи равномернаго хода измѣненій въ прочности службы, а потому, пользуясь таблицами прочности службы такими, въ которыхъ эта равномерность нарушается выдачею пенсій, надлежитъ при-

нимать за предѣльный срокъ службы тотъ срокъ, съ которымъ связана выдача наибольшей пенсіи, т. е. съ котораго начинается періодъ ликвидаціи данной группы служащихъ, а не брать за предѣльный срокъ службы тотъ срокъ, на которомъ уже сказалось возмущающее вліяніе пенсіонированія; иначе говоря, мы должны исключать изъ разсмотрѣнія весь періодъ постепеннаго выхода на пенсію всѣхъ служащихъ, выслужившихъ полную пенсію и принимать для того срока, съ котораго начинается выходъ на полную пенсію $\chi_{n+1}=1$, полагая χ_{n+2} , χ_{n+3} и т. д. равными нулю. Такое ограниченіе таблицы прочности службы, какъ то будетъ показано на числовыхъ примѣрахъ, несущественно по отношенію ко всѣмъ величинамъ, опредѣляющимъ процентъ отчисленія на пенсію, но гарантируетъ опредѣленіе вѣрныхъ отношеній $\frac{\Pi_m}{\Pi_n}$ досрочныхъ пенсій къ пенсіи за крайній срокъ службы.

§ 22. ВЫРАЖЕНІЕ ПОЛНОЙ ПЕНСИИ ВЪ СРЕДНЕМЪ ЖАЛОВАНІИ. Если бы въ выраженіи процента отчисленія (7) не входила величина Π_n , значеніе которой произвольно, то это выраженіе могло бы служить для опредѣленія процента отчисленія, соотвѣтствующаго данной прочности службы.

Величину Π_n можно опредѣлить допуская, что пенсія за выслугу послѣдняго срока службы выдается въ размѣрѣ средняго жалованья за всѣ годы службы, т. е.

$$\Pi_n = \frac{\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1 + \dots + \mathcal{H}_n}{n+1} = \frac{\mathcal{H}_0}{n+1} \left(1 + \frac{\mathcal{H}_1}{\mathcal{H}_0} + \dots + \frac{\mathcal{H}_n}{\mathcal{H}_0} \right)$$

Если допустить, что среднее жалованье возрастаетъ въ геометрической прогрессіи, знаменатель которой есть j , то въ силу соотношенія

$$\mathcal{H}_m = \mathcal{H}_0 (1+j)^m$$

мы можемъ дать Π_n такое выраженіе

$$\Pi_n = \frac{\mathcal{H}_0 C'_n}{n+1}$$

гдѣ

$$C'_n = 1 + (1+j) + \dots + (1+j)^n$$

т. е. C'_n есть выраженіе, аналогичное C_n и разнящееся отъ него только процентомъ роста, который въ C_n равенъ i , а въ C'_n равенъ j .

Подставляя это значеніе Π_n въ каждое изъ выраженій (7), мы опредѣлимъ значеніе процента отчисленія въ пенсіяхъ каждаго типа вполне, если намъ извѣстно отношеніе между начальнымъ и среднимъ жалованьемъ и законъ возрастанія жалованья, т. е. процентъ роста средняго жалованья съ годами службы.

Особенно характерно выраженіе процента отчисленія на пенсіи тонтинъ 2-го рода, которое, при данномъ значеніи Π_n , приметъ слѣдующій видъ:

$$r = \lambda | n \rho v^n a_{x+n} \frac{C'_n}{C_n} - \frac{\mathcal{H}_0}{\mathcal{H}_c} \sum_k^n \lambda_{m+1}$$

При допущеніи $i=j$, т. е. при допущеніи равенства роста жалованья денежному росту, выраженіе это еще болѣе упрощается и обращается въ выраженіе процента отчисленія эмеритальныхъ пенсій

$$r = \lambda | n \rho v^n a_{x+n} \frac{\mathcal{H}_0}{\mathcal{H}_c} \sum_k^n \lambda_{m+1}$$

потому что при допущеніи $\Pi_n = \mathcal{H}_0$ въ выраженіи (7'') мы получимъ выраженіе, тождественное съ послѣднимъ, но отношеніе между пенсіями (9''') не тождественно съ выраженіемъ (9'), а зависитъ отъ средняго жалованья:

$$\Pi_m = \frac{| n \rho}{| m \rho} \cdot \frac{v^n}{v_m} \cdot \frac{a_{x+n}}{a_{x+m}} \cdot \frac{\mathcal{H}_0 C_m}{m+1}$$

но при $i=j$

$$\frac{\mathcal{H}_0 C_m}{m+1} = \mathcal{H}_c^{(m)}$$

гдѣ $\mathcal{H}_c^{(m)}$ есть среднее жалованье за (m) первыхъ лѣтъ службы. Если же денежный ростъ не равенъ росту жалованья, то

$$\mathcal{H}_c^{(m)} = \frac{\mathcal{H}_0 C'_m}{m+1}$$

и предыдущее отношеніе между пенсіями получитъ такой видъ:

$$\Pi_m = \frac{| n \rho}{| m \rho} \cdot \frac{v_n}{v_m} \cdot \frac{a_{x+n}}{a_{x+m}} \cdot \frac{C_m}{C_n} \cdot \frac{C'_n}{C'_m} \mathcal{H}_c^{(m)} \quad (9a''')$$

§ 23. Расходы на пенсіи отчасти или полностью возмѣщаются сокращеніемъ расходовъ на жалованье. Допущенными въ предыдущихъ параграфахъ соотношеніями между пенсіями различныхъ сроковъ службы, конечно, не исчерпываются всѣ возможныя отношенія между пенсіями различныхъ сроковъ службы, которыхъ можетъ быть безчисленное множество и, пока не изучена связь прочности службы и пенсій, т. е. пока нѣтъ достаточнаго числа наблюденій, связанныхъ съ пенсіонированіемъ по какому-либо опредѣленному способу, нельзя указать истиннаго предѣла, къ которому стремится процентъ отчисленія на пенсіи, а возможно только дать методъ, при пользованіи которымъ мы можемъ считать, что всѣ возможныя измѣненія въ отчисленіи на пенсіи дѣйствительно направлены къ установленію такого предѣла.

При допущеніи между пенсіями соотношенія (9) мы можемъ быть увѣренными, что прочность службы наиболѣе гарантирована, въ отношеніи равномерности всѣхъ ея измѣненій, въ предѣлахъ періода пенсіонированія, и непрочность службы не будетъ испытывать тѣхъ скачковъ, которые неизбѣжно должны наблюдаться при допущеніи пенсій въ одномъ и томъ же размѣрѣ для періода службы болѣе или

менѣе продолжительнаго, каковы, на примѣръ, пенсій типа, практикуемаго на Западной желѣзной дорогѣ во Франціи и каковы пенсій, выдаваемые въ настоящее время городомъ.

Затѣмъ, мы видимъ, что на основаніи теоремы среднихъ величинъ и въ силу свойствъ закона дожитія Макегама возможно вычисленіе процента отчисленія на пенсіи сдѣлать по приближеннымъ формуламъ. Если извѣстна величина отношенія средней пенсіи къ среднему жалованью или если она установлена напередъ, а на практикѣ принимаются мѣры, способныя осуществить это предварительное заданіе, то, по указаннымъ приближеннымъ формуламъ, легко опредѣляется процентъ отчисленія на пенсіи, для состава служащихъ данной прочности службы.

Наконецъ, чтобы замѣнить неопредѣленную величину P_n въ выраженіи процента отчисленія на пенсіи, мы вводимъ, вмѣсто P_n , т. е. пенсіи за выслугу послѣдняго срока службы, величину средняго жалованья, въ теченіе всего времени службы, и этимъ путемъ процентъ отчисленія ставится въ зависимость отъ болѣе опредѣленныхъ величинъ: отношенія начальнаго жалованья къ среднему и процента роста средняго жалованья съ годами службы.

Возможно было бы среднимъ жалованьемъ замѣнить пенсіи всѣхъ различныхъ сроковъ, допустивъ, кромѣ того, обратную пропорциональность между пенсіями и прочностью службы, но первое допущеніе, при малой изученности роста жалованья съ годами службы, не могло бы внести такихъ упрощеній, которыя съ достаточнымъ основаніемъ можно было бы примѣнить на практикѣ. Поэтому, несмотря на то упрощеніе формулъ, которое вноситъ замѣна всѣхъ пенсій среднимъ жалованьемъ, при допущеніи равенства денежнаго роста и роста жалованья, доказаннаго для русскихъ желѣзныхъ дорогъ наблюденіями,—мы не пользуемся этимъ частнымъ допущеніемъ, потому что ростъ жалованья связанъ съ пенсіями, а прочность службы русскихъ желѣзныхъ дорогъ показываетъ, что для нихъ еще не наступилъ тотъ періодъ, въ которомъ выдача пенсій могла бы явственна сказаться, какъ на прочности службы, такъ и на жалованіи. Напротивъ, ростъ жалованья на Западной желѣзной дорогѣ во Франціи, хотя и существуетъ, но процентъ этого роста значительно пониженъ выдачею пенсій, каковое пониженіе можетъ произойти и на русскихъ желѣзныхъ дорогахъ, когда для нихъ наступитъ періодъ полнаго пенсіонированія.

Сопоставленіе роста жалованья на Западной желѣзной дорогѣ съ ростомъ жалованья русскихъ желѣзныхъ дорогъ говоритъ только въ пользу того положенія, которое мы высказали раньше: *учрежденіе тѣряетъ на пенсіяхъ то, что оно выгадываетъ на жалованьи*. Въ виду возможности такого отношенія между пенсіями и жалованьемъ, замѣна отношеній между пенсіями и жалованіемъ, въ выраженіи процента отчисленія на пенсіи, отношеніями между средними окладами жалованья за все время службы, предшествующее выходу на пенсію, можетъ только затемнить истинную связь между пенсіями и жалованьемъ. Въ силу

этихъ соображеній, мы ограничиваемся постановкою средняго жалованья только на мѣсто пенсій одного послѣдняго срока службы, что, конечно, не можетъ повести къ установленію какихъ-либо нежелательныхъ соотношеній между пенсіями и жалованьемъ различныхъ сроковъ службы, при которыхъ могутъ потеряться всѣ выгоды по возможному сокращенію расходовъ на жалованье, вслѣдствіе установленія опредѣленныхъ пенсій.

Во всякомъ случаѣ, надлежитъ имѣть въ виду, что пенсіи могутъ значительно сокращать расходы на жалованье, а потому, сравнивая расходы на пенсіи различныхъ учреждений, мы должны одновременно сопоставлять ихъ съ расходами на жалованье и сравнивать общій расходъ на пенсіи и жалованье вмѣстѣ, сопоставляя процентъ отношенія расходовъ на пенсіи и жалованье ко всему бюджету cadaго учрежденія.

§ 24. Пенсии вдовы и сиротскія въ теченіе первыхъ лѣтъ службы до выслуги личной пенсії. Главный недостатокъ всѣхъ способовъ пенсіонированія тотъ, что они обезпечиваютъ семьи служащихъ на случай смерти только въ зависимости отъ продолжительности службы и начиная со срока, назначеннаго для выслуги пенсій, причемъ, за первые сроки службы, въ размѣрѣ очень недостаточномъ; поэтому, гораздо болѣе согласуется съ интересами всего состава служащихъ выдача пенсій, начинающаяся со срока болѣе поздняго, но при условіи обезпеченія пенсіями семей, въ случаѣ смерти, по возможности, со срока болѣе ранняго, и эта важная поправка вполне возможна.

Положимъ, что возрастъ жены служащаго есть въ среднемъ y , тогда стоимость пожизненной ренты въ размѣрѣ половины начальнаго оклада жалованья $\frac{1}{2}J_0$ есть

$$\frac{1}{2} J_0 a_y$$

Для того, чтобы застраховать этотъ капиталъ на одинъ годъ на случай смерти лица возраста (x), надо уплатить премію

$$\frac{1}{2} J_0 a_y \frac{C_x}{D_x}$$

а такъ какъ число начинающихъ службу равно $\mathcal{N}_0$, то премія будетъ равна

$$\frac{1}{2} J_0 a_y \frac{C_x}{D_x} \mathcal{N}_0$$

Разсуждая аналогично по отношенію къ каждому году, найдемъ, что страхование ежегодной вдовой пенсії для всѣхъ служащихъ ($m+1$) срока службы, въ постоянномъ размѣрѣ $\frac{1}{2}J_0$, стоитъ на одинъ годъ:

$$\frac{1}{2} J_0 a_{y+m} \frac{C_{x+m}}{D_{x+m}} \mathcal{N}_m$$

а принимая въ расчетъ современную стоимость всѣхъ этихъ взносовъ:

$$\frac{1}{2} \mathcal{H}_0 a_{y+m} \frac{C_{x+m}}{D_{x+m}} \mathcal{N}_m v^m$$

стоимость страхованія на случай смерти всего состава служащихъ, въ продолженіе первыхъ κ лѣтъ службы, опредѣляется какъ сумма всѣхъ этихъ выраженій, для аргумента (m) отъ $m=1$ до $m=\kappa$, если исключить вовсе всѣхъ лицъ, служащихъ менѣе одного года:

$$\frac{1}{2} \mathcal{H}_0 \sum_1^{\kappa} \mathcal{N}_m v^m \frac{C_{x+m}}{D_{x+m}} a_{y+m} = \frac{1}{2} \mathcal{H}_0 \mathcal{N}_0 \sum_1^{\kappa} |{}_m \rho v^m \frac{C_{x+m}}{D_{x+m}} a_{y+m}$$

что составляетъ по отношенію ко всему жалованью процентъ отчисленія r на этотъ родъ страхованія семей служащихъ на случай смерти, гдѣ r опредѣлится, какъ

$$\begin{aligned} r &= \frac{1}{2} \frac{\mathcal{H}_0 \mathcal{N}_0}{\mathcal{H}_c \sum_0^{\kappa} \mathcal{N}_m} \cdot \sum_0^{\kappa} |{}_m \rho v^m \frac{C_{x+m}}{D_{x+m}} a_{y+m} \\ &= \frac{1}{2} \lambda \frac{\mathcal{H}_0}{\mathcal{H}_c} \sum_1^{\kappa} |{}_m \rho v^m a_{y+m} \frac{C_{x+m}}{D_{x+m}} \\ &= \frac{1}{2} \lambda \frac{\mathcal{H}_0}{\mathcal{H}_c} \sum_1^{\kappa} |{}_m \rho v^m a_{y+m} \frac{d_{x+m}}{l_{x+m}} \end{aligned}$$

или, полагая

$$\begin{aligned} \frac{d_{x+m}}{l_{x+m}} &= q_{x+m} \\ r &= \frac{1}{2} \lambda \frac{\mathcal{H}_0}{\mathcal{H}_c} \sum_1^{\kappa} |{}_m \rho v^m a_{y+m} q_{x+m} \end{aligned} \quad (15)$$

формула, которая совершенно аналогична отчисленію на эмеритальные пенсіи, при условіяхъ:

$$\Pi_m = \text{const.} = \frac{\mathcal{H}_0}{2}$$

при замѣнѣ непрочности службы вѣроятностью смерти, т. е. при подстановкѣ

$$q_{x+m} \text{ вмѣсто } \chi_{x+m}$$

и при начальномъ возрастѣ не служащихъ, а ихъ женъ, т. е. при подстановкѣ

$$y \text{ вмѣсто } x$$

Такъ какъ q_{x+m} измѣняется очень медленно, то вмѣсто различныхъ значеній его возможно подставить величину среднюю, равную 0.01, и тогда приближенное значеніе r будетъ

$$r = 0.005 \lambda \frac{\mathcal{H}_0}{\mathcal{H}_c} \sum_1^{\kappa} |{}_m \rho v^m a_{y+m}, \quad (15')$$

и вводя коэффициентъ, опредѣляющій числа женатыхъ въ каждомъ возрастѣ и обозначая его черезъ γ_m , получимъ

$$r = 0.005 \lambda \frac{Ж_0}{Ж_c} \sum_1^{\infty} |{}_m p v_m \gamma_m a_{y+m} \quad (15''')$$

или, замѣняя его среднимъ значеніемъ γ

$$r = 0.005 \lambda \gamma \frac{Ж_0}{Ж_c} \sum_1^{\infty} |{}_m p v^m a_{y+m} \quad (15''')$$

Можно было бы вывести формулу пенсіонированія, на случай смерти служащаго на службѣ, вводя въ разсмотрѣніе не ренты пожизненные, какъ сдѣлали мы, но ренты на пережитіе, какъ это принято въ обычныхъ пенсіонныхъ кассахъ, но это было бы только лишнимъ осложненіемъ задачи, потому что, при среднемъ же расчетѣ числа женатыхъ, нѣтъ основанія принимать въ расчетъ вѣроятность дожитія женъ, совмѣстно съ мужьями, такъ какъ эта вѣроятность является уже учтенною въ тѣхъ среднихъ числахъ женатыхъ, которыя приняты въ основаніе нашего расчета пенсій семьямъ на случай смерти служащаго.

Сиротскія же пенсіи могутъ быть выдаваемы изъ тѣхъ же средствъ, которыя назначаются на выдачу вдовьихъ пенсій, потому что круглыхъ сиротъ очень немного, сиротскія пенсіи временныя и, выдавая бездѣтнымъ вдовамъ пенсіи нѣсколько въ меньшемъ размѣрѣ, чѣмъ имѣющимъ дѣтей, легко въ этомъ сокращеніи расходовъ на вдовьи пенсіи найти средства, для покрытія случайныхъ расходовъ, по выдачѣ пенсій круглымъ сиротамъ, въ размѣрѣ равномъ пенсіи вдовѣ съ дѣтьми, но не пожизненныхъ, а временныхъ и притомъ поставленныхъ въ зависимость отъ числа сиротъ.

§ 25. Инвалидныя пенсіи. Наконецъ, необходимо сказать нѣсколько словъ относительно выдачи пенсій въ размѣрѣ, превышающемъ обычныя нормы, въ случаѣ инвалидности. Собственно говоря, процентъ инвалидовъ въ городской службѣ не можетъ быть сколько-нибудь значительнымъ и вопросъ объ инвалидныхъ пенсіяхъ не играетъ большой роли, тѣмъ не менѣе, при развитіи городскихъ предпріятій, процентъ инвалидовъ можетъ значительно повыситься; кромѣ того, по условіямъ врачебной дѣятельности, возможны довольно частые случаи преждевременной смерти на службѣ, среди городского врачебнаго персонала, поэтому необходимо, хотя въ общихъ чертахъ, указать на возможные способы учета инвалидности, при выдачѣ пенсій.

Вычисленіе досрочныхъ пенсій инвалидовъ возможно по тѣмъ же формуламъ, которыя указаны для вычисленія обыкновенныхъ досрочныхъ пенсій различнаго типа, но съ замѣною въ нихъ всѣхъ элементовъ, связанныхъ съ вѣроятностью дожитія, элементами, опредѣленными по таблицѣ смертности для инвалидовъ.

Но возможно предложить и болѣе простой пріемъ вычисленія инвалидной пенсіи, исходя изъ того соображенія, что инвалидность даетъ право на полную пенсію, если эта инвалидность дѣлаетъ служащаго совершенно неспособнымъ къ труду и создана условіями его службы данному учрежденію, потому что, при неполной потерѣ способности къ труду, учрежденіе, вообще говоря, само можетъ найти подходящій трудъ для инвалида, сохранивъ за нимъ нѣсколько болѣе окладъ содержанія, и при переводѣ его, вслѣдствіе инвалидности, на должность съ меньшимъ окладомъ содержанія. Если же потеря способности къ труду полная, то, съ нѣкоторымъ основаніемъ, возможно допустить, что ожиданіе жизни въ среднемъ для инвалидовъ этого рода не можетъ превышать ожиданіе жизни для лицъ, выходящихъ на полную пенсію, а потому въ отношеніяхъ, опредѣляющихъ досрочныя пенсіи инвалидамъ, возможно всѣ элементы, связанные съ вѣроятностью жизни, уравнивать досрочно съ элементами, связанными съ вѣроятностью жизни, для срока выслуги полной пенсіи, и дѣлая такое досрочное уравниваніе этихъ элементовъ, можно, съ достаточнымъ основаніемъ, допустить, что такой учетъ инвалидовъ пенсій не можетъ повліять на повышение общаго процента отчисленія на пенсіи, если оставить въ силѣ, при досрочной выдачѣ инвалидныхъ пенсій, учетъ пенсій въ отношеніи прочности службы и учетъ денежный.

На основаніи изложеннаго, слѣдующія отношенія между инвалидными пенсіями возможно допустить вмѣсто обычныхъ отношеній.

		Слабо доказанная инвалидность	Безспорная инвалидность.	Тяжелая инвалид- ность или смерть, вызванная родомъ самой службы.
Стационарныя пенсіи	}	$\frac{1}{m} \rho$	$\frac{v^n}{v^m}$	$\frac{v^n}{v^m}$
Эмеритальныя пенсіи				
Тонтины { 1-го рода 2-го рода				
				$\frac{1}{1}$

При чемъ, если выдача пенсій нормальныхъ допускается только со срока (κ), то для инвалидовъ пенсій возможно этотъ срокъ понизить до h , гдѣ

$$h < \kappa$$

и принимая въ расчетъ незначительное число такихъ пенсій, возможно, безъ особаго риска, производить выдачу ихъ ранѣе нормальнаго срока, не дѣлая дополнительнаго отчисленія, а компенсируя допущеніе инвалидовъ пенсій отдаленіемъ перваго срока выдачи нормальныхъ пенсій.

Такая постановка инвалидовъ пенсій тѣмъ болѣе возможна, что Soulier, основываясь на практикѣ французскихъ желѣзныхъ дорогъ, полагаетъ, что не только въ случаѣ инвалидности, а и вообще расходъ на досрочныя пенсіи съ избыткомъ покрывается естественнымъ замедленіемъ выхода на полную пенсію: «avec le système des pensions en

fonction du traitement final et du nombre d'années de service l'administration gagne sur les retraites différées ce qu'elle a perdu sur les retraites anticipées» (S.—p. 159).

Допуская же выдачу пенсій только въ функциі средняго жалованья, а не конечнаго и въ функциі прочности службы, а не числа лѣтъ службы, мы допускаемъ болѣйшій учетъ за досрочную выдачу пенсій, а потому еще болѣе можемъ разсчитывать на покрытіе расходовъ, по крайней мѣрѣ, по выдачѣ инвалидныхъ пенсій, сбереженіемъ на пенсіяхъ лицъ, продолжающихъ службу, послѣ выслуги полной пенсіи. Зависимость инвалидныхъ пенсій отъ прочности службы мы считаемъ необходимымъ оставить въ силѣ, потому что во многихъ случаяхъ установить инвалидность, безспорно, трудно, если не невозможно, и сохраненіе зависимости инвалидныхъ пенсій отъ прочности службы, съ денежнымъ учетомъ досрочной выдачи пенсій, позволяетъ пенсіонирующему учрежденію болѣе снисходительно относиться къ доказательствамъ инвалидности, не рискуя поплатиться за эту снисходительность увеличеніемъ расходовъ на пенсіи. Но, въ случаѣ безспорной инвалидности, возможно допускать выдачу досрочной пенсіи служащему или его семьѣ безъ учета прочности службы, и даже безъ денежнаго учета досрочной выдачи, въ случаѣ тяжелой инвалидности и преждевременной смерти, вызванной условіями службы.

§ 26. ОБЩЕЕ ВЫРАЖЕНІЕ ВКУПА. Величина вкупа на пенсіи всѣхъ сроковъ отъ (κ) до (n) для тонтинъ 1-го рода опредѣляется по вкупу на пенсіи одного (n) срока, выраженіе котораго дано въ § 14, аналогично съ способомъ опредѣленія процента отчисленія на оплату пенсій нѣсколькихъ сроковъ службы.

Такъ какъ вкупъ на пенсіи одного срока опредѣленъ въ § 14 величиною

$$\mathfrak{W}_n = \frac{r_n \mathcal{H}_c \sum_0^n \mathcal{J}_m}{|_m E_x} K'_n$$

то вкупъ на пенсіи всѣхъ сроковъ отъ (κ) до (n) есть

$$\begin{aligned} \mathfrak{W}_1 &= \sum_{\kappa}^n \mathfrak{W}_m = \sum_{\kappa}^n \frac{r'_m \mathcal{H}_c \sum_0^m \mathcal{J}_h}{|_m E_x} K'_m = \\ &= \sum_{\kappa}^n r_m \mathcal{H}_c \frac{\sum_0^m \mathcal{J}_h}{|_m E_x} K'_m \chi_{m+1} \end{aligned}$$

Также легко вывести по формулѣ § 14 и величину вкупа для тонтинъ 2-го рода при оплатѣ пенсіями всѣхъ сроковъ службы отъ (k) до (n)

$$\mathfrak{W}_2 = \sum_{\kappa}^n \mathfrak{W}_m = \sum_{\kappa}^n r_m \mathcal{H}_c \frac{\sum_0^m \mathcal{J}_h}{m+1} \sum_0^m C_h \chi_{m+1}$$

При условіи

$$r_m = \text{const.}$$

и такъ какъ

$$\chi_{m+1} = \frac{\mathcal{U}_m - \mathcal{U}_{m+1}}{\mathcal{U}_m}$$

то, замѣняя

$$\frac{\sum_0^m \mathcal{U}_k}{\mathcal{U}_m} = |m \mathcal{E}$$

гдѣ $|m \mathcal{E}$ есть среднее ожиданіе службы за время (m) , найдемъ для вкупа 1-й тонтины такое выраженіе

$$\mathfrak{W}_1 = r_n \mathcal{H}_c \sum_k^n \frac{|m \mathcal{E}}{|m E_x} K'_m (\mathcal{U}_m - \mathcal{U}_{m+1}),$$

и, примѣняя теорему среднихъ величинъ, что вполне возможно, такъ какъ величина подъ знакомъ суммы, на которую умножается $\mathcal{U}_m - \mathcal{U}_{m+1}$, непрерывно убываетъ для различныхъ сроковъ службы, оставаясь постоянно положительною, и минимумъ ея соотвѣтствуетъ сроку (k) , а максимумъ—сроку (n) , то полагая, что среднее значеніе этой величины есть

$$\frac{|k \mathcal{E}}{|k E_x} K'_k$$

причемъ способъ опредѣленія средняго значенія тождественъ съ указаннымъ въ § 20, получимъ

$$\mathfrak{W}_1 = r_n \mathcal{H}_c \frac{|k \mathcal{E}}{|k E_x} K'_k \mathcal{U}_k$$

Совершенно аналогично найдемъ, для тонтины 2-го рода, величину вкупа

$$\mathfrak{W}_2 = r_n \mathcal{H}_c \frac{|k \mathcal{E}}{|k+1} \sum_0^k C_m \mathcal{U}_k$$

Конечно не представляетъ особенныхъ затрудненій и вычисленіе вкупа каждой тонтины по общимъ формуламъ, безъ введенія средняго срока выхода на пенсію. Дѣйствительно:

При условіи

$$r_m = \text{const.}$$

легко найдемъ слѣдующія общія формулы для вычисленія вкупа:

$$\text{тонтина 1-го рода } \mathfrak{W}_1 = r_n \mathcal{H}_c \mathcal{U}_0 \sum_k^n \frac{|m \mathcal{E}}{|m E_x} K'_m |m \rho \cdot \chi_{m+1}$$

$$\text{тонтина 2-го рода } \mathfrak{W}_2 = r_n \mathcal{H}_c \mathcal{U}_0 \sum_k^n \frac{|m \mathcal{E}}{|m+1} \sum_0^m C_k |m \rho \chi_{m+1}$$

Вкупъ можетъ требоваться только въ томъ случаѣ, если учрежденіе примѣняетъ къ пенсіонированію одну изъ тонтинъ тогда, когда составъ служащихъ уже сложился; но, и въ этомъ случаѣ, предпочти-

тельные, въ теченіе ликвидаціи состава старо-служащихъ, пользоваться типомъ эмеритальныхъ пенсій, позволяющихъ разсрочить взносъ вкупѣ на весь періодъ ликвидаціи состава этихъ служащихъ.

§ 27. Условіе, при которомъ уравниваются различія въ способахъ пенсіонирования. Всѣ изслѣдованные нами случаи не ограничиваютъ и не опредѣляютъ срока выдачи пенсій, но возможно поставить пенсіонированіе въ такія условія, при которыхъ срокъ выдачи пенсій дѣлается, при данномъ размѣрѣ отчисленія, вполне опредѣленнымъ. Всѣ пенсіи этого рода можно назвать условными пенсіями, но такъ какъ онѣ имѣютъ незначительный практическій интересъ, то подробно останавливаться на изслѣдованіи различныхъ условій такого пенсіонирования мы не будемъ. Достаточно указать, что такія пенсіи получаютъ во всѣхъ случаяхъ, когда, кромѣ одного соотношенія, между начальнымъ взносомъ на пенсію и самою пенсіею, дается какое-либо другое условіе, не противорѣчащее первому и совмѣстимое съ нимъ въ частномъ случаѣ.

Интересный случай условныхъ пенсій связанъ съ допущеніемъ совмѣстности условія стаціонарнаго пенсіонирования съ условіемъ тонтинны 1-го рода:

первое условіе—стаціонарности

$$\beta_0^{(n)} \mathcal{U}_0 |_n E_x = \Pi_n \mathcal{U}_n E_{x+n} v^n \quad (a)$$

и второе—тонтинны (типъ тонтинъ съ запаснымъ капиталомъ)

$$\beta_0^{(n)} \mathcal{U}_0 \frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_x} = \Pi_n \mathcal{U}_n \frac{N_{x+n}}{D_{x+n}} v^n \quad (b)$$

изъ которыхъ вытекаетъ, какъ слѣдствіе, изъ основныхъ тождествъ, и слѣдующее условіе:

$$\beta_0^{(n)} \mathcal{U}_0 K_n = \Pi_n \mathcal{U}_n v^n V_n \quad (c);$$

изъ совмѣстности этихъ уравненій слѣдуетъ, что

$$\frac{\beta_0^{(n)} \mathcal{U}_0}{\Pi_n \mathcal{U}_n v^n} = \frac{E_{x+n}}{|_n E_x} = \frac{\frac{N_{x+n}}{D_{x+n}}}{\frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_x}} = \frac{V_n}{K_n} \quad (d)$$

По извѣстному свойству пропорціи изъ соотношеній (d) вытекаетъ, какъ слѣдствіе

$$\frac{E_{x+n}}{|_n E_x} = \frac{\frac{N_{x+n}}{D_{x+n}} + i V_n}{\frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_x} + i K_n} \quad (e)$$

что вполне согласуется съ тождествами, установленными для двухъ періодовъ пенсіонирования, а потому совмѣстность всѣхъ этихъ условій не противорѣчитъ этимъ основнымъ тождествамъ и вполне допустима.

Однако, совместиость двухъ уравненій:

$$\frac{\beta_o^{(n)} \mathcal{Z}_o}{\prod_n \mathcal{Z}_n v^n} = \frac{E_{x+n}}{|_n E_x} \quad (d')$$

$$\frac{\beta_o^{(n)} \mathcal{Z}_o}{\prod_n \mathcal{Z}_n v^n} = \frac{\frac{N_{x+n}}{D_{x+n}}}{\frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_x}} \quad (d'')$$

требуетъ равенства отчисленій на пенсіи, опредѣляемыхъ каждымъ изъ этихъ условій, т. е. равенства процентовъ отчисленія пенсій стаціонарныхъ и пенсій-тонтинъ, что возможно только для опредѣленныхъ значеній (n) , а не при всякомъ (n) .

Третье условіе (e) есть, въ силу тождествъ (d') и (d'') простое слѣдствіе двухъ первыхъ, а потому изъ него не вытекаетъ никакихъ новыхъ ограничивающихъ условій; напротивъ, полученіе этого условія, какъ слѣдствія двухъ первыхъ, объясняетъ, почему это условіе и само по себѣ не даетъ никакихъ новыхъ пенсій, не заключающихся уже въ тѣхъ, которыя вытекаютъ изъ условій стаціонарности.

Такъ какъ условіе (a) опредѣляетъ процентъ отчисленія стаціонарныхъ пенсій, а условіе (b) процентъ отчисленія тонтины съ запаснымъ капиталомъ, то совместиость этихъ условій опредѣляетъ, при какомъ условіи проценты отчисленія пенсій этого рода могутъ быть равны; условіе этого равенства выражается на основаніи соотношеній (d) и (d') этого параграфа такъ

$$E_{x+n} v^n = \frac{l_x}{l_{x+n}} \cdot \frac{N_{x+n}}{N_x - N_{x+n+1}} |_n E_x$$

или, вводя сокращенныя обозначенія для пожизненныхъ рентъ, получимъ:

$$\frac{|_n E_x}{E_{x+n}} = {}_n p_x v^n \cdot \frac{|_n a_x}{a_{x+n}}$$

что возможно только для опредѣленнаго значенія (n) , если денежный ростъ и смертность отличны отъ нуля. Но при денежномъ ростѣ, равномъ нулю, и отсутствіи смертности это условіе имѣетъ мѣсто при всякомъ (n) .

Итакъ, пенсій-тонтины неправильныя съ запаснымъ капиталомъ только по мѣрѣ паденія денежнаго роста и уменьшенія смертности сближаются со стаціонарными пенсіями, а совпадаютъ съ ними въ предѣлѣ, при денежномъ ростѣ, равномъ нулю.

Если бы мы уравнили процентъ отчисленія на пенсіи правильной тонтинной процентомъ отчисленія стаціонарныхъ пенсій, то изъ уравне-

ній, опредѣляющихъ процентъ отчисленія пенсій этого рода, легко нашли-бы условіе:

$$\frac{{}_n E_x}{E_{x+n}} = \frac{{}_n a_x}{a_{x+n}}$$

но это условіе не можетъ имѣть мѣста ни при какомъ значеніи (n), даже и частномъ, но за то оно допустимо при всякой смертности, если процентъ денежнаго роста равенъ нулю.

Легко, кромѣ того, доказать, что при денежномъ ростѣ, равномъ нулю, процентъ отчисленія эмеритальныхъ пенсій и правильной тонтинны 2-го рода становится равнымъ проценту отчисленія стаціонарныхъ пенсій.

На основаніи изложеннаго можно заключить, что *всѣ возможные варіаціи въ способахъ пенсіонированія и различіе типовъ, которые можно установить для пенсій, вытекаютъ и связаны въ правильныхъ типахъ только съ денежнымъ ростомъ, и по мѣрѣ уменьшенія денежнаго роста всѣ эти различія сглаживаются, но неправильные типы только при отсутствіи смертности, т. е. при условіи практически невыполнимомъ, могли-бы совпасть съ правильными.*

§ 28. Выборъ способа пенсіонированія для различныхъ учрежденій.

При выборѣ способа пенсіонированія слѣдуетъ отдать предпочтеніе тому, который ближе всего подходитъ къ стаціонарнымъ пенсіямъ съ денежнымъ ростомъ, равнымъ нулю, такъ какъ этотъ родъ пенсій есть предѣльный типъ всѣхъ пенсій, къ которому онѣ стремятся съ уменьшеніемъ денежнаго роста; таковы всѣ правильныя пенсіи безъ запаснаго капитала; но особенно стаціонарныя пенсіи съ денежнымъ ростомъ меньше другихъ типовъ чувствительны къ колебаніямъ денежнаго роста и находятся отъ него въ наименьшей зависимости, что согласуется и съ тѣмъ, что эти пенсіи не требуютъ образованія какихъ-либо капиталовъ, покрывая всѣ расходы текущимъ образомъ.

Слѣдовательно, *изъ всѣхъ типовъ пенсій надлежитъ, если позволяютъ бюджетныя средства, предпочитать типъ стаціонарныхъ пенсій, какъ наименѣе зависящій отъ возможныхъ колебаній денежнаго роста и не требующій заботы о помѣщеніи и храненіи большихъ капиталовъ.*

Если же заинтересованы, по какимъ-либо причинамъ, въ пониженіи ежегоднаго отчисленія на пенсіи и, особенно, въ томъ случаѣ, когда пенсіонируетъ не общественное и не государственное, а частное учрежденіе, хотя и вполне солидное, но все же временное, то надлежитъ изъ пенсій разсмотрѣннаго типа отдать предпочтеніе пенсіямъ эмеритальнымъ, связаннымъ съ меньшимъ ежегоднымъ отчисленіемъ и съ образованіемъ одного только пенсіоннаго фонда, безъ эмеритальнаго; такія пенсіи заслуживаютъ предпочтенія предъ стаціонарными и въ томъ общемъ случаѣ, когда пенсіи не обрабаются въ пожизненныя ренты, а выдаются единовременно, въ формѣ капиталовъ.

Слѣдовательно, эмеритальныя пенсіи особенно пригодны, при выдачѣ пенсій не пожизненными рентами, а капиталами, и для учреждений солидныхъ, но частныхъ.

Наконецъ, пенсіи-тонтины во всѣхъ случаяхъ не безобидны, потому что опредѣляющія безобидность тонтинъ условія вытекаютъ изъ не вполне точнаго тождества, очень близкаго къ истинной зависимости входящихъ въ него элементовъ, но все же не представляющаго точнаго выраженія этой зависимости; поэтому можно думать, что и самая правильная тонтина, все же, въ концѣ концовъ, ведетъ къ накопленію, хотя бы самымъ медленнымъ образомъ, излишнихъ запасныхъ средствъ, не нужныхъ для пенсіонированія. Однако, и эти пенсіи могутъ найти себѣ на практикѣ надлежащее примѣненіе въ тѣхъ учрежденіяхъ, которыхъ будущность мало обезпечена, которыя не могутъ ручаться за существованіе даже въ теченіе установленнаго ими предѣльнаго срока службы ихъ состава. Эти пенсіи могутъ найти приложеніе и въ тѣхъ временныхъ предпріятіяхъ, которыя возникаютъ для осуществленія какой-либо опредѣленной временной задачи, напр., всѣ строительныя компаніи, акціонерныя, концессионныя предпріятія и т. п. Чѣмъ меньше гарантій прочности своего существованія можетъ дать для служащихъ какое-либо частное предпріятіе, тѣмъ болѣе служащіе, при поддержкѣ Правительства, должны стремиться къ тому, чтобы заставить принять это учрежденіе для пенсіонированія типъ тонтины тѣмъ болѣе, что въ правильныхъ тонтинахъ процентъ отчисленія наименѣе отяготителенъ, вслѣдствіе образованія, при тонтинномъ способѣ пенсіонированія, двухъ капиталовъ: эмеритальнаго и пенсіоннаго.

Слѣдовательно, пенсіи-тонтины должны быть обязательны для временныхъ предпріятій, связанныхъ съ возможностью ликвидаціи ихъ, потому что эмеритальный капиталъ обезпечиваетъ при ликвидаціи предпріятія пенсіи всего состава въ полномъ размѣрѣ, пропорціонально вѣроятности выслужить полную пенсію.

Наконецъ, даже самыя неправильныя пенсіи, требующія наибольшаго размѣра отчисленія и смѣшивающія пенсіонированіе съ задачами сбереженія, могутъ найти нѣкоторое приложеніе, но очень ограниченное, въ небольшихъ предпріятіяхъ и торговыхъ заведеніяхъ, которыя ведутся отдѣльными лицами и которымъ не подъ силу нести расходы по обезпеченію ихъ служащихъ единолично, безъ участія самихъ служащихъ. Но и здѣсь правильнѣе было бы принять заботу объ обезпеченіи судьбы служащихъ мелкихъ предпріятій самому государству, обложивъ для того учредителей этихъ предпріятій особымъ сборомъ по расчету правильной пенсіонной тонтины: такой порядокъ одинаково былъ бы болѣе выгоднымъ и для предпринимателей и для служащихъ, требуя со стороны ихъ на то же дѣло меньшихъ затратъ и не требуя образованія капиталовъ, цѣлостъ которыхъ мелкія частныя предпріятія не могутъ гарантировать въ достаточной степени, а государству доставилъ бы не меньшіе капиталы, чѣмъ оно располагаетъ въ сберегательныхъ кассахъ.

V. Вычисленіе размѣра и стоимости пенсій разнаго типа.

§ 1. Вычисленіе процента отчисленія на пенсіи по формулѣ

$$r = \frac{\lambda}{\mathcal{H}_c} \sum_{\kappa}^n |{}_m \rho v^m \phi_m \Pi_m \chi_{m+1}$$

Въ этой формулѣ величина ϕ_m имѣетъ различныя значенія для пенсій различнаго типа:

Для того, чтобы опредѣлить значеніе процента отчисленія изъ жалованья на пенсіи, по этой формулѣ, необходимо, напередъ, задать значенія пенсій для каждаго срока службы, въ отношеніи къ среднему жалованью.

для стаціонарныхъ пенсій $\phi_m = E_{x+m}$

» эмеритальныхъ » $= a_{x+m}$

» тонтинъ 1-го рода $= \frac{N_{x+m}}{N_x - N_{x+m+1}} |{}_m E_x$

» » 2-го » $= \frac{ax+m}{C_n} (m+1)$

Въ таблицѣ № 5 даны величины $|{}_m \rho v^m \phi_m \chi_{m+1}$ для каждаго срока службы, для всѣхъ указанныхъ типовъ пенсій, при прочности службы Русскихъ (Р Ж Д) и Французской-Западной (Ф Ж Д.) желѣзныхъ дорогъ.

Величина

$$\lambda = \frac{\mathcal{N}_0}{\sum_0^n \mathcal{N}_m}$$

дается таблицами № 3 и № 4

для прочности службы Р Ж Д $\lambda = 0.13$.

» » » Ф Ж Д $= 0.05$.

Допуская, что

$$\Pi_n = \mathcal{H}_c$$

мы можемъ выразить пенсіи всѣхъ остальныхъ сроковъ службы въ опредѣленныхъ отношеніяхъ къ Π_n .

Положимъ, что выдача пенсій производится начиная съ 16-го года службы, и пенсія полная, $\Pi_n = \mathcal{H}_c$ выдается за 30 лѣтъ службы, т. е.

$$\kappa = 16.$$

$$n = 30.$$

1-й случай. Пусть отношенія между пенсіями слѣдующія

$$\Pi_m = \frac{1}{5} \Pi_n \quad \text{при } m = 16, 17 \quad . \quad . \quad 19$$

$$= \frac{1}{3} \Pi_n \quad \text{» » } = 20, 21 \quad . \quad . \quad 24$$

$$= \frac{1}{2} \Pi_n \quad \text{» » } = 25, 26 \quad . \quad . \quad 29$$

$$= \Pi_n \quad \text{» » } = 30$$

Таковы, приблизительно, соотношенія между пенсіями, допускаемыя тѣмъ типомъ пенсіонныхъ кассъ, который предлагаетъ г. Преображенскій.

Пользуясь таблицею № 5, легко найдемъ, при этихъ соотношеніяхъ, между пенсіями различныхъ сроковъ службы, слѣдующія величины для процента отчисленія на пенсіи разнаго типа, рассчитаннаго на *одинъ* руб.

	1 Р Ж Д	2 Ф Ж Д	Отношеніе. 2:1
Стационарныя пенсіи	0.068	0.112	1.65
Эмеритальныя »	0.047	0.081	1.70
Тонтины 1-го рода	0.019	0.030	1.60
» 2-го »	0.026	0.044	1.70

2-й случай. Допуская же между пенсіями слѣдующія соотношенія:

$$\begin{aligned}
 P_m &= \frac{1}{3} P_n && \text{при } m=16,17 && . && . && 20 \\
 &= \frac{2}{3} P_n && \text{» » } =21,22 && . && . && 25 \\
 &= \frac{3}{3} P_n && \text{» » } =26,27 && . && . && 30
 \end{aligned}$$

слѣдовательно, допуская выдачу пенсіи полной, равной среднему жалованью, начиная уже съ 26 года службы, когда пенсіи, предлагаемыя г. Преображенскимъ, составляютъ только половину этой величины, и допуская со срока въ 16 лѣтъ пенсію въ $\frac{1}{3}$ жалованья, когда пенсіи, предлагаемыя имъ же, равны $\frac{1}{3}$ жалованья, т. е. меньше этихъ почти вдвое; короче говоря, допуская пенсіи въ среднемъ почти вдвое большія предлагаемыхъ г. Преображенскимъ, мы найдемъ слѣдующій процентъ отчисленія, потребный на выдачу такихъ значительныхъ по размѣру пенсій.

	1 Р Ж Д	2 Ф Ж Д	Отношеніе. 2:1
Стационарныя пенсіи.	0.091	0.173	1.9
Эмеритальныя »	0.062	0.126	2
Тонтины 1-го рода	0.026	0.047	1.8
» 2-го »	0.036	0.069	1.9

Сравнивая отношенія расходовъ на пенсіи въ 1-мъ случаѣ и во 2-мъ случаѣ, получимъ

	Отношеніе процента отчисленія 2-го къ 1-му.			
	Р	Ж	Д	Ф Ж Д
Стационарныя пенсіи				1.35 1.55
Эмеритальныя »				1.32 1.55
Тонтины 1-го рода.				1.37 1.56
» 2-го »				1.39 1.57
Средняя непрочность службы на Р Ж Д.				0.06
» » » » Ф Ж Д.				0.02

слѣдовательно Ф Ж Д имѣютъ прочность службы *втрое* большую, чѣмъ Р Ж Д, но расходъ на пенсіи одного и того же размѣра повы-

шается два первыхъ только въ 1.7 раза. Повышеніе пенсій въ среднемъ почти *вдвое*, ведетъ къ повышенію расхода на пенсіи для Р Ж Д только въ 1.35 разъ, а для Ф Ж Д въ 1.55; при чемъ, при большемъ размѣрѣ пенсій, расходъ быстрѣе повышается тамъ, гдѣ прочность службы бѣльшая, почему отношеніе расхода на Ф Ж Д, при пенсіяхъ вдвое большихъ, къ расходу на Р Ж Д при такихъ же пенсіяхъ, уже почти въ два раза больше, вмѣсто 1.7.

Различіе въ прочности службы почти одинаково сказывается на процентѣ отчисленій каждаго типа, и равнымъ образомъ, повышеніе размѣра пенсій, при всякой прочности службы, сказывается одинаково на процентѣ отчисленія каждаго типа, при данной прочности службы. Дѣйствительно, въ 1-мъ случаѣ отношеніе процентовъ отчисленія Ф Ж Д и Р Ж Д для пенсій всѣхъ типовъ около 1.7, во второмъ случаѣ—около 2.0; затѣмъ, повышеніе размѣра пенсій во 2-мъ случаѣ, по сравненію съ 1-мъ случаемъ, повышаетъ процентъ отчисленія каждаго типа пенсій при прочности службы Р Ж Д въ 1.35 разъ, а при прочности службы Ф Ж Д въ 1.55 разъ.

Сравненіе различныхъ типовъ пенсій, при размѣрѣ пенсій, равномъ въ среднемъ размѣру пенсій, принимаемыхъ, по предложенію г. Преображенскаго, Пенсіонною Коммиссіею, показываетъ, что даже при столь значительной прочности службы, какова прочность службы Ф Ж Д, если производить покрытіе расходовъ на пенсіи текущимъ образомъ, т. е. пользоваться стаціонарнымъ способомъ пенсіонированія, расходъ на пенсіи не можетъ превысить 12% (0.112), и этого размѣра онъ достигаетъ только черезъ $100 - 30 = 70$ лѣтъ для каждаго новаго увеличенія штата. Если же допустить эмеритальное пенсіонированіе, т. е. производить отчисленіе на пенсіи черезъ 30 лѣтъ (собственно въ теченіе періода между 15 и 30 годами, но главный расходъ около 30-го года) въ размѣрѣ полного резерва выходящихъ ежегодно на пенсіи и образовывать пенсіонный капиталъ, то процентъ отчисленія черезъ 15 лѣтъ отъ начала службы каждаго новаго увеличенія штата не превыситъ 8% (0.081). Наконецъ, если начинать отчисленія на пенсіи немедленно въ опредѣленномъ размѣрѣ на каждаго вновь вступающаго, т. е. производить пенсіонированіе по способу тонтинъ того или другого рода, съ накопленіемъ не только пенсіоннаго, но и эмеритальнаго капитала, т. е. *если производить пенсіонированіе по способу тонтинны 1-го рода, предлагаемой Пенсіонною Коммиссіею, то необходимый процентъ отчисленія равенъ 3% (0.030), а не 18% требуемымъ Коммиссіею; даже, при допущеніи пенсій почти вдвое бѣльшихъ, процентъ отчисленія не превышаетъ 5% (0.047).*

Приведенный расчетъ процента отчисленія на пенсіи показываетъ: *при столь значительной прочности службы, какова прочность французскихъ желѣзныхъ дорогъ, способъ покрытія расходовъ на пенсіи текущимъ образомъ, безъ образованія какихъ-либо капиталовъ, только черезъ 70 лѣтъ, отъ начала выдачи пенсій новому штату можетъ привести къ тахитимъу процента отчисленія на пенсіи, равному толь-*

ко 12%, при размѣрѣ пенсій, проектируемыхъ новою Пенсіонною Коммиссіею; если же приступитъ къ отчисленіямъ на 40 лѣтъ раньше, въ періодъ между 15—30 годами службы, что ведетъ къ образованію одного пенсіоннаго капитала, то процентъ отчисленія на пенсіи падаетъ до 8%, а при отнесеніи начала отчисленій на пенсіи къ моменту вступленія каждаго на службу, т. е. при производствѣ отчисленій еще на 30 лѣтъ раньше, что даетъ возможность образовать другой капиталъ—эмеритальный, кромѣ капитала пенсіоннаго, процентъ отчисленія не превышаетъ 3%. Въ этотъ расчетъ входятъ и вдовы, и сиротскія пенсіи, въ размѣрѣ резерва личныхъ пенсій. Между тѣмъ Пенсіонная Коммиссія устанавливаетъ 18% отчисленія на пенсіи, при образованіи двухъ капиталовъ и эмеритального и пенсіоннаго, слѣдовательно требуетъ отчисленія на пенсіи въ 6 разъ большаго.

Повышеніе прочности службы ведетъ къ повышенію процента отчисленія, но болѣе медленному, чѣмъ повышеніе прочности службы. Повышеніе размѣра пенсій тѣмъ болѣе повышаетъ процентъ отчисленія на пенсіи, чѣмъ болѣе самая прочность службы, но все же повышеніе процента отчисленія на пенсіи въ этомъ случаѣ всегда меньше повышенія размѣра пенсій.

Необходимо замѣтить, что проценты отчисленія, установленные выше, представляютъ максимумъ для каждаго типа пенсій, потому что они предполагаютъ установившійся составъ служащихъ, если же составъ служащихъ ежегодно возрастаетъ, то достиженія максимум'а отчисленій для всякаго типа пенсій, особенно для пенсій стационарныхъ и эмеритальныхъ, отодвигается на все большій и большій періодъ времени, который тѣмъ дальше отстоитъ отъ начала періода пенсіонирования, чѣмъ болѣе ежегодное измѣненіе въ составѣ служащихъ, вслѣдствіе возрастанія штата,

Поэтому всякое увеличеніе состава служащихъ уменьшаетъ размѣръ процента отчисленія и отдаляетъ срокъ, къ которому этотъ процентъ достигаетъ своего максимум'а.

Затѣмъ непрочность службы на французскихъ желѣзныхъ дорогахъ нѣсколько форсирована неправильною выдачею пенсій, и можно думать, что постановка пенсій въ зависимость отъ прочности службы могла бы понизить процентъ отчисленія на пенсіи.

Наконецъ, въ распоряженіи пенсіонирующаго учрежденія для ослабленія вліянія прочности службы заключается еще много средствъ, къ числу которыхъ относится повышеніе срока, съ котораго начинается выдача пенсій, увеличеніе предѣльнаго срока для выслуги полной пенсіи.

Таблица прочности службы ФЖД—настолько установившаяся, что позволяетъ прослѣдить ликвидацію состава до 47-го года службы. Если допустить, что пенсія за всѣ сроки службы, начиная съ 30-ти лѣтъ, выдается въ одномъ и томъ же размѣрѣ, то, примѣняя ту же формулу ко всему періоду возможной службы, т. е. распространяя ее на всѣ 47 лѣтъ, для случая стационарныхъ пенсій, при прочности службы

ФЖД, мы получимъ процентъ отчисленія на пенсіи при этомъ расчетѣ 0.104, вмѣсто 0.112, слѣдовательно, *удлиненіе періода вывода на пенсію ведетъ къ уменьшенію расхода на пенсіи, хотя и не особенно значительному* (но все же около 1%).

Какъ ни незначительно уменьшеніе расходовъ на пенсіи, вслѣдствіе удлиненія періода пенсіонированія, оно тѣмъ не менѣе достаточно для того, чтобы съ излишкомъ окупить расходъ на досрочную выдачу пенсій, въ размѣрѣ $\frac{1}{2}$ полной пенсіи, за первыя 6—7 лѣтъ, но гораздо правильнѣе обратить эту сумму на выдачу инвалидовъ и случайныхъ пенсій за періодъ, предшествующій сроку, установленному для выдачи обыкновенныхъ пенсій.

Уравненіе полной пенсіи Π_n среднему жалованью $ж_c$ въ практическомъ приложеніи, можетъ вести къ недоразумѣнію, потому что $ж_c$ есть среднее коллективное, а не индивидуальное жалованье, такъ что, на первый взглядъ, можетъ показаться, что нельзя связывать выдачу пенсій съ коллективнымъ среднимъ жалованьемъ, которое можетъ очень сильно разниться отъ индивидуальнаго средняго жалованья, если составъ начинаетъ службу при такихъ условіяхъ, что начальное жалованье отдѣльныхъ лицъ значительно разнится отъ средняго начального жалованья. Вслѣдствіе этихъ соображеній, можно думать, что процентъ отчисленія на пенсію, вычисленный при уравненіи полной пенсіи среднему жалованью, можетъ дать на практикѣ значительныя отклоненія отъ теоретической нормы, если на пенсію выходятъ служащіе съ окладами, значительно превышающими средній.

Но мы можемъ опредѣлить значеніе отношенія

$$\frac{\Pi_n}{ж_c}$$

если данъ ходъ измѣненій средняго жалованья $ж_c$ съ годами службы и при допущеніи, вмѣсто $\Pi_n = ж_c$, равенства Π_n среднему индивидуальному жалованью, т. е.,

$$\Pi_n = \frac{\sum_{m=0}^n ж_m}{n+1}$$

Таблица № 8 даетъ значенія $ж_m$ и $\frac{1}{n+1} ж_m$ для всѣхъ сроковъ службы, при прочности службы РЖД и ФЖД.

Если Π_n равно среднему индивидуальному жалованью, за весь періодъ службы, то

$$\Pi_n = \frac{\sum_{m=0}^n ж_m}{n+1},$$

$$ж_c = \frac{\sum_{m=0}^n ж_m}{n+1}$$

Изъ таблицы № 8 имѣемъ для $n=30$.

$$\frac{\sum_{m=0}^n \mathcal{H}_m}{n+1} \text{ при прочности службы Р Ж Д. } = \frac{52}{31} = 1.7.$$

$$\text{» » » Ф Ж Д. } = \frac{45}{31} = 1.5.$$

$$\frac{\mathcal{H}_0}{\mathcal{H}_0} \text{ при прочности службы Р Ж Д. } = 1.41.$$

$$\text{» » » Ф Ж Д. } = 1.38.$$

Поэтому

$$\frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_0} \text{ при прочности службы Р Ж Д. } = 1.2.$$

$$\text{» » » Ф Ж Д. } = 1.1.$$

Среднее коллективное жалованье $\mathcal{H}_0$ при той и другой прочности службы, почти въ $1\frac{1}{2}$ раза болѣе начальнаго; но среднее индивидуальное жалованье значительно больше, при меньшей прочности службы, а потому и стоимость расходовъ пенсій, при выдачѣ полной пенсіи, въ размѣрѣ средняго индивидуальнаго жалованья тѣмъ больше, тѣмъ меньше прочность службы.

Если вмѣсто допущенія

$$\Pi_n = \mathcal{H}_0$$

ввести найденное отношеніе между $\frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_0}$, при Π_n равномъ среднему индивидуальному жалованью, то надо умножить найденные выше проценты отчисленія на пенсіи разнаго срока службы на 1.2 для Р Ж Д и на 1.1 для Ф Ж Д, и получимъ при допущеніи данныхъ выше отношеній между пенсіями различныхъ сроковъ:

	1-й случай.			2-й случай.		
	Р Ж Д.	Ф Ж Д.	Отношенія.	Р Ж Д.	Ф Ж Д.	Отношенія.
Стационарныя пенсіи .	0.080	0.120	1.5	0.100	0.190	1.9
Эмеритальныя » .	0.056	0.090	1.6	0.074	0.138	1.9
Тонтины 1-го рода .	0.023	0.033	1.4	0.031	0.052	1.7
» 2-го » .	0.030	0.048	1.6	0.043	0.076	1.8

Мы видимъ, что выдача полной пенсіи въ функціи средняго индивидуальнаго жалованья сближаетъ расходы на пенсіи при различной прочности службы, но въ то же время повышаетъ ихъ, причемъ это сближеніе незначительно и тѣмъ меньше, чѣмъ больше размѣры досрочныхъ пенсій по отношенію къ полной.

Во всякомъ случаѣ допущеніе $\Pi_n = \mathcal{H}_0$ не особенно разнится отъ допущенія выдачи полной пенсіи въ размѣрѣ индивидуальнаго средняго жалованья и практически почти равносильно послѣднему.

§ 2. Вычисленіе процента отчисленія на пенсіи по формулѣ.

$$r = \lambda \cdot \frac{C_{n-k}}{n-k+1} \cdot \Phi(x+\xi) \cdot \frac{\Pi_0}{\mathcal{H}_0}$$

Въ этой формулѣ величина $\phi(x+\xi)$ имѣетъ различныя значенія для пенсій различнаго типа:

для стационарныхъ пенсій $\phi(x+\xi) = E_{x+\xi}$

» эмеритальныхъ » $= a_{x+\xi}$

» тонтинъ 1-го рода $= \frac{N_{x+\xi}}{N_x - N_{x+\xi+1}} | \xi E_x$

» » 2-го » $= a_{x+\xi} \left(\frac{m+1}{C_m} \right)_c$

причемъ величина ξ есть средній возрастъ всѣхъ выходящихъ на пенсію въ данномъ составѣ.

На основаніи формулы.

$$\mu_{x+\xi} = \frac{\sum_{\kappa}^n | \kappa \rho \mu_{x+\kappa} }{\frac{\sum_{\kappa}^n \mathcal{N}_{\kappa}}{\mathcal{N}_0}}$$

полагая, что пенсіи выдаются за послѣднія 15 лѣтъ, считая для Р Ж Д крайній срокъ службы 30 лѣтъ, а для Ф Ж Д— 28, пользуясь таблицею № 7, найдемъ значеніе числителя предыдущаго выраженія, а пользуясь таблицею № 3 или № 4 найдемъ знаменателя и, слѣдовательно, опредѣлимъ величину $\mu_{x+\xi}$, при прочности службы Р Ж Д и Ф Ж Д.

При прочности службы Р Ж Д— $lg \mu_{x+\xi} = 2.30213$ при $\kappa = 16$.

» » » Ф Ж Д— $= 2.21976$ » $= 14$.

Зная $lg \mu_{x+\xi}$, найдемъ изъ таблицы № 2.

для Р Ж Д— $= 54$.

» Ф Ж Д— $= 52$.

Величина λ изъ таблицъ № 3 и № 4.

для Р Ж Д— $\lambda = 0.130$ при $n = 30$.

» Ф Ж Д— $= 0.053$ » $n = 28$.

При указанныхъ выше значеніяхъ κ и ξ , найдемъ изъ соотвѣтственныхъ таблицъ:

Таблицы:		Р Ж Д.	Ф Ж Д.
№ 3 и 4.	$lg. \lambda$	$\overline{1.11394}$	$\overline{2.72428}$
»	$lg. \kappa \rho$	$\overline{1.19598}$	$\overline{1.79865}$
№ 1.	$lg. v n$	$\overline{1.48855}$	$\overline{1.52244}$
»	$lg. \frac{C_{n-\kappa}}{n-\kappa+1}$	$\underline{0.13493}$	$\underline{0.13493}$
Сумма этихъ логарифмовъ .		$\overline{3.93340}$	$\overline{2.18030}$
№ 2. $lg. E_{x+\xi}$		1.25720	1.28780
» $lg. a_{x+\xi}$		1.09100	1.11161
» $lg. \frac{N_{x+\xi}}{N_x - N_{x+\xi+1}} \xi E_x$		0.73927	0.79740
№ 2 и 1. $lg. a_{x+\xi} \cdot \left(\frac{m+1}{C_m} \right)$		0.88058	0.92050

Затѣмъ, остается опредѣлить величину $\frac{П_c}{ж_c}$, но для опредѣленія этой величины имѣются данныя только для прочности, службы Р Ж Д, потому что прочность службы РЖД находится еще въ періодѣ почти полного отсутствія фактической выдачи пенсій; по отчетнымъ даннымъ Западной французской желѣзной дороги отношеніе $\frac{П_c}{ж_0} = \frac{1.021}{1.117} = 0.910$ (Compagnie des chemins de fer d' Ouest. Travaux statistiques etc. Tab. IX A II), а такъ какъ мы видѣли уже, что для той же прочности службы

$$\frac{ж_c}{ж_0} = 1.380$$

то найдемъ

$$\frac{П_c}{ж_c} = 0.66$$

каковое отношеніе мы допустимъ и для прочности службы Р Ж Д.

На основаніи приведенной въ этомъ параграфѣ формулы, пользуясь при вычисленіи данными выше величинами, найдемъ для различныхъ типовъ пенсіонированія слѣдующія величины потребнаго процента отчисленія изъ жалованья на пенсіи.

	Р Ж Д.	Ф Ж Д.	Отношеніе.
Стационарныя пенсіи	0.102	0.187	1.8
Эмеритальныя »	0.070	0.129	1.8
Тонтины 1-го рода	0.031	0.063	2.0
» 2-го »	0.043	0.083	2.0

Процентъ отчисленія на пенсіи, опредѣляемый по этой формулѣ, не связанъ съ установленіемъ какихъ-либо опредѣленныхъ отношеній между пенсіями различныхъ сроковъ службы и зависитъ исключительно отъ отношенія средней пенсіи къ среднему жалованью, при данной прочности службы.

Западная французская желѣзная дорога допускаетъ въ среднемъ выдачу пенсій въ размѣрѣ $\frac{2}{3}$ средняго жалованья, что, какъ мы видимъ, требуетъ отчисленія около 19% безъ образованія капиталовъ, около 13% при образованіи одного пенсіоннаго капитала, а при образованіи эмеритальнаго и пенсіоннаго капиталовъ, т. е. при допущеніи отчисленія на пенсію каждаго съ момента его поступленія на службу, необходимо отъ 6% до 8%, смотря по типу тонтинъ.

Если сравнить процентъ отчисленія на пенсіи разнаго типа, при условіи $П_c = \frac{2}{3} ж_c$ съ процентомъ отчисленія на пенсіи, выведенномъ въ § 1, въ предположеніи опредѣленныхъ, напередъ заданныхъ соотношеній, между пенсіями различныхъ сроковъ службы къ пенсіи послѣдняго, то процентъ отчисленія среднихъ пенсій оказывается очень близокъ къ величинѣ процента отчисленія на пенсіи, начинающіяся съ $\frac{1}{3} П_n$ за 16 лѣтъ службы, достигающія $\frac{2}{3} П_n$ за 20 лѣтъ и равныя $П_n = 1.1 ж_c$ для Ф Ж Д и $П_n = 1.2 ж_c$ для Р Ж Д; слѣдовательно,

условіе $\Pi_c = \frac{2}{3} \text{ж}_c$ даетъ возможность выдавать значительныя досрочныя пенсіи.

Если бы мы допустили отношеніе:

$$\frac{\Pi_c}{\text{ж}_c} = 0.5$$

то процентъ отчисленія для пенсій разнаго типа былъ бы слѣдующій:

	Р Ж Д.	Ф Ж Д.
Стационарныя пенсіи	0.075	0.142
Эмеритальныя пенсіи	0.053	0.098
Тонтины 1-го рода	0.023	0.047
» 2-го »	0.032	0.063

и такое соотношеніе между среднею пенсіею и среднимъ жалованьемъ даетъ процентъ отчисленія изъ жалованья на пенсіи, очень близокъ къ тому проценту отчисленія, который былъ найденъ въ § 1 для случая пенсій, равныхъ $\frac{1}{5} \Pi_n$ за 16 лѣтъ и т. д. при $\Pi_n = 1.1 \text{ж}_c$ для Ф Ж Д. и $\Pi_n = 1.2 \text{ж}_c$ для Р Ж Д.

Этотъ расчетъ процента отчисленія на пенсіи, при средней пенсіи, интересенъ въ томъ отношеніи, что онъ не связанъ съ какимъ либо опредѣленнымъ распредѣленіемъ пенсій по срокамъ, а потому позволяетъ дѣлать назначенія на пенсіи, не предпрѣшая пенсіоннаго устава во всѣхъ деталяхъ. *Выбравъ типъ пенсій и установивъ отношеніе средней пенсіи къ среднему жалованью, пенсіонирующее учрежденіе можетъ предоставить распредѣленіе пенсій самимъ служащимъ, въ зависимости отъ сроковъ службы, наблюдая только за тѣмъ, чтобы въ среднемъ пенсія не превышала установленной нормы и чтобы выходъ на пенсію допускался, начиная со срока, установленного учрежденіемъ. Выборъ же типа пенсій связанъ съ пользованіемъ пенсіонными капиталами. Выбирая стационарныя пенсіи, учрежденіе оставляетъ за собою право распоряжаться всеми капиталами кассы и, не образуя ихъ, покрываетъ расходъ на пенсіи текущимъ образомъ, что, при прочности службы Ф Ж Д, требуетъ 14% отчисленія, по образованіи полного состава пенсіонеровъ, т. е. черезъ 70 лѣтъ отъ начала службы новаго состава. Выбирая эмеритальный способъ пенсіонированія, учрежденіе, при той же прочности службы, дѣлаетъ отчисленіе въ пенсіонный фондъ въ размѣръ пенсіоннаго резерва, при самомъ выходѣ каждаго служащаго на пенсію, т. е. создаетъ пенсіонный капиталъ, вслѣдствіе чего ежегодный расходъ на пенсіи достигаетъ только 10% за время полного обновленія состава служащихъ, т. е. черезъ 30 лѣтъ отъ начала службы этого состава. Наконецъ, выбирая для пенсіонированія тонтину того или другого рода, т. е. начиная отчисленія на пенсіи съ самаго момента поступленія на службу каждаго служащаго, т. е. приступая къ образованію пенсіонныхъ резервовъ немедленно, учрежденіе образуетъ два капитала: эмеритальный и пенсіонный, вслѣдствіе чего можетъ ограничиться процентомъ отчисленія на пенсіи въ размѣръ отъ 5% до 6%.*

Кромѣ того, учрежденіе можетъ легко регулировать свои расходы на пенсію, соблюдая то условіе, чтобы расходъ на пенсію не по-

вышелся, при повышении среднего жалованья, потому что повышение среднего жалованья само по себе достаточно гарантирует прочность службы; следовательно, процент отчисления на пенсию, при правильном пенсионировании, может быть поставлен в зависимость только от числа служащих, их начального среднего жалованья, но не от роста жалованья; тогда, с течением времени, расходы на пенсию не будут возрастать.

Если J есть жалованье за годъ, P —расходъ на пенсии за годъ и B —годовой бюджетъ, то всегда возможно установить такое соотношение

$$J + P = k B$$

гдѣ k можетъ быть величиною постоянною.

Установивъ определенное отношение жалованья къ бюджету, учреждение остатки отъ суммъ неизрасходованныхъ на жалованье можетъ передавать ежегодно въ пенсионную кассу служащихъ, предоставляя имъ самимъ выборъ типа пенсионной кассы и оставляя за собою право санкционировать пенсионный уставъ и всѣ измѣненія въ немъ, равно какъ контроль за финансовыми операціями пенсионной кассы.

§ 3. Вычисление процента отчисления изъ жалованья на пенсии по формулѣ

$$r = \lambda \cdot {}_n p \cdot r^n \cdot \phi(n) \cdot \frac{\Pi_n}{J C_n} \sum_{m=0}^n \chi_{m+1}$$

гдѣ $\phi(n)$ имѣетъ различныя значенія, определяемые типами пенсій:

для стационарныхъ пенсій $\phi(n) = E_{x+n}$

» эмеритальныхъ » $= a_{x+n}$

» тонтинъ 1-го рода $= \frac{N_{x+n}}{N_x - N_{x+n+1}} \cdot {}_n E_x$

» » 2-го » $= \frac{a_{x+n}}{C_n} (n+1)$

при чемъ, эта формула напередъ связана съ допущеніемъ определенныхъ соотношеній между пенсіями различныхъ сроковъ службы, которое можетъ быть выражено въ слѣдующемъ видѣ, для всѣхъ типовъ пенсій

$${}_m p \cdot v^m \cdot \phi(m) \cdot \Pi_m = \text{const.}$$

гдѣ $\phi(m)$ имѣетъ, для каждаго типа пенсій, приведенныя выше выраженія по замѣнѣ (n) на (m) , гдѣ (m) должно давать различныя значенія отъ $m=k$ до $m=n$.

Прежде всего мы выведемъ значеніе r для абсолютной прочности службы. На основаніи IV—§ 1, при абсолютной прочности службы:

$$\lambda = \frac{1}{{}_n E_x}$$

$${}_n p = {}_n p_x$$

$$\chi_{m+1} = q_{x+m+1}$$

Но въ силу соотношенія между процентомъ смертности (taux de mortalité) q_x и среднимъ процентомъ смертности (taux central de décès)— m_x (Т. В. р. 7)

$$q_x = \frac{2m_x}{2+m_x},$$

при чемъ (Т. В. р. 6)

$$m_x = \frac{d_x}{l_{x+1/2}},$$

откуда

$$q_x = \frac{d_x}{l_{x+1/2} + 1/2 d_x}$$

но, въ первомъ приближеніи, можно допустить:

$$q_x = \frac{d_x}{l_{x+1/2}} = m_x$$

съ другой стороны (Т. В. р. 25).

$$m_x = \mu_{x+1/2},$$

Съ достаточною, для нашей цѣли, степенью приближенія имѣя въ виду вычисленіе $\Sigma \chi_{m+1} = \Sigma q_{x+m+1}$, можно допустить, что

$$q_x = m_x = \mu_{x+1/2},$$

а, въ виду очень малыхъ измѣненій μ_x , въ предѣлахъ между двумя послѣдовательными годами, можно окончательно принять, что

$$q_x = \mu_x$$

На основаніи изложеннаго, при абсолютной прочности службы, процентъ отчисленія на пенсіи опредѣляется по формулѣ

$$r = \frac{1}{|n E_x} n p_x v^n \phi(n) \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c} \sum_{x=0}^n \mu_{x+m+1}$$

при чемъ $\phi(n)$, какъ функція, зависящая только отъ дожитія, при абсолютной прочности службы, для каждого типа пенсій имѣетъ соотвѣтственно тѣ же значенія, какъ и при какой-либо прочности службы, отличной отъ абсолютной.

Что касается до отношенія между пенсіями различныхъ сроковъ службы, то оно можетъ быть выражено, при абсолютной прочности службы, слѣдующимъ образомъ:

$$m p_x v^m \phi(m) \Pi_m = \text{const.}$$

Но, останавливая рядъ на какомъ-либо членѣ (n) , мы должны, подобно тому, какъ принимали $\chi_{n+1} = 1$, по тѣмъ же соображеніямъ, положить μ_{x+n+1} равнымъ не табличной величинѣ, а допустить $\mu_{x+n+1} = 1$.

Если пенсіи выдаются за выслугу только одного послѣдняго срока службы, то r_n имѣетъ слѣдующія значенія при различныхъ условіяхъ, полагая $\Pi_n = \mathcal{H}_c$.

Формула.

Числовая
величина.

При денежномъ ростѣ, равномъ нулю $i=0$ и при покрытіи расходовъ текущимъ образомъ, безъ образованія капиталовъ (стаціонарныя пенсіи).

$$r_n = {}_n p_x \frac{E_{x+n}}{{}_n E_x} \quad 0.354.$$

При денежномъ ростѣ i , отличномъ отъ нуля, но при томъ же покрытіи расходовъ текущимъ образомъ, безъ образованія капиталовъ (стаціонарныя пенсіи).

$$= {}_n p_x \frac{E_{x+n}}{{}_n E_x} v^n \quad 0.109.$$

При денежномъ ростѣ i —отличномъ отъ нуля, и при образованіи одного пенсіоннаго капитала, т. е. при отчисленіи пенсій полными резервами (эмеритальныя пенсіи).

$$r_n = {}_n p_x \frac{a_{x+n}}{{}_n E_x} v^n \quad 0.080.$$

При денежномъ ростѣ i , отличномъ отъ нуля, при образованіи двухъ капиталовъ—пенсіоннаго и эмеритальнаго, т. е. при образованіи пенсій, начиная съ момента поступленія на службу каждаго служащаго (пенсіи-тонтинны):

а) съ учетомъ вѣроятности дожитія въ теченіе службы (тонтина 1-го рода).
$$= {}_n p_x \frac{N_{x+n}}{N_x - N_{x+n+1}} v^n \quad 0.026.$$

б) безъ учета вѣроятности дожитія въ теченіе службы (тонтина 2-го рода).
$$= {}_n p_x \frac{n+1}{{}_n E_x} \cdot \frac{a_{x+n}}{C_n} v^n \quad 0.042.$$

Числовыя величины этихъ процентовъ отчисленія на пенсіи различнаго рода даны въ предположеніи

$$i=0.04$$

$$x=30$$

$$n=30$$

Для того, чтобы получить процентъ отчисленія на пенсіи всѣхъ сроковъ, для каждаго типа пенсій, надлежитъ помножить r_n на величину $\sum_{k=1}^n {}_k p_{x+m+1}$, которая при $k=1$ нѣсколько меньше $1\frac{1}{2}$, а при $k=16$ —около $1\frac{1}{4}$.

Наконецъ, при иномъ отношеніи между пенсіею послѣдняго срока и среднимъ жалованьемъ, чѣмъ допущенное выше равенство этихъ величинъ, надо полученныя выше выраженія r помножить въ каждомъ случаѣ на отношеніе

$$\frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c}$$

Но мы видѣли, что, при достаточно большой прочности службы, эта величина, при условіи выдачи пенсіи за послѣдній срокъ службы, въ размѣрѣ средняго индивидуальнаго жалованья, очень мало разнится отъ единицы.

Въ таблицѣ № 6 приведены величины процента отчисленія на пенсіи, при различныхъ прочностяхъ службы: абсолютной, прочности русскихъ желѣзныхъ дорогъ (Р Ж Д) и французскихъ (Западной) желѣзныхъ дорогъ (Ф Ж Д), при условіи оплаты пенсіями, какъ всѣхъ 30 сроковъ службы, такъ и при условіи оплаты только послѣднихъ 15 лѣтъ службы; при чемъ, для Ф Ж Д за крайній срокъ службы принятъ срокъ не 30-ти-лѣтній, а только 28-ми-лѣтній, для исключенія возмущающаго дѣйствія пенсіонированія, начинающагося на Ф Ж Д въ размѣрѣ полной пенсіи уже со срока 28 лѣтъ (вѣроятно вслѣдствіе допущенія начальнаго средняго возраста въ 28, а не въ 30 лѣтъ). Въ той же таблицѣ даны отношенія между пенсіями нѣсколькихъ промежуточныхъ сроковъ къ пенсіи послѣдняго срока, при чемъ послѣдняя пенсія, т. е. $P_n = J_{sc}$.

Прежде всего, необходимо отмѣтить, что для всѣхъ типовъ пенсій, при одной и той же прочности службы, отношеніе досрочныхъ пенсій къ полной пенсіи тѣмъ больше, чѣмъ больше процентъ отчисленія на пенсіи, но послѣднее отношеніе уменьшается нѣсколько медленно уменьшенія процента отчисленія на пенсіи. Особенно характерно это для двухъ тонтинъ: до сихъ поръ болѣе высокую стоимость тонтинъ 2-го рода, по отношенію къ тонтинамъ 1-го рода, мы могли только констатировать, но не могли объяснить, теперь же мы видимъ, что причина большей стоимости тонтинъ 2-го рода вполне объясняется тѣмъ, что она позволяетъ производить выдачу досрочныхъ пенсій въ значительно большемъ размѣрѣ.

Дешевизна тонтинъ по сравненію съ эмеритальными пенсіями вполне объясняется тѣмъ, что тонтинны могутъ выдавать досрочныя пенсіи въ размѣрѣ меньшемъ, чѣмъ могутъ быть выдаваемы эмеритальныя пенсіи и разница тѣмъ больше, чѣмъ далѣе срокъ выдаваемой пенсіи отъ предѣльнаго срока выдачи полной пенсіи.

Но прямой пропорціональности между процентомъ отчисленія на пенсіи и величиною досрочныхъ пенсій нѣтъ, потому что наличность капитала, бѣльшаго въ тонтинахъ, чѣмъ въ эмеритальныхъ пенсіяхъ ослабляетъ вліяніе бѣльшаго процента отчисленія, а потому въ стационарныхъ пенсіяхъ, которыя вовсе не имѣютъ капитала, процентъ отчисленія повышается, не только не вызывая повышенія досрочныхъ пенсій, но даже сопровождаясь пониженіемъ ихъ, правда, очень незначительнымъ; однако, при отсутствіи денежнаго роста, когда вліяніе капиталовъ устраняется, стационарныя пенсіи стоятъ дороже остальныхъ пенсій, но зато и позволяютъ производить выдачу досрочныхъ пенсій въ наибольшемъ размѣрѣ.

Затѣмъ, повышеніе стоимости пенсій, при меньшей непрочности службы ФЖД, по сравненію съ пенсіями при большей непрочности

службы РЖД, окупается высотой досрочных пенсій, поэтому, хотя процент отчисления РЖД, при всѣхъ типахъ пенсій, почти вдвое меньше такового же ФЖД, но зато и досрочныя пенсіи РЖД почти вдвое меньше для перваго срока, чѣмъ тѣ, которыя возможны при прочности ФЖД; правда, для болѣе позднихъ сроковъ разница все болѣе и болѣе сглаживается, но все же остается довольно значительною.

Слѣдовательно, мы можемъ считать весьма вѣроятнымъ слѣдующій общій законъ: *всякое повышеніе процента отчисления на пенсіи, при правильномъ пенсіонированіи, связано съ повышеніемъ величины досрочныхъ пенсій, и тѣ только пенсіи могутъ стоить дороже, которыя позволяютъ производить выдачу досрочныхъ пенсій въ большемъ размѣрѣ.*

Такъ какъ, при правильной постановкѣ пенсій, самый размѣръ процента отчисления на пенсіи предполагаетъ предварительное заданіе пенсій на каждый срокъ службы, то постоянство процента отчисления на пенсіи зависитъ отъ того, насколько строго соблюдаются установленныя соотношенія между пенсіями различныхъ сроковъ. Вообще главное правило всякаго пенсіонированія:—*установивъ напередъ нормальныя пенсіи за каждый срокъ службы, затѣмъ, по возможности, не допускать никакихъ отступленій отъ нормальныхъ пенсій и, особенно, заботиться объ отсутствіи систематическихъ отступленій.*

Другое замѣчательное соотношеніе между пенсіями, при разной прочности службы, заключается въ томъ, что тахітимъ расходовъ на пенсіи связанъ не съ абсолютною прочностью службы, а находится между абсолютною прочностью службы и абсолютною непрочностью, хотя лежитъ очень близко къ абсолютной прочности службы, настолько близко, что возможно нѣсколько большую стоимость при прочности службы, близкой къ абсолютной, какова прочность ФЖД, объяснить не тѣмъ, что, съ повышеніемъ непрочности службы до нѣкотораго уровня, стоимость пенсій становится дороже, но тѣмъ, что вблизи абсолютной прочности службы измѣненіе процента отчисления на пенсіи совершается, въ смыслѣ пониженія, настолько медленно, что всѣ выгоды возрастающей непрочности службы на первыхъ порахъ легко исчезаютъ подъ вліяніемъ различныхъ неправильностей въ самомъ методѣ пенсіонированія, которыя сказываются гораздо сильнѣе, чѣмъ то возможное уменьшеніе процента отчисления на пенсіи, которое можетъ дать прочность службы, мало отличающаяся отъ абсолютной.

Однако, пока этотъ вопросъ не изслѣдованъ съ достаточною точностью наблюденіемъ въ средѣ пенсіонируемыхъ составовъ служащихъ, мы формально можемъ утверждать только то, что *повышеніе прочности службы по достиженіи известной величины не только не грозитъ увеличеніемъ расходовъ на пенсіи, а напротивъ, можетъ повести къ уменьшенію расходовъ на пенсіи, потому что тахітимъ расходовъ на пенсіи или совпадаетъ съ абсолютною прочностью службы, или очень близокъ къ этой прочности.*

Такъ какъ, при указанномъ способѣ вычисленія процента отчисления на пенсіи, отношенія между пенсіями различныхъ сроковъ службы,

при данной прочности службы, не могут быть произвольны, а определены напередъ, то, хотя бы мы и считали процентъ отчисления на пенсіи слишкомъ значительнымъ, мы не могли бы понизить его иначе, чѣмъ уменьшивъ прочность службы, но не самыя отношенія между пенсіями. Напримѣръ, мы можемъ считать отношенія между пенсіями, при прочности службы РЖД вполне удовлетворительными, а при прочности службы ФЖД излишне высокими, такъ какъ онѣ вдвое больше отношеній РЖД и, казалось бы, уменьшивъ отношеніе пенсій ФЖД вдвое, мы могли бы достигъ вдвое меньшаго процента отчисления на пенсіи, и слѣдовательно, несмотря на большую прочность службы ФЖД, пенсіи стоили бы то же самое, что пенсіи РЖД, но такое рѣшеніе было бы неправильно, потому что отношенія пенсій ФЖД есть пенсіи соотвѣтствующія прочности службы ФЖД, а отношенія пенсій РЖД соотвѣтствуютъ прочности службы РЖД, и пока мы признаемъ принципъ пропорціональности пенсій прочности службы, мы не можемъ давать пенсіямъ, при данной прочности службы, произвольныхъ значеній, не впадая въ противорѣчіе съ установленнымъ принципомъ.

Но есть возможность понизить процентъ отчисления на пенсіи, при большей прочности службы, не измѣняя отношеній досрочныхъ пенсій къ полной и уменьшить расходы на пенсіи, даже и при значительной прочности службы; для этого надлежитъ только допустить, вмѣсто равенства

$$\frac{П_n}{Ж_c} = 1$$

другое соотношеніе между пенсіею за крайній срокъ службы, или полною пенсіею $П_n$ и среднимъ жалованьемъ $Ж_c$.

Дѣйствительно, не впадая въ противорѣчіе съ основнымъ положеніемъ пенсіонированія, требующимъ роста досрочныхъ пенсій, вмѣстѣ съ ростомъ прочности службы, мы можемъ, при большей прочности службы, допускать, вмѣсто равенства полной пенсіи среднему жалованью, отношеніе меньшее, т. е. при извѣстной прочности службы допустить:

$$\frac{П_n}{Ж_c} < 1$$

Конечно, надлежитъ не упускать изъ виду, что такое пониженіе пенсій за выслугу полного срока службы можетъ вызывать уменьшеніе прочности службы, а потому прибѣгать къ этой мѣрѣ возможно, для удешевленія пенсій, лишь по столько, по сколько учрежденіе оказывается не заинтересованнымъ, по мѣстнымъ условіямъ и по свойству своей службы, въ утвержденіи столь значительной прочности, какъ та, которая должна оплачиваться значительнымъ для этого учрежденія расходомъ на пенсіи; словомъ, въ зависимости отъ спроса на трудъ въ данной странѣ и въ зависимости отъ сложности самой дѣятельности учрежденія, оно можетъ устанавливать и размѣръ отношенія пол-

ной пенсіи къ среднему жалованью. Если же эти условія для самого учрежденія не ясны, оно можетъ начать съ меньшаго отношенія для того, чтобы въ будущемъ, по выясненіи отношенія между нимъ и служащими, въ случаѣ необходимости, повысить отношеніе полной пенсіи къ среднему жалованью, каковое повышение, конечно, всегда во власти учрежденія и согласуется съ интересами служащихъ.

Наконецъ, всегда возможно достигъ нѣкотораго пониженія расходовъ на пенсію учетомъ семейнаго положенія служащихъ. Ниже-слѣдующая таблица даетъ примѣрную схему такого учета семейнаго положенія пенсіонируемаго состава служащихъ.

Семейное положеніе пенсіонируемаго.	О К Л А Д Ы.						
	до 600	900	1200	1800	2400	3000	свыше 3600
	Размѣръ пенсіи въ среднемъ жалованіи						
Холостой или незамужняя	1	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
Семейный бездѣтный	1	1	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$
» съ дѣтьми	1	1	1	1	1	1	$\frac{4}{5}$
Вдовецъ бездѣтный	1	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
» съ дѣтьми	1	1	1	1	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
» съ сыновьями болѣе 25-ти лѣтъ	1	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
Вдова бездѣтная	1	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
» съ дѣтьми до 25-ти лѣтъ	1	1	1	1	1	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}$
» съ взрослыми дѣтьми	1	1	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
Сироты круглыя до 25-ти лѣтъ (2-ое)	1	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
» , , , (болѣе 2-хъ)	1	1	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

Въ составѣ городскихъ служащихъ половина всего жалованія приходится на служащихъ, получающихъ въ среднемъ около 600 руб.; среди нихъ женатые составляютъ—20%, женатые бездѣтные—15% и холостые—65%, но указанная схема пенсій требуетъ для нихъ полного отчисленія; затѣмъ $\frac{1}{4}$ всего жалованія приходится на служащихъ, получающихъ въ среднемъ—1.800 руб., изъ нихъ женатыхъ—55%, женатыхъ бездѣтныхъ—25% и холостыхъ—30%, что, по предлагаемой схемѣ пенсій составитъ пенсію въ среднемъ около $\frac{4}{5}$ оклада, а потому отчисленіе для этой категоріи служащихъ можетъ быть принято въ $\frac{4}{5}$ полного отчисленія; наконецъ, $\frac{1}{4}$ всего жалованія приходится на служащихъ, получающихъ въ среднемъ 3.600 руб., среди нихъ женатые составляютъ 50%, женатые бездѣтные—30% и холостые—20%, поэтому, по данной схемѣ пенсій, можно считать пенсію этой категоріи равною въ среднемъ $\frac{2}{3}$ оклада, откуда отчисленіе для этой категоріи можно принять въ $\frac{2}{3}$ полного отчисленія. Въ общемъ, отчисленіе на пенсію можно считать, при такомъ учетѣ семейнаго положенія рав-

нымъ $\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{6}$ полного отчисления, приблизительно, т. е. учетъ семейнаго положенія понизитъ расходъ на пенсіи, примѣрно, на $\frac{5}{6}$, при данной схемѣ пенсій.

Таблица № 6 процентовъ отчисления по формулѣ этого параграфа для различныхъ типовъ пенсій показываетъ, что величина процента отчисления мало разнится отъ величинъ, вычисленныхъ по другимъ формуламъ, а потому можно считать, что всѣ наши расчеты взаимно подтверждаются.

Въ общемъ учетъ пенсій, основанный на формулахъ этого параграфа, приводитъ къ слѣдующему заключенію:

При выдачѣ пенсій въ зависимости отъ прочности службы, начиная съ 15-го года службы и допуская максимумъ пенсій, во всѣхъ случаяхъ, равнымъ среднему жалованію за 30 лѣтъ службы находимъ, что:

1) Стоимость стационарнаго пенсіонированія, безъ образованія какихъ-либо капиталовъ, обходится: при прочности службы РЖД— $6\frac{3}{4}\%$, при абсолютной— $13\frac{1}{2}\%$ и при ФЖД— 16% . Минимумъ пенсій, за 15 лѣтъ при прочности РЖД—0.14, при абсолютной—0.27, при ФЖД—0.23 полной пенсіи.

2) Стоимость эмеритальнаго пенсіонированія, съ образованіемъ одного капитала, т. е. при отчисленіи пенсій полными резервами, при самомъ выходѣ на пенсію каждаго пенсіонера, определяется при прочности службы РЖД— 5% , при абсолютной— 10% , при ФЖД— 11% . Минимумъ пенсій, за 15 лѣтъ, при прочности РЖД—0.16, при абсолютной—0.31, при ФЖД—0.27 полной пенсіи.

3) Стоимость пенсіонированія по способу тонтинъ, т. е. при образованіи двухъ капиталовъ, или при производствѣ отчисленій на образованіе пенсій, съ момента поступленія каждаго служащаго на службу:

а) Тонтина 1-го рода, съ учетомъ вѣроятности жизни въ теченіе періода службы, при прочности службы РЖД— $1\frac{1}{2}\%$, при абсолютной— 3% , при ФЖД— 4% . Минимумъ пенсій, за 15 лѣтъ службы, при прочности РЖД—0.08, при абсолютной—0.17, при ФЖД—0.15 полной пенсіи.

б) Тонтина 2-го рода, безъ учета вѣроятности жизни въ теченіе періода службы, РЖД $2\frac{1}{2}\%$, при абсолютной— 5% при ФЖД— 6% . Минимумъ пенсій за 15 лѣтъ службы, при прочности службы РЖД—0.12, при абсолютной—0.22, при ФЖД—0.20 полной пенсіи.

Пенсіи различныхъ сроковъ службы возрастаютъ съ каждымъ годомъ, начиная съ указаннаго минимума и достигая общаго максимума—средняго жалованья. Ростъ пенсій, съ годомъ службы, также, какъ и минимумъ пенсій, тѣмъ больше, чѣмъ больше прочность службы даннаго состава служащихъ.

Допущеніе оплаты пенсіями всѣхъ сроковъ службы, начиная со втораго года службы, повышаетъ стоимость пенсій каждаго типа тѣмъ больше, чѣмъ меньше прочность службы, но приблизительно, одинаково

для каждого типа пенсій данной прочности службы: при прочности РЖД—въ 2 раза, при абсолютной—1.2 раза. при ФЖД—1.7 раза.

Учетъ семейнаго положенія пенсіонируемаго состава позволяетъ понизитъ стоимость пенсій (напр. для городскихъ служащихъ на $\frac{5}{6}$).

Пенсіонно-сберегательныя кассы, предлагаемыя Пенсіонною Комиссіею Думы, допуская абсолютную прочность службы и принадлежа къ типу тонтинъ, должны-бы стоить не дороже 3%, такъ какъ размѣръ пенсій въ нихъ не больше тѣхъ, которыя даетъ тонтинъ 1-го рода, при абсолютной прочности службы, но эти кассы требуютъ 18% отчисленія на пенсіи, т. е. въ 6 разъ больше надлежащаго.

§ 4. Инвалидныя пенсіи.

Указавъ ранѣе источникъ покрытія инвалидныхъ пенсій въ сбереженіи, которое даетъ продолжительный періодъ ликвидаціи состава послѣ выслуги имъ полной пенсіи, мы здѣсь покажемъ, что, кромѣ этого источника, инвалидныя пенсіи могутъ быть выдаваемы и по соображеніямъ, указаннымъ Савичемъ въ его «Элементарной теоріи страхованія жизни и трудоспособности», стр. 319.

«Кассы, непроизводящія страхованія на случай наступленія неспособности къ труду, могутъ все-таки участникамъ, сдѣлавшимся инвалидами, назначать большія пенсіи, чѣмъ прочимъ».

«Утрата способности къ труду въ огромномъ большинствѣ случаевъ сопряжена съ такимъ разстройствомъ здоровья, которое вліяетъ на продолжительность жизни пострадавшаго; всѣ наблюденія надъ смертностью инвалидовъ подтверждаютъ это положеніе. При такомъ условіи современная стоимость ренты для способнаго и неспособнаго къ труду лица одной и той же среды и одного и того же возраста будетъ, конечно, больше для перваго, чѣмъ для втораго; вслѣдствіе этого пенсія, назначаемая за одинъ и тотъ же резервъ, можетъ быть для неспособнаго къ труду лица больше, чѣмъ для способнаго».

Далѣе на стр. 320 г. Савичъ приводитъ сравнительную таблицу пенсій способному къ труду и полному инвалиду, изъ которой видно, что пенсія инвалида можетъ быть болѣе пенсіи способнаго къ труду: въ возрастѣ 30 лѣтъ въ 2 раза, въ возрастѣ 35—40 лѣтъ — въ $1\frac{1}{2}$ раза, въ возрастѣ 45 лѣтъ въ $1\frac{1}{3}$ раза, въ возрастѣ 50 лѣтъ въ $1\frac{1}{5}$ раза.

Мало того, всѣ наши расчеты произведены на основаніи таблицъ смертности англійскихъ страховыхъ обществъ по страхованію жизни съ медицинскимъ освидѣтельствованіемъ, но смертность народонаселенія Англіи значительно меньше смертности въ Россіи, что видно изъ сравненія таблицъ, приведенныхъ у г. Савича таблицы VI и VII (института актуаріевъ въ Лондонѣ и г. Малешевского для русскихъ страховыхъ обществъ); слѣдовательно, вычисливъ процентъ отчисленія на пенсіи, по таблицѣ смертности англійскихъ актуаріевъ, мы можемъ, безъ опасенія, допустить досрочную выгоду инвалидныхъ пенсій въ размѣрѣ, превышающемъ нормальныя пенсіи и за сроки болѣе сокращенныя, т. е. и ранѣе 15 лѣтъ.

Въ главѣ IV—§ 25 мы показали, что надлежитъ различать три случая инвалидности: спорную, безспорную и тяжелую форму инвалидности (увѣчье или смерть, вызванныя родомъ самой службы).

На основаніи соображеній, изложенныхъ въ главѣ IV—§ 25, мы находимъ возможною выдачу пенсій, въ сомнительныхъ случаяхъ инвалидности, только безъ учета вѣроятности жизни (въ случаяхъ еще болѣе сомнительныхъ возможно ввести и этотъ учетъ по особой таблицѣ инвалидной смертности), но съ учетомъ непрочности службы и денежнаго роста, т. е. выдавать пенсіи при спорной инвалидности въ слѣдующемъ отношеніи къ полной:

$$\frac{|n\rho v^n}{|m\rho v^m}$$

При безспорной инвалидности можно допустить, при всякой прочности службы, выдачу пенсій въ отношеніи:

$$\frac{v^n}{v_m}$$

т. е. съ однимъ денежнымъ учетомъ

Наконецъ, при тяжелой формѣ инвалидности или преждевременной смерти вызванной службою, возможно допустить выдачу пенсій служащему или его семьѣ въ полномъ размѣрѣ, на какомъ бы году службы ни произошла такая инвалидность и преждевременная смерть. Намъ представляется, что всякое ограниченіе размѣра подобныхъ пенсій есть актъ чрезвычайной несправедливости, такъ какъ, рискуя человѣческою жизнью для цѣлей дѣла, мы не имѣемъ права опасаться денежнаго риска по вознагражденію семьи человѣка, пожертвовавшего, хотя бы и добровольно или по обязанности, своею жизнью ради того дѣла, которому онъ служилъ; равно какъ и изувѣчивъ человѣка, мы не можемъ отказать ему, по крайней мѣрѣ, въ томъ слабомъ утѣшеніи, которое можетъ доставить ему извѣстная обеспеченность его самого и семьи.

При тяжелой формѣ инвалидности, надлежитъ выдавать пенсію не только въ размѣрѣ того средняго жалованья, которое пострадавшій получалъ за все время службы, но въ размѣрѣ того, которое онъ могъ бы получить по среднему разсчету, сохраняя свою способность къ труду. Если число случаевъ выдачи подобныхъ пенсій велико, то самое дѣло слишкомъ плохо поставлено съ технической стороны или слишкомъ опасно по существу, такъ что оно или требуетъ улучшенія, или болѣе высокаго вознагражденія, какъ всякое рискованное занятіе, и увеличеніе пенсій самое правильное, при такихъ условіяхъ, вознагражденіе; если же дѣло не можетъ оплачивать связанныхъ съ нимъ издержекъ по производству, включая и вознагражденіе полными пенсіями изувѣченныхъ и убитыхъ при занятіи этимъ дѣломъ, то оно должно быть оставлено.

При безспорной инвалидности, когда нѣтъ основанія подозрѣвать желаніе оставить службу, для продолженія этой службы въ дру-

гихъ учрежденіяхъ, возможно не считаться съ нарушеніемъ прочности службы, вызываемымъ такою инвалидностью, а потому *при безспорной инвалидности, при всякой прочности службы, выдавать досрочную пенсію, допуская при опредѣленіи ея размѣра только денежный учетъ.*

Пенсіи въ этомъ случаѣ уже со второго года службы могутъ быть выдаваемы въ размѣрѣ $\frac{1}{3}$ жалованья, что при выдачѣ этой пенсіи по начальному жалованью для всѣхъ первыхъ сроковъ, подлежащихъ оплатѣ нормальными пенсіями и по среднему жалованью только для тѣхъ сроковъ, для которыхъ установлены нормальныя пенсіи, не можетъ представлять большого риска, если порядокъ медицинскаго освидѣтельствованія инвалидовъ надлежащимъ образомъ установленъ; при чемъ расходъ на эти пенсіи можетъ быть уменьшенъ предоставленіемъ инвалиду, по возможности, болѣе легкаго труда въ самомъ учрежденіи, по крайней мѣрѣ, на нѣкоторое время.

Наконецъ, въ сомнительныхъ случаяхъ инвалидности, надлежитъ *учитывать, по крайней мѣрѣ непрочность службы, кромѣ денежнаго роста*, если учрежденіе желаетъ оградить себя отъ умышленной и притворной инвалидности. Если допустить учетъ непрочности службы, то пенсіи этого рода при РЖД отличаются отъ пенсій ФЖД только для первыхъ сроковъ службы, а для слѣдующихъ сроковъ службы онѣ при большой непрочности службы, какова—РЖД, сильно разнятся отъ нормальныхъ, но для такой значительной прочности службы, какова—ФЖД, мало отличаются отъ нормальныхъ.

Вообще, намъ представляется, что въ случаѣ спорой инвалидности пенсій правильнѣе выдавать единовременныя, а не пожизненныя пенсіи, потому что даже при столь значительной прочности службы, какова прочность службы Западной Французской желѣзной дороги, при учетѣ непрочности службы можно выдавать въ пенсію за 5 лѣтъ только $\frac{1}{10}$ полной пенсіи, за 10 лѣтъ— $\frac{1}{6}$ полной пенсіи, а при прочности службы русскихъ желѣзныхъ дорогъ и еще менѣе: за 5 лѣтъ около $\frac{1}{16}$, а за 10 лѣтъ— $\frac{1}{8}$. Во всякомъ случаѣ выдача пенсій этого рода можно допустить пожизненными рентами не ранѣе 10-ли лѣтъ даже въ интересахъ служащихъ, а въ интересахъ учрежденія не слѣдуетъ допускать вовсе ранѣе срока, установленнаго для нормальнаго пенсіонированія. Замѣна пенсій единовременными выплатами намъ представляется въ сомнительныхъ случаяхъ инвалидности для учрежденія предпочтительнѣе, какъ обязательство, не заключающее въ себѣ риска за счетъ будущаго, а для служащихъ потому, что при слабой инвалидности, получая капиталъ, они, приложивъ къ нему нѣкоторый трудъ, на который они все же въ большей или меньшей степени способны, могутъ лучше обезпечить свою будущность, чѣмъ получая ничтожную пенсію, какою только и можетъ быть пенсія въ видѣ пожизненной ренты для этихъ лицъ.

Нижеслѣдующая таблица даетъ сравнительныя величины отношеній пенсій инвалидовъ за разные сроки службы къ полной пенсіи.

	Спорная инвалидность.		Безспорная инвалидность.	Тяжелая инвалидность.
	РЖД.	ФЖД.		
За 5-ть лѣтъ	1/16	1/10	3/8	1/1
» 10-ть »	1/8	1/6	1/2	1/1
» 15-ть »	1/5	1/5	3/5	1/1
» 20-ть »	1/3	1/3	3/4	1/1
» 25-ть »	2/3	2/3	5/6	1/1

Мы видимъ по этимъ соотношеніямъ, что и здѣсь пенсіи Ресницкаго для безспорной инвалидности правильны, но онъ сдѣлалъ практическую ошибку, не установивъ надлежащаго различія между безспорною инвалидностью и спорною, для которой нельзя допустить пенсіонированіе въ одинаковомъ размѣрѣ съ безспорною.

§ 5. Вычисленіе процента отчисленія на вдовьи пенсіи по формулѣ.

$$r = \frac{1}{2} \lambda \frac{Ж_0}{Ж_c} \sum_1^{\infty} |{}_m \rho v^m \gamma_m a_{y+m} q_{x+m}$$

На основаніи тѣхъ же соображеній, которыя изложены въ предыдущемъ параграфѣ, мы можемъ съ достаточною степенью приближенія положить:

$$q_{x+m} = \mu_{x+m} ,$$

вслѣдствіе чего

$$r = \frac{1}{2} \lambda \frac{Ж_0}{Ж_c} \sum_1^{\infty} |{}_m \rho v^m \gamma_m a_{y+m} \mu_{x+m}$$

Пользуясь таблицами № 9 найдемъ, по даннымъ графы 6-й этой таблицы, при условіи

$$Ж_0 = Ж_c$$

т. е. при выдачѣ вдовой пенсіи въ размѣрѣ половины не начальнаго, а средняго жалованья, процентъ отчисленія на вдовьи пенсіи.

		Прочность службы.	
Проценты отчисленія на вдовьи пенсіи		РЖД	ФЖД
Въ теченіе первыхъ 15-ти лѣтъ.	. . .	0.029	0.024
» » » 20-ти » . . .		0.033	0.031

Мы видимъ, что зависимость вдовыхъ пенсій отъ прочности службы, несмотря на то, что непрочность службы РЖД болѣе чѣмъ втрое больше непрочности службы ФЖД, очень незначительна, и процентъ отчисленія на эти пенсіи очень мало измѣняется, при допущеніи большаго числа сроковъ оплаты вдовьими пенсіями.

Слѣдовательно, при всякой прочности службы на выдачу вдовыхъ

пенсій въ размѣръ половины средняго жалованья, въ теченіе отъ 15 до 20 лѣтъ, достаточно 3% отчисленія изъ жалованья.

Если же выдачу пенсій вдовьихъ производить по начальному жалованью въ теченіе всѣхъ первыхъ лѣтъ службы, то расходъ на пенсіи этого рода можетъ быть еще болѣе уменьшенъ, потому что отношеніе начальнаго жалованья къ среднему на РЖД и ФЖД около $\frac{2}{3}$, поэтому и расходъ на вдовьи пенсіи, при такомъ условіи ихъ выдачи не превышаетъ 2%.

Поэтому, при всякой прочности службы на выдачу вдовьихъ пенсій въ размѣръ половины начальнаго жалованья, въ теченіе первыхъ 15—20 лѣтъ, достаточно 2% отчисленія изъ жалованья.

Принимая во вниманіе размѣръ окладовъ различныхъ служащихъ и семейное положеніе вдовы, мы можемъ на основаніи указанныхъ въ § 4 этой главы соображеній понизить расходъ на пенсіи этого рода или, по крайней мѣрѣ, принимая въ соображеніе семейное положеніе вдовы и размѣръ оклада, который получалъ ея мужъ, возможно, уменьшивъ пенсіи бездѣтныхъ вдовъ и вдовъ тѣхъ служащихъ, которые получаютъ значительные оклады, повысить за счетъ этихъ уменьшеній вдовьи пенсіи низшихъ окладовъ.

Наконецъ, сиротскія пенсіи, при допущеніи вдовьихъ пенсій, не могутъ требовать особаго отчисленія, такъ какъ, само-собой понятно, онѣ заключаются уже во вдовьихъ пенсіяхъ и, кромѣ того, будучи временными, требуютъ меньшаго расхода, чѣмъ вдовьи пенсіи, и при особомъ отчисленіи на вдовьи пенсіи можно рассчитывать скорѣе на сокращеніе расходовъ на пенсіи, отъ случайной замѣны вдовьихъ пенсій сиротскими, чѣмъ предполагать какое-либо увеличеніе расхода, отъ допущенія этихъ пенсій, за счетъ отчисленія на вдовьи пенсіи.

По истеченіи первыхъ 15-ти лѣтъ, и, во всякомъ случаѣ, по истеченіи первыхъ 20 лѣтъ, личныя пенсіи, наслѣдственность которыхъ признана нами въ принципѣ и принята въ нашихъ расчетахъ, настолько уже значительны, что въ дальнѣйшемъ спеціальномъ отчисленіи на вдовьи пенсіи нѣтъ никакой надобности.

Оплата же личными пенсіями первыхъ сроковъ службы можетъ дать только ничтожныя пенсіи и, при сколько-нибудь значительной непрочности службы, требуетъ отчисленія очень значительнаго. Поэтому вдовьи пенсіи, предлагаемыя взамѣнъ оплаты пенсіями первыхъ сроковъ службы, должны считаться мѣрою, которая не налагая на пенсіонирующее учрежденіе особенно тяжелыхъ обязательствъ, приводитъ къ вполнѣ удовлетворительному обезпеченію семьи служащаго даже на первыхъ годахъ службы, когда семьи ихъ нуждаются больше всего въ такомъ обезпеченіи.

Мы думаемъ, что при сознаніи важности правильнаго обезпеченія своихъ семей отъ всякаго рода возможныхъ случайностей, вызывающихъ преждевременную смерть, служащіе должны пойти навстрѣчу этой мѣрѣ, выразивъ согласіе на большее сокращеніе личныхъ пенсій, на увеличеніе предѣльнаго срока выслуги полной пенсіи, лишь

бы добиться отъ учрежденія введенія столь важныхъ для благосостоянія ихъ семей пенсій, каковы предлагаемыя нами вдовьи пенсіи, предусматривающія выдачу довольно удовлетворительнаго обезпеченія семьямъ умершихъ на службѣ лицъ, на какомъ-бы году службы и отъ какой-бы причины ни послѣдовала смерть служащаго.

Учрежденіе, допустившее этотъ родъ пенсій, рискуетъ только въ томъ случаѣ, если не приметъ мѣръ, ограждающихъ его отъ наплыва лицъ съ разстроеннымъ уже здоровьемъ или органически слабыхъ; но для того, чтобы предохранить себя отъ спеціальнаго и невыгоднаго подбора служащихъ, учрежденіе можетъ ввести медицинское освидѣтельство вновь поступающихъ на службу, требуя представленія медицинскаго свидѣтельства отъ врачей особой коллегіи, состоящей при учрежденіи, при подачѣ самаго прошенія. Это свидѣтельство должно гарантировать городу вѣроятность дожитія въ теченіе первыхъ 15 или 20 лѣтъ, въ теченіе которыхъ выдаются пенсіи, и можетъ требоваться только отъ женатыхъ и семейныхъ, но отъ него могутъ освободиться неженатые, обязанные, однако, при вступленіи въ бракъ, въ теченіе первыхъ десяти лѣтъ службы, представлять таковое свидѣтельство, если не представили его, при самомъ поступленіи.

§ 6. Условія службы и пенсіонирования Московскаго Городскаго Управленія. Систематическая разработка статистическихъ данныхъ за прежнее время, если подготовка этихъ данныхъ не имѣлась въ виду, должна встрѣчать непреодолимые техническія затрудненія, почти на каждомъ шагу, потому что пробѣлы въ этихъ данныхъ могутъ быть настолько велики, что такой трудъ можетъ привести почти къ произвольнымъ результатамъ; и произвольность ихъ будетъ тѣмъ больше, чѣмъ шире была поставлена самая задача и чѣмъ сложнѣе были примѣненные пріемы, потому что точные расчеты могутъ дать точные результаты, только на основаніи точныхъ и систематическихъ наблюденій, а къ даннымъ неточныхъ и несистематическихъ наблюденій, надлежитъ примѣнять упрощенный способъ вычисленія, и чѣмъ проще методъ, тѣмъ надежнѣе могутъ быть результаты. Всѣ выводы, основанные на не вполне точныхъ и не вполне достаточныхъ данныхъ—гадательны, и на нихъ можно смотрѣть только, какъ на грубое и первое приближеніе къ истинѣ, но все же они могутъ дать хотя слабое понятіе объ истинномъ положеніи изслѣдуемаго предмета.

Статистика служебнаго состава Московскаго Городскаго Управленія болѣе, чѣмъ неудовлетворительна, и по отношенію къ этому составу въ нашемъ распоряженіи очень мало данныхъ, заслуживающихъ довѣрія и могущихъ послужить для какихъ-либо правильныхъ вычисленій. Поэтому, всѣ наши дальнѣйшіе выводы имѣютъ единственную цѣль дать только нѣкоторое понятіе объ общемъ ходѣ различныхъ измѣненій въ этомъ составѣ.

Въ таблицѣ № 10 приведено количество служащихъ по смѣтамъ за 30 лѣтъ, начиная съ 1873 года до 1902 года. Съ достаточнымъ

основаніемъ возможно предположить, что вакансій, въ сколько-нибудь значительномъ числѣ и въ продолженіе сколько-нибудь большого времени (болѣе года), въ штатѣ служащихъ не могло быть; поэтому можно считать число служащихъ по смѣтѣ выражающимъ число дѣйствительно служившихъ въ томъ-же году.

Между 188⁹/₉ годами составъ городскихъ служащихъ пополнился очень значительно отъ передачи гороцкому управленію учреждений Приказа Общественнаго Призрѣнія; всѣ лица, служившія въ этомъ приказѣ, показали себя служащими городу со времени ихъ службы въ Приказѣ; поэтому штатъ служащихъ на величину штата учреждений Приказа долженъ быть увеличенъ съ самаго начала, т. е. съ 1873 г., такъ какъ можно съ большою вѣроятностью предполагать, что штатъ учреждений Приказа не особенно сильно могъ измѣниться за 15 лѣтъ, потому что всѣ его учрежденія были, кажется, основаны значительно раньше 1873 года и свою дѣятельность развивали не особенно сильно. На основаніи сказаннаго, числа служащихъ, начиная съ 1873 г. до 1887 года, увеличены на 305 человекъ, получавшихъ 120.171 руб.; съ этимъ измѣненіемъ и приведены всѣ числа въ таблицѣ № 10.

Съ другой стороны, на основаніи подсчета карточекъ прохожденія службы всѣми служащими, составленныхъ для Пенсіонной Коммиссіи Думы, намъ извѣстно число служащихъ по годамъ поступленія и по возрастамъ, соотвѣтственно каждому году поступленія. Работа по подсчету этихъ карточекъ произведена Статистическимъ отдѣломъ Городской Управы по порученію Пенсіонной Коммиссіи Служащихъ. Знаніе чиселъ служащихъ, прослужившихъ данное число лѣтъ, позволяетъ намъ опредѣлить отношеніе

$$\frac{\mathcal{N}_m}{\sum_0^n \mathcal{N}_m}$$

но не даетъ еще прочности службы, т. е. отношенія

$$\frac{\mathcal{N}_m}{\mathcal{N}_0},$$

гдѣ $\mathcal{N}_0$ есть число поступившихъ на службу въ тотъ годъ, изъ состава котораго вышло число $\mathcal{N}_m$; причемъ наши числа $\mathcal{N}_m$ есть, конечно, числа совершенно случайныя, и только сопоставленіе ихъ съ числами смежныхъ годовъ позволяетъ, съ нѣкоторымъ основаніемъ, считать ихъ за числа болѣе или менѣе близкія къ тѣмъ, которыя, при данной прочности службы, могли-бы выйти изъ состава каждаго года. Прочность службы по годамъ, на основаніи этихъ случайныхъ чиселъ, мы не пытаемся опредѣлить—она была бы слишкомъ проблематична, но число выходящихъ на пенсію черезъ 30 лѣтъ изъ даннаго состава можно вывести съ нѣкоторою вѣроятностью.

Такъ какъ всѣ числа прослужившихъ первыя шесть лѣтъ (1873—1878) очень близки между собою и такъ какъ періодъ службы отъ 25—30 лѣтъ достаточно продолжителенъ для того, чтобы можно было считать его способнымъ сгладить разныя случайности, то мы можемъ счи-

татъ, что средняя величина 24, при штатѣ, въ среднемъ, около 800 человекъ, выражаетъ съ нѣкоторою вѣроятностью прочность службы за 25—30 лѣтъ, а слѣдовательно, 24 можно принять за число выходящихъ на пенсію черезъ 30 лѣтъ изъ штата въ 800 человекъ, при городской прочности службы, потому что прочность службы за послѣдніе годы службы измѣняется очень слабо.

Для опредѣленія величины $\mathcal{N}_0$, т. е. числа вновь вступающихъ, мы дѣлаемъ гипотезу, что число вновь вступающихъ пропорціонально общему числу служащихъ.

Пусть $\mathcal{N}_0^{(n)}$ есть число вновь вступающихъ въ какомъ-либо году (n) при общемъ числѣ служащихъ въ этомъ году $\mathcal{N}^{(n)} = \sum_0^n \mathcal{N}_m^{(n)}$, полагая

$$\frac{\mathcal{N}_0^{(n)}}{\mathcal{N}^{(n)}} = \text{const.} = \lambda;$$

мы, по извѣстному свойству пропорцій, имѣемъ

$$\frac{\sum_0^t \mathcal{N}_0^{(n)}}{\sum_0^t \mathcal{N}^{(n)}} = \lambda.$$

Въ таблицѣ № 10 приведено общее число служащихъ за время съ 1873—1902 за каждый годъ; слѣдовательно, величина $\sum_0^t \mathcal{N}^{(n)}$ для того періода $t=30$ извѣстна. Что касается до суммы

$$\sum_0^t \mathcal{N}_0^{(n)},$$

то эта величина выражаетъ число вновь вступившихъ за весь періодъ времени въ t лѣтъ (т. е. за время съ 1873—1902 г.); но число вступившихъ равно числу всѣхъ выбывшихъ за это время, предполагая неизмѣнность первоначальнаго состава въ теченіе 30 лѣтъ, вмѣстѣ съ числомъ всѣхъ новыхъ вакансій, открывшихся въ теченіе того же періода, вслѣдствіе увеличенія штата. Увеличеніе штата опредѣляется величиною

$$\mathcal{N}^t - \mathcal{N}^{(0)}$$

т. е. равно разницѣ штатовъ въ концѣ и въ началѣ изслѣдуемаго періода, каковыя величины находятся прямо изъ таблицы № 10 ($\mathcal{N}^t$ соотвѣтствуетъ штату 1902 г., а $\mathcal{N}^{(0)}$ штату 1873 г.). Затѣмъ, число оставившихъ службу, еслибы штатъ оставался неизмѣннымъ, было бы равно числу оставившихъ службу въ теченіе 30 лѣтъ, безъ первоначальнаго состава $\mathcal{N}^{(0)}$, но въ теченіе 30 лѣтъ можно, безъ большой погрѣшности, предположить полное обновленіе состава, т. е. замѣщеніе всѣхъ состоявшихъ на службѣ 30 лѣтъ назадъ; поэтому, можно принять число всѣхъ выбывшихъ при неизмѣнности состава равнымъ $\mathcal{N}^{(0)}$. Откуда

$$\sum_0^t \mathcal{N}^{(n)} = (\mathcal{N}^t - \mathcal{N}^{(0)}) + \mathcal{N}^{(0)} = \mathcal{N}^t$$

поэтому

$$\lambda = \frac{\mathcal{N}(t)}{\sum_0^t \mathcal{N}(k)}$$

Изъ таблицы № 10 найдемъ

$$\lambda = \frac{3021}{45420} = 0.07,$$

Зная величину λ мы можемъ опредѣлить число вновь вступающихъ $\mathcal{N}_0^{(k)}$ для каждаго года, а потому будемъ знать, изъ какого первоначальнаго числа служащихъ могло выйти число прослужившихъ данный срокъ. Но, прежде опредѣленія этого числа, надлежитъ учесть поправку по отношенію къ ежегодному увеличенію штата, потому что величина λ есть средняя величина коэффициента обновленія состава, предполагающая нѣкоторый средній неизмѣнный штатъ въ теченіе всего изслѣдуемаго періода t . Ежегодное увеличеніе штата опредѣляется для каждаго года (k) величиною

$$\Delta_k = \mathcal{N}^{(k)} - \mathcal{N}^{(k-1)},$$

которая дается таблицею № 10. Предполагая поступленіе служащихъ на новыя вакансіи равномернымъ, въ теченіе всего года, мы, какъ извѣстно, должны принять ежегодное измѣненіе штата равнымъ половинѣ Δ_k , а потому, называя число прослужившихъ (k) лѣтъ, т. е. поступившихъ на службу ($n-k$) лѣтъ назадъ, черезъ $\mathcal{N}_k^{(n-k)}$, мы можемъ считать, что они вышли изъ числа вновь вступившихъ этого года $\mathcal{N}_0^{(n-k)}$, увеличеннаго числомъ, равнымъ половинѣ всѣхъ новыхъ вакансій въ штатѣ этого года — $1/2 \Delta_{(n-k)}$, а потому вѣроятность прослужить (k) лѣтъ, т. е. ${}_k p$, выражается такъ:

$${}_k p = \frac{\mathcal{N}_k^{(n-k)}}{\mathcal{N}_0^{n-k} + 1/2 \Delta_{(n-k)}}$$

Конечно, величины $\mathcal{N}_k^{(n-k)}$ настолько случайны, что погодное вычисленіе ихъ, для установленія послѣдовательнаго хода измѣненій состава, не можетъ дать сколько-нибудь точныхъ результатовъ, поэтому мы можемъ попытаться опредѣлить только среднія величины, характеризующія прочность службы города.

Мы видѣли, что средняя величина для $\mathcal{N}_k^{(n-k)}$, выражающая число остающихся на службѣ въ теченіе 25—30 лѣтъ, равна 24 при среднемъ составѣ, равномъ 800; за время съ 1873 по 1878 годъ включительно, т. е. за 6 лѣтъ составъ возросъ съ 733 до 952, т. е. въ среднемъ въ годъ

$$\frac{952-733}{6} = \frac{219}{6} = 36$$

Эту величину и можно принять за величину Δ_{n-k} въ періодѣ между 25—30 годами. Среднее число вновь вступающихъ $\mathcal{N}_0^{(k-k)}$ за то же время отъ 25—30 лѣтъ опредѣляется, какъ

$$\lambda \mathcal{N}^{(n-k)} = 0.07 \times 800 = 56,$$

а потому можно считать, что прочность службы за 30 лѣтъ приблизительно

$$|_n p = \frac{24}{56 + \frac{36}{2}} = \frac{24}{74} = 0.30$$

Опредѣленіе $|_m p$ при всякомъ (m), по изложеннымъ выше соображеніямъ, не представляется возможнымъ, но среднюю непрочность службы, т. е. средній ходъ измѣненій состава городскихъ служащихъ, возможно установить, на основаніи нижеслѣдующихъ соображеній:

	Все число служившихъ даннаго періода.	Изъ нихъ осталось на службѣ до конца 1902 года.
Съ 1873—1882 . .	9.295	271
Съ 1882—1892 . .	13.780	693
Съ 1892—1899 . .	14.164	1.239

Число 271 выражаетъ общее число служащихъ, которые служатъ отъ 20—30 лѣтъ и выходятъ изъ состава, измѣняющагося за 10 лѣтъ съ 9.295 до 13.780; число 693 выражаетъ общее число служащихъ отъ 10—20 лѣтъ и выходящихъ изъ состава, измѣняющагося съ 13.780 до 14.164, и, наконецъ, число 1.239 есть общее число служащихъ отъ 4—10 лѣтъ изъ состава въ 14.164; первые три года исключены, потому что въ теченіе первыхъ лѣтъ службы непрочность службы очень сильно уклоняется отъ нормальной для всякаго состава.

Предполагая ходъ измѣненій въ штатѣ равномернымъ, мы можемъ считать, что при составѣ $\left(9.295 + \frac{13.780 - 9.295}{2}\right) = 11.537$ остаются службу въ теченіе того періода, которому соответствуетъ общее число служащихъ 11.537, т. е. въ теченіе 10-ти лѣтъ, $-(693 - 271) = 422$, и потому средняя непрочность службы, какъ отношеніе 422 къ общему числу служащихъ, есть

$$\frac{422}{11.537} = 0.037 \text{ или приблизительно } 0.04.$$

Такъ же точно за періодъ 7 лѣтъ, при составѣ $\left(13.780 - \frac{14.164 - 13.780}{2}\right) = 13.972$, убыль въ составѣ за весь періодъ, при данномъ общемъ числѣ служащихъ, равна $(1.239 - 693) = 546$; поэтому средняя непрочность за тотъ же періодъ опредѣляется отношеніемъ:

$$\frac{546}{13.972} = 0.039 \text{ или приблизительно } 0.04.$$

Поэтому *среднюю непрочность городской службы за весь періодъ службы въ 30 лѣтъ—х*, если исключить первые три года службы, можно считать *равною, приблизительно, 0.04.*

Переходимъ къ опредѣленію хода измѣненій въ жалованьѣ. Измѣненія средняго коллективнаго жалованья за весь 30-ти-лѣтній періодъ незначительны, такъ что *величина средняго коллективнаго жалованья*

$ж_с$ можетъ считаться постоянною и равною приблизительно 710 р. въ годъ.

Въ таблицѣ № 10 среднее жалованье дано въ особой графѣ, и средняя величина его за 30 лѣтъ

$$ж_с = \frac{32381152}{45420} = 710,$$

отъ каковой величины по годамъ отклоненія въ среднемъ не велики, но нѣкоторое возрастаніе, съ теченіемъ времени, хотя и медленное, замѣчается, потому что максимумъ первыхъ 15-ти лѣтъ 720, а послѣднихъ 15-ти лѣтъ — 800.

Служащихъ, поступившихъ въ 1901 году, было 309 съ жалованьемъ 175.879, что на одного даетъ среднее начальное жалованье $ж_0$

$$ж_0 = \frac{175879}{309} = 570,$$

откуда отношеніе средняго жалованья къ начальному

$$\frac{ж_с}{ж_0} = \frac{710}{570} = 1.25,$$

Жалованье среднее всѣхъ служащихъ, поступившихъ въ 1873 году, при общемъ числѣ ихъ—23 равно 42.424 руб.; поэтому жалованье за послѣдній годъ службы $ж_n$ составляетъ

$$ж_n = \frac{42424}{23} = 1890,$$

откуда отношеніе жалованья за послѣдній годъ службы къ жалованью начальному:

$$\frac{ж_n}{ж_0} = \frac{1890}{570} = 3.32,$$

Предполагая, на основаніи наблюденій пенсіонныхъ кассъ русскихъ желѣзныхъ дорогъ, прогрессивный ростъ средняго жалованья, опредѣлимъ процентъ роста (j) средняго жалованья изъ таблицъ долгосрочныхъ операций по формулѣ:

$$ж_n = ж_0 (1+j)^n,$$

откуда

$$\frac{ж_n}{ж_0} = (1+j)^{30} = 3.32,$$

что соотвѣтствуетъ росту жалованья

$$j = 0.004,$$

т. е. 4‰.

Если же взять жалованье всѣхъ служащихъ, поступившихъ до 1873 года включительно, то при общемъ числѣ ихъ, равномъ 80, жалованье ихъ—121.639 руб., поэтому среднее жалованье за послѣдній годъ службы

$$ж_n = \frac{121639}{80} = 1255,$$

откуда

$$\frac{ж_n}{ж_0} = (1+j)^{30} = 2.7,$$

что соотвѣтствуетъ нѣсколько меньшему росту

$$j=0.035,$$

но все же очень близкому къ 4%, каковой ростъ чрезвычайно близокъ къ нормальному денежному росту, т. е. къ проценту роста государственныхъ займовъ, тогда какъ на Западной французской желѣзной дорогѣ ростъ жалованья только 2%, что также соотвѣтствуетъ денежному росту государственныхъ французскихъ бумагъ. Случайное ли это явленіе или общій законъ—рѣшить, при настоящемъ состояніи статистическихъ данныхъ о ростѣ жалованья съ годами службы въ различныхъ учрежденіяхъ, очень трудно, и къ тому же не входитъ въ нашу задачу, хотя въ нашей работѣ мы неоднократно обращали вниманіе на это обстоятельство и указывали важное значеніе его въ дѣлѣ пенсіонированія.

Въ таблицѣ № 10 приведенъ расходъ на пенсіи за время съ 1885 г. до 1902 г., причемъ для послѣдняго пятилѣтія 1898—1902 указано соотвѣтственное число пенсіонируемыхъ. Расходъ на пенсіи составлялъ за пятилѣтіе 504.068 руб. при общемъ числѣ пенсіонеровъ — 1.503, откуда средняя пенсія Π_c за это время:

$$\Pi_c = \frac{504068}{1503} = 335 \text{ руб.};$$

поэтому отношеніе средней пенсіи къ начальному жалованью

$$\frac{\Pi_c}{ж_0} = \frac{335}{570} = 0.6,$$

а отношеніе средней пенсіи къ среднему жалованью:

$$\frac{\Pi_c}{ж_c} = \frac{335}{710} = 0.47.$$

Въ процентномъ отношеніи по семейному положенію городскіе служащіе раздѣляются на три категоріи:

	Число.	Процентное отношеніе.
Неженатые	537	18
Женатые	1.183	41
Женщины	1.192	41
	2.912	100

Средній процентъ женатыхъ только 41%, тогда какъ на русскихъ желѣзныхъ дорогахъ онъ равенъ, по статистическимъ отчетамъ пенсіонныхъ кассъ русскихъ казенныхъ желѣзныхъ дорогъ—65%; объясняется эта разница значительнымъ процентомъ служащихъ женщинъ, которыхъ на казенныхъ желѣзныхъ дорогахъ только 14%, тогда какъ на городской службѣ женщины составляютъ 41% всѣхъ служащихъ.

Принимая учетный процентъ женатыхъ по годамъ службы для городскихъ служащихъ равнымъ выведенному для женатыхъ служащихъ казенныхъ желѣзныхъ дорогъ, мы, во всякомъ случаѣ, не можемъ опасаться преуменьшить расходъ на вдовьи пенсіи, а скорѣе довольно значительно преувеличимъ его.

Сопоставимъ всѣ найденныя выше величины для состава городскихъ служащихъ, обозначивъ эти величины буквою М., съ соответственными величинами для состава служащихъ русскихъ казенныхъ желѣзныхъ дорогъ и французской западной желѣзной дороги.

		РЖД.	М.	ФЖД.
Средній начальный возрастъ служащихъ	x	29	30	27
Коэффициентъ обновленія состава	λ	0.13	0.07	0.05
Вѣроятность прослужить около 30 лѣтъ	n^p	0.06	0.30	0.41
Средняя непрочность службы	χ	0.07	0.04	0.03
Начальное жалованье.	$ж_0$	240	570	370
Среднее жалованье.	$ж_c$	340	710	510
Отношеніе средняго жалованья къ начальному.	$\frac{ж_c}{ж_0}$	1.41	1.25	1.38
Процентъ роста средняго жалованья съ годами службы.	j	0.035	0.035	0.02
Средняя пенсія	$П_c$	неизвѣстно.	335	340
Отношеніе средней пенсіи къ начальному жалованью.	$\frac{П_c}{ж_0}$	„	0.6	0.9
Отношеніе средней пенсіи къ среднему жалованью.	$\frac{П_c}{ж_c}$	„	0.47	0.66
Среднее отношеніе женатыхъ служащихъ къ общему числу служащихъ	γ	0.65	0.41	—

Изъ приведенной сравнительной таблицы коэффициентовъ, опредѣляющихъ стоимость пенсіонированія для трехъ указанныхъ составовъ служащихъ, видно:

1. Прочность службы въ Московскомъ Городскомъ Управленіи средняя между прочностью РЖД и ФЖД, но ближе подходит къ прочности послѣдней, т. е. къ прочности службы Западной французской желѣзной дороги, что вполне соответствуетъ условіямъ пенсіонированія города и этой дороги: пенсіонированіе на городской службѣ практикуется въ теченіе многихъ лѣтъ, такъ же какъ на Западной французской желѣзной дорогѣ, тогда какъ на русскихъ казенныхъ желѣзныхъ дорогахъ выдача нормальныхъ пенсій еще не началась; наконецъ, въ общихъ чертахъ способъ пенсіонированія города и Западной французской желѣзной дороги очень сходенъ.

2. Общія условія службы города Москвы лучше условій службы французской Западной желѣзной дороги, потому что при сходныхъ условіяхъ пенсіонированія, при равномъ размѣрѣ средней пенсіи начальный окладъ на городской службѣ выше таковаго же на Западной французской желѣзной дорогѣ.

3. Довольно высокая прочность службы г. Москвы покупается цѣною высокаго средняго жалованья, значительнымъ процентомъ роста жалованья, но не высотой пенсій; тогда какъ Западная французская желѣзная дорога достигаетъ еще большей прочности службы при начальномъ жалованьи почти вдвое меньшемъ, при ростѣ жалованья также почти вдвое меньшемъ, но при пенсіяхъ, составляющихъ $\frac{2}{3}$ средняго жалованья, тогда какъ для города Москвы то же отношеніе равно только $\frac{1}{2}$ средняго жалованья. Повидимому, болѣе высокая прочность службы достигается успѣшнѣе путемъ выдачи большихъ пенсій, чѣмъ путемъ выдачи большаго жалованья, но съ особою увѣренностью утверждать такого положенія нельзя, имѣя въ виду различіе условій жизни русской и заграничной.

4. Процентъ роста средняго жалованья съ годами службы, не смотря на все различіе прочихъ условій службы городской и казенныхъ желѣзныхъ дорогъ, оказывается совершенно одинаковымъ, тогда какъ онъ почти вдвое больше, чѣмъ на Западной французской желѣзной дорогѣ; мы объясняемъ это предположеніемъ связи между ростомъ жалованья и денежнымъ ростомъ, въ силу котораго надо ожидать тѣмъ большаго роста жалованья, чѣмъ больше въ странѣ денежный ростъ, но такая гипотеза требуетъ провѣрки, какъ ни интересно ея теорическое значеніе въ дѣлѣ пенсіонированія.

5. Отношеніе числа женатыхъ къ общему числу служащихъ въ Московскомъ Городскомъ Управленіи значительно менѣе, чѣмъ на казенныхъ желѣзныхъ дорогахъ, что вполне объясняется значительнымъ процентомъ женщинъ въ составѣ городскихъ служащихъ, который почти втрое превышаетъ процентъ ихъ въ составѣ служащихъ казенныхъ желѣзныхъ дорогъ; это обстоятельство весьма благопріятствуетъ установленію вдовьихъ пенсій.

6. Если Управленіе города Москвы желаетъ поддержать не меньшую прочность службы, чѣмъ прочность службы Западной французской желѣзной дороги, то, такъ какъ, вслѣдствіе высокаго оклада начальнаго жалованья, отношеніе средней пенсіи къ среднему жалованью на городской службѣ меньше того же отношенія Западной французской желѣзной дороги и равно $\frac{1}{2}$, тогда какъ на Западной французской желѣзной дорогѣ оно выражается $\frac{2}{3}$, мы можемъ (на основаніи расчетовъ V—§ 2 для $P_c = \frac{1}{2} J_c$) считать, что пенсіонированіе, безъ образованія какихъ-либо капиталовъ, для города можетъ стоить 14% при образованіи одного пенсіоннаго капитала, т. е. при отчисленіи пенсій полными резервами,—10%, и, наконецъ, при немедленномъ отчисленіи на образованіе пенсіи каждаго вновь вступающаго, т. е. при пенсіонированіи тонтинами, отъ 5% до 6%, смотря по типу выбранной тонтинны.

Такъ какъ размѣръ отчисленія зависитъ отъ давности существованія штата, то, зная давность штата и ходъ его образованія, возможно по способу интерполированія вычислить процентъ отчисленія на пенсіи этого штата: весь составъ служащихъ, имѣющихъ давность между 30—70 годами, требуетъ отчисленія максимумъ 14%; составъ служа-

щихъ, давность образованія котораго не болѣе 30 лѣтъ, требуетъ отчисленія максимум 10⁰/₀; составъ служащихъ, имѣющій давность менѣе 30 лѣтъ, требуетъ отчисленія отъ 0 до 6⁰/₀. Весь составъ служащихъ городскихъ имѣетъ давность не болѣе 35 лѣтъ, съ небольшимъ, причемъ 30-ти-лѣтнюю давность имѣетъ составъ въ 700 человѣкъ, что составляетъ менѣе $\frac{1}{4}$ всего состава; поэтому процентъ отчисленія на пенсіи, даже безъ образованія капиталовъ, можетъ быть только въ предѣлахъ отъ 0 до 10⁰/₀. Увеличеніе состава съ каждымъ годомъ и очень значительное должно понижать необходимый процентъ отчисленія. По всѣмъ этимъ соображеніямъ, при данной давности всего городского состава, нельзя ожидать процента отчисленія, сколько нибудь превышающаго половину 10⁰/₀. Таблица № 10 показываетъ, что дѣйствительный процентъ отчисленія на пенсіи возросъ за время 1885—1902 года съ 2⁰/₀ до 5⁰/₀.

Если бы городъ принялъ пенсіонированіе вдовъ по способу, предложенному въ § 6 этой главы, то расходъ его на пенсіи увеличился, во всякомъ случаѣ, не болѣе, чѣмъ на 2⁰/₀ и составилъ бы въ данное время не болѣе 7⁰/₀, а въ будущемъ, при покрытіи пенсій текущимъ образомъ, безъ образованія какихъ-либо капиталовъ, весь расходъ на пенсіи, пока денежный ростъ для города составляетъ 4⁰/₀, не превысилъ бы 17⁰/₀, т. е. той нормы расхода на пенсіи, которую предлагаютъ ему ввести въ настоящее время, безъ ручательства за отсутствіе приплатъ по ликвидаціи пенсіонныхъ резервовъ. При этомъ, надо имѣть въ виду, что только при вполнѣ установившемся штатѣ расходъ можетъ достигъ максимум'а 17⁰/₀, если же штатъ возрастаетъ, и такъ быстро, какъ растетъ штатъ города, то пройдутъ многіе десятки лѣтъ, если не столѣтія, прежде, чѣмъ расходъ достигнетъ высшей нормы, въ 14⁰/₀, если только за это время не понизится денежный ростъ. Но отъ пониженія денежнаго роста и связаннаго съ нимъ повышенія расходовъ на пенсіи не гарантируютъ и пенсіонно-сберегательныя кассы.

Въ теченіе 15-ти лѣтъ расходъ города на пенсіи возросъ съ 2⁰/₀ до 5⁰/₀, и едва-ли благоразумно изъ опасенія дальнѣйшаго роста этого расхода, максимумъ котораго есть 14⁰/₀ (если пенсіонированіе вдовъ производитъ принятымъ въ настоящее время порядкомъ—въ зависимости отъ выслуги лѣтъ мужа), согласиться на тотъ типъ пенсій, который требуетъ немедленнаго производства отчисленій въ размѣрѣ, превышающемъ тотъ максимумъ, котораго они когда либо могутъ достигъ; это тѣмъ болѣе неправильно, что внимательное изслѣдованіе условій пенсіонированія, правильная статистика состава служащихъ, регулированіе прочности службы пенсіями, и выдачи пенсій въ соотвѣтствіи съ семейнымъ положеніемъ, быть можетъ, дадутъ возможность, не нарушая справедливыхъ интересовъ служащихъ понизить расходы на пенсіи даже противъ указанной выше наибольшей нормой; а при немедленномъ отчисленіи на образованіе пенсій всѣхъ вновь вступающихъ, т. е. при образованіи капиталовъ, возможно и сейчасъ ограничить рас-

ходъ на пенсіи нормою, не превышающею 6%, что почти втрое меньше требуемой пенсіонно-сберегательными кассами.

VI. Пенсіонно-сберегательныя кассы.

А. Теорія.

Изъ всѣхъ возможныхъ способовъ пенсіонирования мы изслѣдовали лишь только тѣ, которые безобидны, т. е. требуютъ отчисленія, изъ жалованія не болѣе, чѣмъ то необходимо, для покрытія расходовъ по выдачѣ пенсій, но не даютъ средствъ, излишнихъ для цѣлей пенсіонирования, т. е. обходятся безъ образованія запаснаго капитала. Но возможно пенсіонированіе съ образованіемъ запаснаго капитала; такія пенсіи мы считаемъ неправильными, но такъ какъ типъ пенсій, предлагаемый въ настоящее время Пенсіонною Коммиссіею Думѣ, принадлежитъ къ числу именно такихъ неправильныхъ пенсій, — мы должны изслѣдовать условія этого пенсіонирования, имѣя, главнымъ образомъ, въ виду показать, что эти пенсіи, какъ частный случай, могутъ быть выведены изъ общихъ условій, при неудовлетворительномъ уравненіи тожествъ, характеризующихъ два пенсіонные періода. Пенсіонно-сберегательныя кассы, кромѣ того, заключаютъ въ своихъ положеніяхъ цѣлый рядъ противорѣчій.

§ 1. Тонтина съ запаснымъ капиталомъ, которою пользуются пенсіонно-сберегательныя кассы.

Возьмемъ для уравненія тожествъ пенсіонирования 1-ую форму тожества эмеритальнаго періода, въ связи съ вѣроятностью дожитія, т. е.

$$\beta_0^{(n)} \mathcal{L}_0 | n E_x = \beta_0^{(n)} \mathcal{L}_0 \frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_x} + i \beta_0^{(n)} \mathcal{L}_0 K_n \quad (1)$$

и сопоставимъ его съ тожествомъ пенсіоннаго періода:

$$\Pi_n \mathcal{L}_n v^n E_{x+n} = \Pi_n \mathcal{L}_n v^n \frac{N_{x+n}}{D_{x+n}} + i \Pi_n \mathcal{L}_n v^n V_n \quad (2),$$

причемъ должно имѣть мѣсто условное уравненіе:

$$\beta_0^{(n)} = \frac{r_n \mathcal{H}_c}{\lambda | n E_x} \quad (3)$$

Положивъ для уравненія этихъ тожествъ:

$$\beta_0^{(n)} \mathcal{L}_0 \frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_x} = \Pi_n \mathcal{L}_n v^n \frac{N_{x+n}}{D_{x+n}} \quad (a)$$

получимъ условіе пенсії-тонтины, но такой тонтины, которая, только при извѣстномъ дополнительномъ условіи, можетъ быть безобидною, а въ общемъ случаѣ ведетъ къ образованію третьяго — *запаснаго капитала* (кромѣ двухъ извѣстныхъ уже капиталовъ правильной тонтины: эмеритальнаго и пенсіоннаго), излишняго для цѣлей самаго пенсіонирования.

При условии (а) уравнение (2) может быть представлено такъ:

$$\Pi_n \mathcal{U}_n v^n E_{x+n} = \beta_0^{(n)} \mathcal{U}_0 |n E_x + i (\Pi_n \mathcal{U}_n v^n V_n - \beta_0^{(n)} \mathcal{U}_0 K_n) \quad (2')$$

т. е. расходы на пенсіи въ періодъ полного комплекта пенсіонеровъ покрываются ежегоднымъ отчисленіемъ $\beta_0^{(n)} \mathcal{U}_0 |n E_x$ и процентами съ капитала $\Pi_n \mathcal{U}_n v^n V_n - \beta_0^{(n)} \mathcal{U}_0 K_n$ но ежегодное отчисленіе только тогда не превышаетъ величины, необходимой для цѣлей пенсіонированія, когда выполнено дополнительное условіе

$$\Pi_n \mathcal{U}_n v^n V_n - \beta_0^{(n)} \mathcal{U}_0 K_n \geq 0 \quad (в)$$

или

$$\frac{\beta_0^{(n)} \mathcal{U}_0}{\Pi_n \mathcal{U}_n v^n} \leq \frac{V_n}{K_n}, \quad (в')$$

т. е. если отношеніе между ежегоднымъ отчисленіемъ на долю всѣхъ вновь вступающихъ и современною стоимостью ежегоднаго расхода на всѣхъ вновь выходящихъ на пенсію даннаго срока пенсіонированія меньше или равно отношенію пенсіоннаго капитала къ эмеритальному капиталу, изъ которыхъ каждый разсчитанъ на единицу (при 1 руб. пенсіи на каждаго вновь выходящаго на пенсію и 1 рубль взноса на каждаго вновь вступающаго на службу); въ противномъ случаѣ, т. е. при условіи

$$\frac{\beta_0^{(n)} \mathcal{U}_0}{\Pi_n \mathcal{U}_n v^n} > \frac{V_n}{K_n},$$

ежегодное отчисленіе на пенсіи превышаетъ потребности пенсіонированія и ведетъ къ накопленію запаснаго капитала въ размѣрѣ процентовъ съ капитала тонтины $\beta_0^{(n)} \mathcal{U}_0 K_n - \Pi_n \mathcal{U}_n v^n V_n$, каковая величина въ силу послѣдняго условія больше нуля, и уравненіе (2') имѣетъ видъ

$$\Pi_n \mathcal{U}_n v E_{x+n} = \beta_0^{(n)} \mathcal{U}_0 |n E_x - i (\beta_0^{(n)} \mathcal{U}_0 K_n - \Pi_n \mathcal{U}_n v^n V_n) \quad (2'')$$

На основаніи условнаго уравненія (3) процентъ отчисленія на пенсіи этого рода опредѣляется изъ условія (а)

$$r_n = \lambda |n \rho v^n \frac{N_{x+n}}{N_x - N_{x+n+1}} \cdot \frac{D_x}{D_{x+n} |n E_x} \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c},$$

но

$$\frac{D_x}{D_{x+n}} = \frac{l_x v^x}{l_{x+n} v^{x+n}} = \frac{1}{{}_n p_x v^n},$$

поэтому

$$r_n = \lambda \frac{|n \rho}{{}_n p_x} \cdot \frac{N_{x+n}}{N_x - N_{x+n+1}} |n E_x \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c} \quad (4)$$

Если вмѣсто взносовъ на пенсіи praenumерando и вмѣсто пенсій praenumерando, ввести, какъ допускаютъ пенсіонно-сберегательныя кассы, взносы на пенсіи postnumерando, т. е. съ возраста $x+1$ и выдачу пенсій отсрочивать до конца года выхода на

пенсію, то надо замѣнить N_x и N_{x+n} черезъ N_{x+1} и N_{x+n+1} , $|_n \rho$ черезъ $|_{n+1} \rho$ и $|_n p_x$ черезъ $|_{n+1} p_{x+1}$, $|_n E_x$ черезъ $|_n E_{x+1}$; формула (4') представится въ такомъ видѣ

$$r_n = \lambda \frac{|_{n+1} \rho}{|_{n+1} p_{x+1}} \cdot \frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} |_n E_{x+1} \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c} \quad (4')$$

§ 2. Гонтинъ съ запаснымъ капиталомъ, при абсолютной прочности службы.

Допустимъ абсолютную прочность службы, т. е. возможность каждаго дослужить и дожить до пенсіи, тогда, какъ извѣстно,

$$\lambda = \frac{1}{|_n E_{x+1}}$$

$$|_{n+1} \rho = |_{n+1} p_{x+1}$$

и слѣдовательно

$$r'_n = \frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c} \quad (4'')$$

т. е. то именно отчисленіе на пенсіи, которое допускаютъ обычныя пенсіонно-сберегательныя кассы.

Вслѣдствіе отсроченности въ выдачѣ пенсій до конца года въ выраженіи (2') надлежитъ замѣнить v^n черезъ v^{n+1} , $\mathcal{N}_n$ черезъ $\mathcal{N}_{n+1}$, E_{x+n} черезъ E_{x+n+1} , а въ выраженіи капиталовъ V_n и K_n перемѣнить x на $x+1$.

При абсолютной прочности службы, при отчисленіи на пенсіи postnumerando и выдачи пенсій также postnumerando.

$$\mathcal{N}_n = l_{x+n+1}$$

$$\mathcal{N}_0 = l_{x+1}$$

$$\beta_0^{(n)} = r'_n \mathcal{H}_c$$

Положимъ, для сокращенія, множитель при i въ уравненіи (2') послѣ замѣны входящихъ въ него величинъ вышеуказанными:

$$\Pi_n l_{x+n+1} v_{n+1} V_{n+1} - r'_n \mathcal{H}_c l_{x+1} K_{n+1} = V_{\omega} - x$$

тогда, по замѣнѣ $l_{x+n+1} E_{x+n+1}$ и $l_{x+1} |_n E_{x+1}$ ихъ значеніями:

$$l_{x+n+1} E_{x+n+1} = l_{x+n+1} + l_{x+n+2} + \dots + l_{\omega}$$

$$l_{x+1} |_n E_{x+1} = l_{x+1} + l_{x+2} + \dots + l_{x+n}$$

представимъ уравненіе (2') въ такомъ видѣ

$$\Pi_n (l_{x+n+1} + l_{x+n+2} + \dots + l_{\omega}) = r'_n \mathcal{H}_c (l_{x+1} + l_{x+2} + \dots + l_{x+n}) + i V_{\omega} - x \quad (2''').$$

Если ввести обозначенія для различныхъ величинъ, связанныхъ съ вѣроятностью жизни, тѣ которыя употребляетъ Soulier, то легко убѣдимся, что какъ выраженіе процента отчисленія на пенсіи (4''), такъ и уравненіе пенсіонированія (2''') совершенно тождественны съ процентомъ отчисленія и уравненіемъ пенсіонированія Soulier, которые онъ устанавливаетъ для пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, а такъ,

какъ его теорія вполне согласуется съ общими положеніями и той пенсіонно-сберегательной кассы, которую предлагаетъ Пенсіонная Коммиссія Думы, то мы можемъ считать доказаннымъ, что *пенсіонно-сберегательныя кассы, дѣйствительно, представляютъ частный случай пенсіонирования по способу неправильной тонтинны, съ запаснымъ капиталомъ и съ допущеніемъ абсолютной прочности службы.*

§ 3. Пенсіонно-сберегательныя кассы не считаются со всѣми условіями пенсіонирования.

Пенсіонно-сберегательныя кассы упускаютъ изъ виду то обстоятельство, что величина $V_{\omega-x}$, т. е. капиталъ кассы, имѣетъ положительную величину только при дополнительномъ условіи, относительно соотношенія между ежегоднымъ отчисленіемъ на пенсію и ежегоднымъ расходомъ на выдачу пенсій вновь выходящимъ; при несоблюденіи же указаннаго условія тонтинна не можетъ быть правильною и ведетъ къ систематическому накопленію запасныхъ средствъ, безъ нужды обременяя преувеличенными взносами, какъ пенсіонирующее учрежденіе, такъ и служащихъ, если послѣдніе участвуютъ во взносахъ на пенсію.

При абсолютной прочности службы ограничивающее размѣръ отчисленій на пенсію условіе (b') можно представить такъ:

$$\frac{r_n \mathcal{H}_c l_{x+1}}{\Pi_n l_{x+n+1} v_{n+1}} \leq \frac{V_{n+1}}{K_{n+1}}$$

откуда

$$r_n \leq {}_n p_{x+1} v^{n+1} \frac{V_{n+1}}{K_{n+1}} \cdot \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c} \quad (b'')$$

Намъ извѣстно, что существуетъ абсолютно-правильная тонтинна, которая названа нами тонтинною 1-го рода и разобрана въ главѣ IV — § 14; процентъ отчисленія этой тонтинны—опредѣляется формулою (γ) той же главы:

$$r_n = \lambda \cdot {}_n p^{v^n} \frac{N_{x+n}}{N_x - N_{x+n+1}} \cdot {}_n E_x \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c},$$

каковая, при абсолютной прочности, службы, взносахъ и пенсіяхъ post-, а не praenumero примѣтъ видъ:

$$r_n = {}_n p_{x+1} v^{n+1} \frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \cdot \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c};$$

такъ эта тонтинна не ведетъ къ образованію запаснаго капитала, то слѣдовательно, размѣръ отчисленія ея всегда удовлетворяетъ условію (b''), а потому, подставляя это значеніе r_n въ условіе (b''), получимъ условіе, которое всегда должно имѣть мѣсто:

$$\frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \leq \frac{V_{n+1}}{K_{n+1}}$$

или

$$\frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \cdot \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c} \leq \frac{V_{n+1}}{K_{n+1}} \cdot \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c},$$

но величина въ правой части есть процентъ отчисленія неправильной тонтинны съ запаснымъ капиталомъ, т. е. условіе

$$r'_n \leq \frac{V_{n+1}}{K_{n+1}} \cdot \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c} \quad (c)$$

всегда удовлетворяется, но уровень этой удовлетворительности ниже требуемаго условіемъ (δ''), а потому въ неправильной тонтинѣ отчисленіе на пенсіи всегда можетъ превышать потребности пенсіонированія. Для того же, чтобы условіе (δ'') было выполнено, необходимо учесть r'_n неправильной тонтинны въ отношеніи вѣроятности выслужить пенсію, величина которой ${}_n p_{n+1}$ и въ отношеніи современной стоимости абсолютной пенсіи, отсроченной на $n+1$ лѣтъ, каковая равна v^{n+1} , т. е. надлежитъ помножить r'_n неправильной тонтинны на ${}_n p_{x+1} v^{n+1}$, тогда

$$r_n = {}_n p_{x+1} v^{n+1} r'_n = {}_n p_{x+1} v^{n+1} \frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \cdot \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c}$$

а послѣдняя величина есть не что иное, какъ процентъ отчисленія правильной тонтинны.

Итакъ пенсіонно-сберегательныя кассы упускаютъ изъ виду необходимость учесть вѣроятность дожитія до выслуги пенсіи и современную стоимость абсолютной величины пенсіи, выдаваемой въ концѣ ($n+1$) года службы, вслѣдствіе чего процентъ отчисленія на пенсіи этой тонтинны превышаетъ потребности пенсіонированія.

§ 4. Ошибочность разсужденій Soulier.

Если прослѣдить ходъ разсужденій Soulier, то легко найти и ту ошибку, которую онъ допускаетъ.

Дѣйствительно, Soulier не подозреваетъ существованія эмеритальнаго тожества (1), полагаетъ, что всѣ взносы обращаются прямо въ пенсіонный фондъ, причемъ упускается изъ виду возможность образованія пенсіоннаго резерва, въ періодъ службы, путемъ денежнаго роста взносовъ на пенсіи, не говоря уже о возможномъ ростѣ резервовъ отъ смертности. Слѣдовательно, Soulier начинаетъ изслѣдованіе условій пенсіонированія съ момента выхода на пенсію первой группы пенсіонеровъ, а весь періодъ, предшествоующій выходу на пенсію, онъ оставляетъ безъ учета.

Такое предположеніе равносильно допущенію въ уравненіи (1) этой главы

$$K_n = 0$$

допущеніе, выражающее равенство нулю эмеритальнаго капитала; но если пенсіи отсрочены на (n) лѣтъ, какъ полагаетъ Soulier, то K_n всегда больше нуля; слѣдовательно, допущеніе равенства нулю эмеритальнаго капитала противорѣчитъ допущенію какой-либо отсроченности пенсій.

При столь произвольномъ допущеніи ограничивающее условіе (c) исчезаетъ, такъ какъ при $K_n = 0$ должно быть только

$$r_n \leq \infty,$$

что, конечно, всегда имѣетъ мѣсто при какомъ угодно большомъ процентѣ отчисленія и выражаетъ допущеніе возможности произвольныхъ отчисленій на пенсіи.

Если бы не существовало эмеритальнаго тождества (1) на ряду съ тождествомъ пенсіоннымъ, (2), то конечно, одно послѣднее тождество не могло дать уравненія и опредѣлить размѣръ отчисленія на пенсіи, такъ какъ, при всякомъ процентѣ отчисленія на пенсіи, выраженіе (2), будучи тождествомъ, удовлетворяется. Легко видѣть, что уравненіе, опредѣляющее пенсіонный капиталъ, по методу Soulier не связано ни съ какимъ опредѣленнымъ размѣромъ отчисленія, и предположеніе этого послѣдняго равнымъ опредѣленной величинѣ есть простое недоразумѣніе: если мы повторимъ тѣ разсужденія Soulier, которыя приводятъ его къ уравненію,

$$V_{\omega-a} = \frac{R(y_{a+n+1} + \dots + y_{\omega}) - \omega(y_{a+1} + \dots + y_{a+n})}{t},$$

не задаваясь однако никакимъ опредѣленнымъ значеніемъ (ω), то придемъ къ тому же выраженію $V_{\omega-a}$, при всякомъ значеніи ω .

§ 5. Ошибочность разсужденій г. Малешевского и г. Савича.

Обычная теорія пенсіонныхъ кассъ, по г. Малешевскому и г. Савичу, а priori допускаетъ произвольность размѣра отчисленія на пенсіи, но въ то же время утверждаетъ безобидность операціи пенсіонирования, при всякомъ размѣрѣ отчисленія, но такое допущеніе есть также результатъ недоразумѣнія.

Теорію г. Малешевского мы излагать не будемъ: благодаря различнаго рода поправкамъ второстепеннаго значенія и множеству разныхъ значковъ, получаются вычурныя формулы для пожизненныхъ рентъ, подъ маскою которыхъ не сразу можно угадать простую пожизненную ренту, выведенную подъ видомъ пенсіи.

Г. Савичъ, хотя и сторонникъ отождествленія пенсій съ пожизненными рентами и послѣдователь г. Малешевского, но его формулировка отличается ясностью и простотою, а такъ какъ мы изслѣдуемъ основныя положенія, то отсутствіе въ простыхъ формулахъ г. Савича осложняющихъ ихъ поправочныхъ членовъ, благодаря которымъ пенсіи могутъ вычисляться съ астрономическою точностью, для насъ не важно.

Г. Савичъ на стр. 310 и 311 разсуждаетъ такъ: «пусть на счетъ лица, вступившаго въ кассу въ возрастѣ (x), зачисляются послѣдовательно, въ концѣ каждаго года участія его въ кассѣ суммы

$$a_1, a_2 \dots \dots \dots a_n$$

для обезпеченія ему пенсіи по выслугѣ (s) лѣтъ, уплачиваемой разѣ въ годъ, въ концѣ года.

«По условію суммы эти могутъ ежегодно измѣняться; поэтому удобнѣе разсчитывать обязательства, которыя касса можетъ принять на себя, отдѣльно по отношенію къ каждой суммѣ».

Отсюда, по мнѣнію г. Савича, слѣдуетъ, что «опредѣленіе правъ участника, соотвѣтствующихъ поступленіямъ $a_1, a_2, \dots, a_n$, равносильно исчисленію размѣровъ пенсій, соотвѣтствующихъ единовременнымъ нетто-преміямъ, равнымъ означеннымъ суммамъ и поступившимъ въ соотвѣтственные сроки».

Всѣ дальнѣйшія разсужденія—стр. 311—313—заключаютъ въ себѣ противорѣчіе: съ одной стороны, въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ предполагается, что пенсія отсрочена на (s) лѣтъ, а съ другой стороны допускается, что каждый взносъ даетъ право на полученіе немедленной пенсіи, соотвѣтствующей этому взносу.

Дѣйствительно, г. Савичъ на стр. 313 даетъ формулу (1)

$$\mathfrak{R}_n \frac{N_{x+n}}{D_{x+n}} = {}_n V,$$

произвольный множитель (a) , вводимый уставами нѣкоторыхъ кассъ для уменьшенія правъ участника на досрочную выдачу пенсій, мы опускаемъ, такъ какъ теоретическаго значенія онъ не имѣетъ.

Такъ какъ по Савичу—(стр. 312)

$${}_n V = \frac{\sum_{k=1}^{k=n} a_k D_{x+k}}{D_{x+n}}$$

то

$$\mathfrak{R}_n \frac{N_{x+n}}{D_{x+n}} = \frac{\sum_{k=1}^{k=n} a_k D_{x+k}}{D_{x+n}}$$

На основаніи слѣдующаго разсужденія можно вывести эту формулу:
1) Каждый взносъ a_k даетъ право на немедленную пенсію, т. е. на выдачу немедленной пожизненной ренты, такъ какъ обычныя пенсіонныя кассы не различаютъ пенсіи отъ пожизненной ренты. Поэтому, такъ какъ a_k соотвѣтствуетъ взносу лица въ возрастѣ $(x+k)$, то за этотъ взносъ онъ можетъ получить немедленную пожизненную ренту.

$$\frac{a_k D_{x+k}}{N_{x+k}}$$

2) Если лицо возраста $(x+k)$ не воспользуется (вѣроятность чего неизвестна) своимъ правомъ получить за взносъ a_k немедленную пожизненную ренту, то оно пріобрѣтаетъ за счетъ перваго платежа этой ренты, въ возрастѣ $x+k+1$ право на дополнительную пожизненную ренту.

$$\frac{a_k D_{x+k}}{N_{x+k}} \frac{D_{x+k+1}}{N_{x+k+1}},$$

что вмѣстѣ съ пріобрѣтеннымъ уже правомъ на пенсію взносомъ a_k составитъ

$$\frac{a_k D_{x+k}}{N_{x+k}} + \frac{a_k D_{x+k}}{N_{x+k}} \frac{D_{x+k+1}}{N_{x+k+1}} = \frac{a_k D_{x+k}}{N_{x+k}} \left(1 + \frac{D_{x+k+1}}{N_{x+k+1}} \right) =$$

$$\frac{a_k D_{x+k}}{D_{x+k}} \frac{N_{x+k}}{N_{x+k+1}} = \frac{a_k D_{x+k}}{N_{x+k+1}}$$

Легко доказать, что если и въ слѣдующихъ годахъ лицо, которое приобрѣло взносомъ a_k право на немедленную пожизненную ренту, не получаетъ этой ренты до возраста $(x+n)$, то онъ можетъ своею пенсіею приобрѣсть ежегодно возрастающее право на новую пенсію, которое къ возрасту $(x+n)$ опредѣлится величиною

$$\frac{a_k D_{x+k}}{N_{x+n+1}}$$

Точно такія же права дать лицу, дѣлающему ежегодные взносы на образованіе пенсій, каждый взносъ a_k cadaго года, а потому стоимость его правъ, если онъ за свои ежегодные взносы не пользовался немедленною пенсіею, которая ему слѣдовала за каждый изъ этихъ взносовъ, будетъ

$$\mathcal{R}'_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{a_k D_{x+k}}{N_{x+n+1}} = \frac{\sum_{k=1}^{k=n} a_k D_{x+k}}{N_{x+n+1}}$$

это выраженіе пенсіи совершенно тождественно съ выраженіемъ (2) г. Савича на стр. 311, но при допущеніи $s=n$; мы видимъ, что такое допущеніе необходимо, такъ какъ *лицо, дѣлающее единовременный взносъ на пенсію, можетъ въ любой моментъ воспользоваться своимъ правомъ, а слѣдовательно допущеніе $s>n$ противорѣчитъ этому праву.*

Если

$$a_k = \text{const.} = a$$

и если жалованье за всѣ годы остается неизмѣннымъ, то

$$a = r'_n \mathcal{H}_c$$

откуда $\mathcal{R}'_n$ или, при принятомъ нами обозначеніи, Π_n :

$$\Pi_n = \frac{r'_n \mathcal{H}_c \sum_{k=1}^{k=n} D_{x+k}}{N_{x+n+1}} = \frac{r'_n \mathcal{H}_c (N_{x+1} - N_{x+n+1})}{N_{x+n+1}},$$

поэтому

$$r'_n = \frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \cdot \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c}$$

т. е. *выраженіе процента отчисленія на пенсіи въ обычныхъ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ дѣйствительно равно проценту отчисленія неправильной тонтины.*

Такимъ образомъ, болѣе высокимъ процентомъ отчисленія въ этомъ случаѣ покупается право обращенія всѣхъ взносовъ участника въ немедленную пожизненную ренту. Однако, по существу такое право невозможно. Дѣйствительно вѣроятность того, что лицо, сдѣлавшее взносъ на пенсію не воспользуется правомъ немедленнаго полученія пенсіи, если его взносы признаются à priori дающими ему это право, нельзя опредѣлить ни при какихъ условіяхъ, такъ какъ эта вѣроятность связана съ личнымъ усмотрѣніемъ; но если мы не знаемъ вѣроятности будущихъ взносовъ на пенсію, то, ясно, не можемъ,

оцѣнить и современной стоимости этихъ взносовъ. Выведенная выше стоимость личныхъ взносовъ на пенсію предполагаетъ абсолютную вѣроятность того, что лицо, имѣющее право на немедленную пожизненную ренту, соответствующую всѣмъ его взносамъ, не воспользуется этимъ правомъ въ теченіе опредѣленнаго періода, но такое допущеніе заключаетъ въ себѣ отрицаніе того же права по существу, а потому или самое право фиктивно, или оцѣнка стоимости этого права произвольна; словомъ, вся постановка дѣла выдачи пенсій въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ основана на неразрѣшимомъ противорѣчій основныхъ положеній: права немедленнаго пользованія пенсією за всѣ причитающіеся взносы и отсрочки этого права на произвольное число лѣтъ.

«Резервъ или указанная уставомъ часть его могутъ быть выданы участнику при оставленіи участія въ кассѣ или единовременно, или въ видѣ пенсій». Такъ утверждаетъ г. Савичъ, но на практикѣ всѣ кассы отсрочиваютъ выдачу пенсій самое меньшее на 10 лѣтъ или вводятъ уставомъ право выдачи въ пенсію только часть резерва, слѣдовательно, на практикѣ никогда не признается права на немедленную пенсію, которая признается за участникомъ въ теоріи. Итакъ, право на полученіе за свои взносы немедленной пенсій, соответствующей этимъ взносамъ, въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ фиктивно и даетъ имъ только основаніе преувеличивать стоимость пенсій требованіемъ отчисленія на пенсіи въ размѣрѣ, превышающемъ нормальное отчисленіе.

§ 6. Собственные взносы до востребованія могутъ имѣть только денежный ростъ.

Легко понять, почему право на немедленные пенсіи не можетъ быть осуществлено ни при какомъ процентѣ отчисленія путемъ того расчета, который, дѣлаютъ обычныя пенсіонно-сберегательныя кассы. Если лицо имѣетъ право во всякое время взять всѣ свои взносы, то его взносы есть взносы до востребованія, на которые нельзя начислять другаго роста, кромѣ денежнаго, а потому одно предположеніе, что при желаніи, участникъ можетъ не воспользоваться своимъ правомъ на немедленную пенсію, настолько гадательно, что ни одно страховое учрежденіе не можетъ рискнуть на такую операцію; не рискуютъ на такую операцію и обычныя пенсіонно-сберегательныя кассы, которыя требуютъ съ участника за это фиктивное право большаго вычета на пенсію, но самое право признаютъ за нимъ только теоретически, на практикѣ же ограничиваютъ его всевозможными способами, къ числу которыхъ относится и введеніе по уставу особаго множителя, уменьшающаго это право, на который указываетъ г. Савичъ на стр. 313.

Коль скоро на взносы, которые обусловлены возможностью полученія ихъ по востребованію, можно начислять только денежный ростъ, то стоимость такихъ ежегодныхъ взносовъ въ размѣрѣ а руб-

лей по истечении n лѣтъ есть только

$$a C_{n+1},$$

а не

$$a \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_{x+n+1}},$$

какъ предполагаютъ пенсіонно-сберегательныя кассы. Поэтому и пенсія за (n) лѣтъ изъ такихъ взносовъ есть только

$$П_n \frac{N_{x+n+1}}{D_{x+n+1}} = a C_{n+1}$$

откуда процентъ отчисленія на эти пенсіи, при жалованіи, неизмѣняющемся съ годами, т. е. при условіи

$$a = r_n'' Ж_c$$

есть

$$r_n'' = \frac{a_{x+n+1}}{C_{n+1}} \cdot \frac{П_n}{Ж_c} \quad (5)$$

Но пенсіонно-сберегательныя кассы, какъ извѣстно, на собственные взносы, которые должны выдавать по востребованію, начисляютъ не только денежный ростъ, но и ростъ отъ смертности, т. е. полагаютъ, что за эти взносы можно выдавать пенсію въ размѣрѣ

$$П_n \frac{N_{x+n+1}}{D_{x+n+1}} = r_n' Ж_c \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_{x+n+1}}$$

Является естественный вопросъ: чѣмъ онѣ разсчитываютъ покрыть убытокъ по выдачѣ такихъ неправильныхъ пенсій за счетъ взносовъ до востребованія?

§ 7. Коллективный взносъ учрежденія есть вкупѣ за вновь вступающихъ.

Отвѣтъ на это найти не трудно: кромѣ собственныхъ взносовъ всякая пенсіонно-сберегательная касса получаетъ коллективный взносъ отъ учрежденія, который она только фиктивно распредѣляетъ по личнымъ счетамъ участника, но выдачу за счетъ этого взноса пенсій она отсрочиваетъ на извѣстное число лѣтъ. Стоимость этого коллективнаго взноса она оцѣниваетъ наравнѣ со стоимостью собственныхъ взносовъ, т. е. считаетъ, что этотъ взносъ долженъ дѣлаться учрежденіемъ безъ учета вѣроятнаго числа будущихъ пенсіонеровъ, и полагаетъ, что размѣръ этого взноса опредѣляется величиною

$$r_n' = \frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \cdot \frac{П_n}{Ж_c}$$

Легко показать, что оцѣнка отсроченнаго коллективнаго взноса пенсіонно-сберегательными кассами такъ же преуменьшена, какъ преувеличена, по доказанному, оцѣнка индивидуальныхъ взносовъ до востребованія.

Дѣйствительно, кассы разсматриваютъ коллективный взносъ учрежденія—А, какъ сумму, подлежащую распредѣленію немедленно по личнымъ счетамъ участниковъ, чѣмъ стоимость его обезцѣнивается

потому что при такой оцѣнкѣ, этотъ взносъ представляетъ стоимость временной пожизненной ренты на каждого участника, продолжающейся до выхода его на пенсію; учесть вѣроятность этого выхода нельзя, потому что такой учетъ противорѣчитъ распредѣленію всей суммы по личнымъ счетамъ, и распредѣленіе дѣлается, пропорціонально получаемому жалованію, въ опредѣленномъ, произвольномъ напередъ установленномъ процентѣ r'_n съ суммы жалованья участника кассы, а какъ извѣстно, временная пожизненная рента съ ежегоднымъ взносомъ $r'_n \mathcal{H}_c$ на каждого стоитъ черезъ $n+1$ лѣтъ

$$r'_n \mathcal{H}_c \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_{x+n+1}}$$

и, предполагается, что она должна дать удовлетворительную пенсію Π_n , т. е. r'_n должно быть равно

$$r'_n \mathcal{H}_c \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_{x+n+1}} = \Pi_n \frac{N_{x+n+1}}{D_{x+n+1}}$$

откуда

$$r'_n = \frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \cdot \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c}$$

Весь же размѣръ ежегоднаго коллективнаго отчисленія учрежденія на пенсіи A считается равнымъ

$$A = r'_n \mathcal{H}_c \sum_0^n \mathcal{N}_m = \frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \Pi_n \cdot \sum_0^n \mathcal{N}_m$$

Если же за (n) лѣтъ предполагается выдавать полную пенсію, т. е. $\Pi_n = \mathcal{H}_c$, то

$$A = \frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \cdot \mathcal{H}$$

и $\frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} = r'_n$, т. е. процентъ отчисленія на пенсіи, приравняется выведенному ранѣе для неправильной тонтинны.

Неправильность такой оцѣнки коллективнаго взноса на пенсію очевидна: дѣйствительно, вмѣсто невыгоднаго для учрежденія и выгоднаго для кассы предположенія, что взносы учрежденія составляютъ временную пожизненную ренту отдѣльныхъ участниковъ кассы, мы можемъ съ одинаковымъ правомъ, предположить, что тѣ же взносы составляютъ ежегодный единовременный вкупъ на пенсію только за вновь вступающихъ, число которыхъ, при абсолютной прочности службы, равно l_x .

Весь составъ служащихъ при абсолютной прочности службы — $\mathcal{N}$, гдѣ

$$\mathcal{N} = \sum_0^n l_{x+m},$$

если срокъ службы его опредѣленъ въ (n) лѣтъ.

Современная стоимость пенсiи Π_n , выдаваемой через (n) лѣтъ въ концѣ $(n+1)$ года

$$\Pi_n \frac{N_{x+n+1}}{D_x}$$

слѣдовательно, на всѣхъ l_x вновь вступающихъ надлежитъ вносить ежегодно вкупъ:

$$l_x \Pi_n \frac{N_{x+n+1}}{D_x} = A$$

такъ какъ величина этого вкупа должна быть равна ежегодному взносу учрежденiя на пенсiю— A ; съ другой стороны

$$A = r_n Ж = r_n Ж_c \sum_0^n l_{x+m}$$

откуда для процента отчисленiя r_n , при коллективныхъ взносахъ, найдемъ другое выраженiе значительно меньше требуемаго пенсiонно-сберегательными кассами:

$$\begin{aligned} r_n &= \frac{l_x}{\sum_0^n l_{x+m}} \cdot \frac{N_{x+n+1}}{D_x} \cdot \frac{\Pi_n}{Ж_c} = \\ &= \frac{l_x}{\sum_0^n l_{x+m}} \cdot \frac{D_{x+n+1}}{D_x} \cdot \frac{N_{x+n+1}}{D_{x+n+1}} \cdot \frac{\Pi_n}{Ж_c} = \\ &= \frac{l_{x+n+1}}{\sum_0^n l_{x+m}} v^{n+1} \cdot \frac{N_{x+n+1}}{D_{x+n+1}} \cdot \frac{\Pi_n}{m_c} = \\ &= {}_{n+1}p_x v^{n+1} \cdot \frac{a_{x+n+1}}{{}_nE_x} \cdot \frac{\Pi_n}{Ж_c} \end{aligned} \quad (6)$$

Мы видимъ, что въ это выраженiе r_n входятъ, такъ же какъ въ выраженiе r_n правильной тонтинь оба учетные множители ${}_{n+1}p_x$ и v^{n+1} , относящiеся къ учету вѣроятности дожитiя и денежному учету, но въ то время, какъ r_n правильной тонтинь выражаетъ стоимость пенсiй за одинъ только (n) срокъ службы, r_n въ данномъ случаѣ выражаетъ стоимость пенсiи, которая можетъ быть выдаваема за всѣ сроки службы, начиная со втораго года, но безъ права выдачи за счетъ этого отчисленiя вдовьихъ пенсiй.

Если выдача пенсiи отсрочена до (k) года службы, то къ этому сроку остается не службы только l_{x+k+1} изъ числа l_x вновь поступающихъ на службу, а потому, при коллективности взносовъ на пенсiю, нѣтъ надобности обезпечивать пенсiю каждаго вновь вступающаго, а достаточно обезпечить пенсiю только $\frac{l_{x+k+1}}{l_x}$ части всѣхъ l_x вновь

вступающихъ, что требуетъ и ежегоднаго отчисленiя $r_n^{(k)}$ во столько же разъ меньше, т. е. отчисленiе r_n надлежитъ уменьшить въ

$$\frac{l_{x+k+1}}{l_x} = {}_{k+1}p_x \text{ разъ и}$$

$$r_n^{(k)} = {}_{k+1}p_x v^{n+1} r_n$$

или

$$r_n^{(k)} = {}_{n+1}p_x \cdot {}_{n+1}p_x v^{n+1} \frac{a_{x+n+1}}{{}_nE_x} \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c} \quad (6')$$

§ 8. Убытокъ отъ преувеличенной оцѣнки собственныхъ взносовъ участниковъ покрывается пенсiонно-сберегательными кассами прибылью отъ неправильной оцѣнки коллективнаго взноса учрежденiя.

Убытокъ на индивидуальныхъ взносахъ, выдаваемыхъ по востребованiю, равенъ

$$r_n'' - r_n' = \left(\frac{a_{x+n+1}}{C_{n+1}} - \frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \right) \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c} \quad (d)$$

прибыль на коллективномъ взносовъ учрежденiя, равна:

$$r_n' - r = \left(\frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} - {}_{n+1}p_x v^{n+1} \frac{a_{x+n+1}}{{}_nE_x} \right) \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c} \quad (e)$$

Въ результатѣ можно-бы не имѣть ни прибыли, ни убытка, если-бы (n), т. е. срокъ выслуги полной пенсiи, былъ выбранъ такъ что

$$r_n'' - r_n' = r_n' - r_n$$

т. е. если

$$r_n' = \frac{r_n'' + r_n}{2}$$

откуда

$$r_n' = \frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \cdot \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c} = \frac{1}{2} \left(\frac{a_{x+n+1}}{C_{n+1}} + {}_{n+1}p_x v^{n+1} \frac{a_{x+n+1}}{{}_nE_x} \right) \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c} \quad (f)$$

Итакъ, пенсiонно-сберегательныя кассы, пользуясь неправильною тонтиной, дающей запасныя средства, пытаются покрыть убытки, отъ неправильнаго начисленiя процентовъ отъ смертности на собственные взносы, подлежащiе возврату по востребованiю и могущiе имѣть только денежный ростъ, прибылью, отъ неправильнаго распределенiя коллективнаго взноса, принадлежащаго только вновь вступающимъ, между всеми участниками кассы.

Въ личныхъ счетахъ долженъ бы вестись учетъ однихъ собственныхъ взносовъ, подлежащихъ возврату по востребованiю, съ начисленiемъ на эти взносы одного денежнаго роста, на который только и могутъ претендовать взносы до востребованiя. Изъ коллективнаго взноса должна бы выдѣляться, въ моментъ вывода на пенсiю, установленная доля, пропорциональная собственнымъ сбереженiямъ по расчету на одинъ рубль всей суммы сбереженiй. Такой именно порядокъ индивидуализацiй пенсiй принятъ въ Флорентiйскомъ муниципалитетѣ; въ этомъ направленiи предлагаетъ реформировать учетъ пенсiй Пенсiонный Комитетъ русскихъ казенныхъ желѣзныхъ дорогъ, убѣдившись на опытѣ въ безцѣльности и невыгодности распределенiя коллективнаго взноса по личнымъ счетамъ, но не отказываясь отъ начисленiя процентовъ

отъ смертности на собственные взносы; такая полумбра довольно рискована, потому что, при отказѣ отъ неправильнаго распределе- нія коллективнаго взноса, у пенсіонно-сберегательныхъ кассъ не оста- ется средствъ для той преувеличенной оцѣнки собственныхъ взно- совъ, которая связана съ начисленіемъ на нихъ процентовъ отъ смертности; надо думать, опытъ скоро убѣдитъ пенсіонныя кассы и въ этомъ, хотя быть можетъ онъ и будетъ стоить имъ не дешево.

Поэтому, для тѣхъ учрежденій, которыя индивидуализировали свои пенсіи и открыли для учета ихъ личные счета, недалеко то будущее, когда они на практикѣ убѣдятся въ невыгодности и безцѣльности рас- предѣленія коллективнаго взноса по личнымъ счетамъ и убыточности исчисленія процентовъ отъ смертности на собственные взносы, а за- тѣмъ, и въ невыгодности для цѣлей пенсіонированія всякой индивидуа- лизаціи взносовъ на пенсіи.

§ 9. ОТНОШЕНІЕ МЕЖДУ ПЕНСІЯМИ РАЗЛИЧНЫХЪ СРОКОВЪ СЛУЖБЫ.

Если за счетъ одного и того же отчисленія на пенсіи мы жела- емъ выдавать пенсіи за выслугу любого срока службы, то отношеніе между пенсіями должно удовлетворять условію постоянства процента отчисленія на пенсіи, при всякомъ значеніи аргумента (m) , гдѣ (m) есть срокъ службы.

Поэтому, должно имѣть мѣсто слѣдующее условіе:

для пенсіонно-сберегательныхъ кассъ $r'_m = \text{const.}$
 для пенсіи за счетъ однихъ собственныхъ
 взносовъ $r''_m = \text{const.}$
 для пенсіи за счетъ однихъ коллективныхъ
 взносовъ $r_m = \text{const.}$

Каковое условіе приводитъ къ слѣдующему соотношенію между пенсіями различныхъ сроковъ (m) и (n) :

для пенсіонно-сберегательныхъ кассъ:

$$\frac{\Pi'_m}{\Pi'_n} = \frac{\frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}}}{\frac{N_{x+m+1}}{N_{x+1} - N_{x+m+1}}} = \frac{r_n^0}{r_m^0} \dots \dots \dots (q') ;$$

для пенсіи за счетъ однихъ собственныхъ взносовъ:

$$\frac{\Pi''_m}{\Pi''_n} = \frac{a_{x+n+1} \cdot C_{m+1}}{a_{x+m+1} \cdot C_{n+1}} \dots \dots \dots (q'') ;$$

для пенсіи за счетъ однихъ коллективныхъ взносовъ:

$$\frac{\Pi_m}{\Pi_n} = \frac{{}_{n+1}p_x \cdot v^{n+1} \cdot a_{x+n+1}}{{}_{m+1}p_x \cdot v^{m+1} \cdot a_{x+m+1}} \dots \dots \dots (q) ,$$

гдѣ (m) можетъ получать различныя значенія: 1, 2, 3 . . . и т. д

Въ выраженіе r_n входитъ множитель $\frac{1}{|_n E_x}$, но этотъ множитель вошелъ въ выраженіе r_n въ связи со множителемъ $\frac{1}{\mathcal{H}_c}$ и $\frac{1}{|_n E_x} \cdot \frac{1}{\mathcal{H}_c} = l_x \cdot \frac{1}{\mathcal{H}}$, гдѣ $\mathcal{H} = \mathcal{H}_c \sum_0^n l_{x+m}$ есть жалованіе всѣхъ служащихъ даннаго состава величина постоянная и независящая отъ аргумента (m), поэтому, величина $\mathcal{H}$, а слѣдовательно, и связанная съ нею величины $|_n E_x$ и $\mathcal{H}_c$, при выводѣ отношенія между пенсіями различныхъ сроковъ службы, сокращаются и не могутъ входить въ это отношеніе.

Учетъ отсроченности пенсій, при коллективности взносовъ, не измѣняетъ отношенія между пенсіями различныхъ сроковъ, потому что условіе постоянства процента отчисленія на пенсіи въ этомъ случаѣ

$$r_m^{(\kappa)} = \text{const.}$$

равносильно условію постоянства r_m , такъ какъ $r_m^{(\kappa)}$ разнится отъ r_m постояннымъ множителемъ $_{\kappa+1} p_x$, независящимъ отъ аргумента (m)

§ 10. Условіе которому должны удовлетворять отношенія между пенсіями различныхъ сроковъ службы.

При допущеніи фактическаго распредѣленія взносовъ на пенсію по личнымъ счетамъ и при допущеніи обращенія этихъ взносовъ въ пожизненныя ренты, отношенія между пенсіями различныхъ сроковъ не могутъ быть произвольны и должны удовлетворять дополнительному условію, которое мы выведемъ.

Если β_m есть доля участника пенсіонной кассы на (m) году, то давая (m) различные значенія, отъ (0) до (m), получимъ послѣдовательный рядъ такихъ долей, для всего періода службы въ (m) лѣтъ, и легко найдемъ, что резервъ всѣхъ служащихъ ($m+1$) года V_m , вслѣдствіе денежнаго роста всѣхъ взносовъ на пенсію, сдѣланныхъ въ теченіе (m) лѣтъ службы, есть

$$V_m = \beta_0 \mathcal{N}_0 t^m + \beta_1 \mathcal{N}_1 t^{m+1} + \dots + \beta_m \mathcal{N}_m$$

Допуская обращеніе этого резерва въ пожизненную ренту Π_m на ($m+1$) году службы, найдемъ, что

$$\beta_0 \mathcal{N}_0 t^m + \beta_1 \mathcal{N}_1 t^{m-1} + \dots + \beta_m \mathcal{N}_m = \Pi_m \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}} \mathcal{N}_m \quad (a)$$

Введемъ предѣльную прочность службы, которая въ силу условія (d'') главы IV—§ 2 связана съ абсолютною прочностью, или вѣроятностью дожитія, и относительною прочностью службы соотношеніемъ

$$\frac{\mathcal{N}_m}{l_{x+m}} = |_m \rho' \quad (\beta),$$

при всякомъ значеніи (m).

Замѣняя $\mathcal{N}_m$ въ выраженіи (a) его значеніемъ изъ условія (β)

найдемъ

$$\beta_0 | 0 \rho' \cdot l_x t^m + \beta_1 | 1 \rho' l_{x+1} t^{m+1} + \dots + \beta_m | m \rho' l_{x+m} = \Pi_m \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}} \cdot | m \rho' l_{x+m}$$

Раздѣливъ обѣ части этого соотношенія на l_{x+m} , можемъ представить его въ такомъ видѣ:

$$\begin{aligned} & \beta_0 | 0 \rho' \frac{l_x}{l_{x+m} t^{-m}} + \beta_1 | 1 \rho' \cdot \frac{l_{x+1} t^{-1}}{l_{x+m} t^{-m}} + \dots \\ & + \beta_k | k \rho' \frac{l_{x+k} t^{-k}}{l_{x+m} t^{-m}} + \dots + \beta_m | m \rho' \frac{l_{x+m} t^{-m}}{l_{x+m} t^{-m}} = | m \rho' \Pi_m \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}} \end{aligned}$$

Общій членъ вида

$$\beta_k | k \rho' \frac{l_{x+k} t^{-k}}{l_{x+m} t^{-m}}$$

можетъ быть, по умноженіи на v^x числителя и знаменателя его и по замѣнѣ $t^{-k} = v^k$, при всякомъ значеніи (k), представленъ такъ

$$\beta_k | k \rho' \frac{D_{x+k}}{D_{x+m}}$$

такъ какъ

$$l_{x+k} v^{x+k} = D_{x+k}$$

по условію при всякомъ значеніи (k)

Примѣняя это же преобразование ко всякому члену первой части выводимаго нами соотношенія получимъ:

$$\begin{aligned} & \beta_0 | 0 \rho' \frac{D_x}{D_{x+m}} + \beta_1 | 1 \rho' \frac{D_{x+1}}{D_{x+m}} + \dots + \beta_k | k \rho' \frac{D_{x+k}}{D_{x+m}} + \dots \\ & + \beta_m | m \rho' \frac{D_{x+m}}{D_{x+m}} = | m \rho' \Pi_m \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}} \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (8)$$

Такъ какъ такое соотношеніе должно существовать на всякомъ году службы (m), при допущеніи обращенія пенсіоннаго резерва въ пожизненную ренту, то давая (m) всѣ возможные значенія отъ (0) до (n), получимъ рядъ такихъ условій числомъ ($n+1$), которыя позволяютъ выразить каждую долю служащаго на какомъ либо году службы β_m въ функціи новыхъ произвольныхъ постоянныхъ Π_m , т.е. ежегодныхъ пенсій на ($m+1$) году службы. Рѣшеніе ($n+1$) уравненій вида (γ) по отношенію къ $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$, для выраженія ихъ въ функціи $\Pi_0, \Pi_1, \dots, \Pi_n$, конечно, не представляетъ никакого труда и легко приводитъ къ слѣдующему общему выраженію для β_m , въ функціи пенсій двухъ послѣдовательныхъ сроковъ службы Π_{m-1} и Π_m .

$$\beta_m = \Pi_m a_{x+m} \left(1 - \frac{| m-1 \rho' \cdot D_{x+m+1} \cdot \Pi_{m+1} a_{x+m+1}}{| m \rho' \cdot D_{x+m} \cdot \Pi_m a_{x+m}} \right) \quad (6)$$

По даннымъ значеніямъ пенсій $\Pi_0, \Pi_1, \dots, \Pi_n$, въ функціи пенсій послѣдняго срока службы Π_n , возможно установить и долю каждаго служащаго на (m) году службы въ общемъ взносѣ на пенсію, или взносъ каждаго на (m) году службы — β_m .

Если снова отъ предѣльной прочности службы перейдемъ къ носительной, то, такъ какъ

$$\frac{_{|m-1}\rho'}{_{|m}\rho'} = \frac{\frac{\mathcal{N}_{m+1}}{l_{x+m+1}}}{\frac{\mathcal{N}_m}{l_{x+m}}} = \frac{\mathcal{N}_{m+1}}{\mathcal{N}_m} \cdot \frac{l_{x+m}}{l_{x+m+1}} = \frac{_{|m-1}\rho}{_{|m}\rho} \cdot \frac{l_{x+m}}{l_{x+m+1}},$$

будемъ имѣть

$$\frac{_{|m-1}\rho'}{_{|m}\rho'} \cdot \frac{D_{x+m-1}}{D_{x+m}} = \frac{_{|m-1}\rho}{_{|m}\rho} \cdot \frac{l_{x+m}}{l_{x+m-1}} \cdot \frac{l_{x+m-1}v^{x+m-1}}{l_{x+m}v^{x+m}} = \frac{_{|m-1}\rho}{_{|m}\rho} \cdot \frac{v^{m-1}}{v^m}$$

Откуда

$$\beta_m = \Pi_m a_{x+m} \left(1 - \frac{_{|m-1}\rho}{_{|m}\rho} \cdot \frac{v^{m-1}}{v^m} \cdot \frac{\Pi_{m-1} a_{x+m-1}}{\Pi_m a_{x+m}} \right) \quad (6')$$

Выраженіе доли каждаго на $(m+1)$ году службы — β_m зависитъ отъ отношенія пенсіи двухъ послѣдовательныхъ сроковъ и можетъ быть величиною положительною только при опредѣленномъ отношеніи этихъ пенсій; но β_m не могутъ получать отрицательныхъ значеній, а потому условіе, при которомъ β_m , при всякомъ значеніи (m) могутъ быть положительными выражается неравенствомъ

$$1 - \frac{_{|m-1}\rho}{_{|m}\rho} \cdot \frac{v^{m-1}}{v^m} \cdot \frac{\Pi_{m-1}}{\Pi_m} \cdot \frac{a_{x+m-1}}{a_{x+m}} \leq 0$$

откуда

$$\frac{\Pi_{m-1}}{\Pi_m} \leq \frac{_{|m}\rho \cdot v^m a_{x+m}}{_{|m-1}\rho \cdot v^{m-1} a_{x+m-1}} \quad (h)$$

Слѣдовательно, только въ томъ случаѣ, когда отношенія между пенсіями различныхъ сроковъ службы удовлетворяютъ ряду опредѣленныхъ неравенствъ, ограничивающихъ размѣръ досрочныхъ пенсій, можно быть увѣреннымъ въ томъ, что всѣ взносы на пенсію, или доли каждаго служащаго на всякомъ срокѣ службы, имѣютъ положительную величину.

Пенсіонно-сберегательныя кассы не предполагаютъ связи между взносами на пенсіи и самими пенсіями, допуская возможность обратнаго рѣшенія задачи, т. е. опредѣленіе размѣра пенсій по взносамъ путемъ послѣдовательнаго вычисленія резервовъ, какъ называютъ этотъ методъ.

Индивидуальнымъ резервомъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ называютъ величину $\Pi_m \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}}$, которую мы обозначимъ черезъ w_m , т. е. при всякомъ значеніи (m),

$$w_m = \Pi_m \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}} = \Pi_m a_{x+m}$$

и легко вывести, на основаніи соотношенія (δ'), слѣдующее выраженіе для послѣдовательнаго вычисленія резервовъ:

$$\beta_m w_m \left(1 - \frac{|m-1\rho}{|m\rho} \cdot \frac{v^{m-1}}{v^m} \cdot \frac{w_{m-1}}{w_m} \right)$$

откуда

$$w_m = \frac{|m-1\rho}{|m\rho} \cdot \frac{v^{m-1}}{v^m} w_{m-1} + \beta_m \quad (8)$$

При допущеніи же абсолютной прочности службы:

$$\frac{|m-1\rho}{|m\rho} = \frac{l_{x+m-1}}{l_{x+m}}$$

и потому

$$\frac{l_{x+m-1}}{l_{x+m}} \cdot \frac{v^{m-1}}{v^m} = \frac{D_{x+m-1}}{D_{x+m}},$$

откуда

$$w_m = \frac{D_{x+m-1}}{D_{x+m}} w_{m-1} + \beta_m \quad (8')$$

гдѣ $\frac{D_{x+m-1}}{D_{x+m}}$ есть не что иное, какъ тотъ множитель правъ, на который допускаютъ пенсіонно-сберегательныя кассы умноженіе индивидуальныхъ резервовъ, а формула ($8'$) есть та формула, которую даетъ г. Савичъ (С—стр. 312) для послѣдовательнаго вычисленія резервовъ.

Но формула ($8'$) послѣдовательнаго вычисленія резервовъ есть результатъ простаго преобразованія условія (δ'), которому должны удовлетворять взносы на пенсіи, а это условіе, какъ мы видѣли, приводитъ къ опредѣленному соотношенію между пенсіями послѣдовательныхъ сроковъ службы, между тѣмъ какъ формула ($8'$) не заключаетъ въ себѣ никакого ограничивающаго условія и какъ бы допускаетъ произвольные взносы на пенсіи; это только показываетъ, что обратный методъ вычисленія пенсіи путемъ послѣдовательнаго вычисленія резервовъ на пенсіи, при произвольныхъ взносахъ, менѣе удовлетворителенъ, чѣмъ прямой методъ вычисленія взносовъ на пенсію, а, слѣдовательно, и резервовъ по пенсіямъ, опредѣленнаго, напередъ установленнымъ для различныхъ сроковъ службы, размѣра. Неудовлетворительность обратнаго метода—вычисленія резервовъ, безъ установленія размѣра взноса на пенсіи, заключается въ томъ, что онъ можетъ приводить къ противорѣчію съ основнымъ допущеніемъ—непрерывности взносовъ на пенсію.

Дѣйствительно, при нѣкоторыхъ условіяхъ, когда отношеніе пенсій не удовлетворяетъ неравенству (h), взносъ на пенсію становится отрицательной величиной, поэтому вмѣсто дальнѣйшихъ взносовъ надлежитъ производить выдачу взносовъ, т. е. начинать пенсіонированіе съ опредѣленнаго, зависящаго отъ величины взносовъ, срока или прекращать съ этого срока дальнѣйшіе взносы на пенсіи, допуская ростъ пенсій только въ зависимости отъ одного денежнаго роста, на сдѣланные уже взносы.

Если, при выдачѣ пенсій, считаются съ дѣйствительнымъ измѣненіемъ состава, т. е. съ относительною прочностью его, то при допущеніи распредѣленія взносовъ по личнымъ счетамъ не могутъ встрѣчаться со случаями нарушенія неравенства (b'), потому что оно, при допущеніи пенсій, возрастающихъ съ годами службы, всегда имѣетъ мѣсто, каковъ бы ни былъ родъ этого возрастанія; но если, вмѣсто дѣйствительнаго измѣненія состава, предполагаютъ абсолютную прочность его, то, при томъ отношеніи между пенсіями, которое допускаютъ пенсіонно-сберегательныя кассы, должно выполняться условіе:

$$\frac{r_m^0}{r_{m+1}^0} \leq \frac{|_{m+1} \rho v^{m+1} a_{x+m+1}}{|_m \rho v^m a_{x+m}}$$

такъ какъ взносы и пеніи выдаются post, а не praenumeralando; откуда

$$\frac{N_{x+1} - N_{x+m}}{N_{x+1} - N_{x+m+1}} \cdot \frac{D_{x+m+1}}{D_{x+m}} \cdot \frac{a_{x+m+1}}{a_{x+m}} \leq \frac{|_{m+1} \rho v^{m+1} a_{x+m+1}}{|_m \rho v_m a_{x+m}}$$

или

$$\frac{N_{x+1} - N_{x+m}}{N_{x+1} - N_{x+m+1}} \cdot \frac{m+1 \rho_x}{m \rho_x} \leq \frac{|_{m+1} \rho}{|_m \rho} \dots \dots \dots (h')$$

такъ какъ первый множитель первой части очень близокъ къ единицѣ, а вѣроятность дожитія (p) вообще значительно меньше прочности службы (ρ), то всегда возможно, что при данной прочности службы это неравенство не удовлетворяется а, слѣдовательно, и отношенія между пенсіями различныхъ сроковъ службы пенсіонно-сберегательныхъ кассъ могутъ находиться въ постоянномъ несоотвѣтствіи съ размѣромъ взносовъ.

При допущеніи однихъ собственныхъ взносовъ, можетъ имѣть мѣсто то же несоотвѣтствіе, такъ какъ при абсолютной прочности службы отношеніе между пенсіями въ этомъ случаѣ должно удовлетворять условію:

$$\frac{C_{m+1}}{C_{m+2}} \leq \frac{|_{m+1} \rho v^{m+1}}{|_m \rho v^m} \dots \dots \dots (h'')$$

что еще менѣе возможно въ общемъ случаѣ, потому что при $i=0$, т. е. при отсутствіи денежнаго роста, оно приводитъ къ мало вѣроятному соотношенію,

$$\frac{m+1}{m+2} \leq \frac{|_{m+1} \rho}{|_m \rho}$$

Наконецъ, при коллективности взносовъ, получается условіе

$$\frac{m+1 \dot{P}_x}{m \dot{P}_x} \leq \frac{|m+1 \rho}{|m \rho} \quad (h)$$

противорѣчающее условію, имѣющему мѣсто въ дѣйствительности

$$\frac{m+1 \dot{P}_x}{m \dot{P}_x} > \frac{|m+1 \rho}{|m \rho}$$

Итакъ, пенсіонированіе, съ распредѣленіемъ взносовъ на пенсію по личнымъ счетамъ, несовмѣстимо съ допущеніемъ абсолютной прочности службы состава, вмѣсто дѣйствительной, потому что оно заключаетъ въ себѣ противорѣчіе, скрытое при томъ отношеніи между пенсіями, которое допускаютъ пенсіонно-сберегательныя кассы, достаточно явное, при выдачѣ пенсіи за счетъ собственныхъ взносовъ и неоспоримое, при выдачѣ пенсіи за счетъ коллективныхъ взносовъ.

Неравенство (h) можно разсматривать какъ условіе выражающее, что пенсіи различныхъ сроковъ должны быть учтены, въ трехъ отношеніяхъ: 1) въ отношеніи зависящемъ отъ вѣроятности дожитія

$$\frac{a_{x+m}}{a_{x+m-1}}, \quad 2) \text{ въ отношеніи дѣйствительной прочности службы со-}$$

$$\text{става } \frac{|m \rho}{|m-1 \rho} \text{ и } 3) \text{ въ отношеніи денежнаго роста } \frac{v^m}{v^{m-1}}; \text{ въ про-}$$

тивномъ случаѣ, при невыполненіи одного изъ этихъ учетовъ, мы не можемъ быть увѣрены въ безобидности пенсіонной операціи, т. е. можетъ имѣть мѣсто выдача неправильныхъ пенсій въ размѣрѣ меньшемъ, чѣмъ то слѣдуетъ за счетъ дѣлаемыхъ на пенсію взносовъ. Методъ послѣдовательнаго вычисленія резервовъ, который допускаютъ, для опредѣленія пенсіи, пенсіонно-сберегательныя кассы неправиленъ потому, что не способенъ обнаружить эту ошибку въ вычисленіи пенсіи, и потому что онъ совмѣстимъ съ произвольными взносами на пенсіи, тогда какъ эти взносы по существу должны быть ограничены.

§ 11. НЕОГРАНИЧЕННЫЙ РАЗМѢРЪ ПЕНСІЙ ПЕНСІОННО-СБЕРЕГАТЕЛЬНЫХЪ КАССЪ.

Преувеличенный размѣръ взносовъ на пенсіи, вызываемый допущеніемъ абсолютной прочности службы на ряду съ фактическимъ распредѣленіемъ этихъ взносовъ по личнымъ счетамъ участниковъ, позволяетъ пенсіонно-сберегательнымъ кассамъ допускать выдачу пенсій въ неограниченномъ размѣрѣ. Какъ ни рискованна операція пенсіонирования при допущеніи пенсій превышающихъ среднее жалованіе, пенсіонно-сберегательныя кассы вынуждены идти на такой рискъ, потому что его требуетъ признаніе части взносовъ на пенсіи собственностью участниковъ. Такъ какъ собственные взносы неправильно наращаются процентами, превышающими денежный ростъ, вслѣдствіе начисленія на нихъ процента отъ смертности, а коллективный взносъ учрежденія неправильно распредѣляется по личнымъ счетамъ всѣхъ

участниковъ, вмѣсто того, чтобы распредѣляться только по личнымъ счетамъ однихъ вновь вступающихъ, — то отсутствіе предѣльнаго размѣра для пенсій, позволяетъ обсмѣривать служащихъ и учрежденіе въ интересахъ наиболѣе обезпеченныхъ служащихъ и въ интересахъ самой кассы, потому что неправильное наращеніе процентовъ можетъ быть выгодно только для тѣхъ, которые обладаютъ большимъ капиталомъ въ кассѣ, т. е. для служащихъ съ наибольшими окладами; а неограниченное распредѣленіе взносовъ по личнымъ счетамъ, для образованія какихъ угодно пенсій, можетъ только способствовать накопленію запасныхъ средствъ у кассы, такъ какъ такихъ средствъ касса можетъ скопить, въ скрытомъ видѣ, тѣмъ болѣе, чѣмъ долѣе и чѣмъ на большемъ числѣ счетовъ допускается распредѣлять коллективный взносъ учрежденія. Такой порядокъ тѣмъ болѣе неправиленъ, что на коллективный взносъ, по доказанному, имѣютъ право только вновь вступающіе, которые всѣ, болѣе или менѣе, находятся въ одинаковыхъ условіяхъ; если же въ распредѣленіи взносовъ допускается участіе даже тѣхъ служащихъ, которые выслужили полную пенсію, то ясно, что они получаютъ большую часть всего коллективнаго взноса, благодаря своимъ наибольшимъ окладамъ, пропорціонально которымъ только и распредѣляется въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ взносъ учрежденія.

Мало того, учрежденіе, допускающее пенсіи, неограниченныя въ размѣрѣ, рискуетъ безцѣльно, но очень сильно на ликвидаціи ихъ, играя въ плохую игру, потому что рискъ пенсіонированія пропорціоналенъ размѣру пенсій. Едва ли можно считать актомъ благоразумія допущеніе пенсій, превышающихъ жалованіе, такъ какъ въ установленіи такихъ пенсій нѣтъ никакой необходимости, и сами служащіе не могутъ претендовать на пенсіи, превышающія среднее жалованіе за все время службы; тогда какъ пенсіонно-сберегательныя кассы допускаютъ пенсіи равныя восьми-кратному среднему окладу жалованія, забывая, что при ликвидаціи такихъ пенсій можно дорого поплатиться.

Итакъ, *отсутствіе предѣльнаго размѣра для полной пенсіи въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ есть актъ несправедливости по отношенію къ служащимъ низшимъ и неблагоразумный рискъ со стороны учреждений.*

§ 12. ОПРЕДѢЛЕНІЕ ВЕЛИЧИНЫ ВКУПА. Когда установлено соотношеніе между пенсіями различныхъ сроковъ службы (§ 9), тогда легко опредѣлить величину вкупа за старослужащихъ. Положимъ, что Π_m есть пенсія за (m) лѣтъ службы, резервъ на каждаго служащаго, если бы онъ на $(m+1)$ году, оставилъ службу:

$$\Pi_m \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}},$$

поэтому на всѣхъ служащихъ $\mathcal{N}_m$ требуется резервъ

$$\mathcal{N}_m \Pi_m \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}}$$

каковая величина и можетъ разсматриваться какъ вкупъ за старослужащихъ (m) срока службы, а весь вкупъ $\mathfrak{W}_n$ есть сумма подобныхъ членовъ для всѣхъ значеній аргумента (n) отъ $m=0$ до $m=n$, если предположить, что на (n) году всѣ служащіе считаются имѣющими право выйти на пенсію, по этому

$$\mathfrak{W}_n = \sum_0^n \mathfrak{L}_m \Pi_m \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}} \quad (7^0)$$

Когда извѣстно соотношеніе между пенсіями различныхъ сроковъ службы, то по этой формулѣ можетъ быть опредѣленъ и вкупъ.

При пенсіонированіи по способу пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, при выдачѣ пеній *post-* а не *prae-numerando*

$$\mathfrak{W}_n = \sum_0^n \mathfrak{L}_m \Pi_m \frac{N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}} ;$$

такъ какъ въ этомъ случаѣ

$$\Pi_m \frac{N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}} = r'_n \mathfrak{H}_c \frac{N_{x+1} - N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}}$$

при всякомъ (m), то

$$\mathfrak{W}'_n = r'_n \mathfrak{H}_c \sum_0^n \mathfrak{L}_m \frac{N_{x+1} - N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}} \quad (7')$$

Совершенно тождественное выраженіе получится, примѣняя формулу для вкупа въ тонтину, данную Малешевскимъ (М. Т. II ч. II, стр. 199—§ 104).

При абсолютной прочности службы $\mathfrak{L}_m$ соотвѣствуетъ l_{x+m+1} , а потому

$$\mathfrak{W}'_n = r'_n \mathfrak{H}_c l_x \sum_0^n {}_{m+1}p_x \frac{N_{x+1} - N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}}$$

а такъ какъ

$$\mathfrak{H}_c \sum_0^n l_{x+m} = \mathfrak{H},$$

гдѣ $\mathfrak{H}$ есть жалованье всѣхъ служащихъ, и

$$\frac{l_x}{\sum l_{x+m}} = {}_nE_x$$

то

$$\mathfrak{W}'_n = \frac{r'_n \mathfrak{H}}{{}_nE_x} \sum_0^n {}_{m+1}p_x \frac{N_{x+1} - N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}} \quad (7'')$$

Но пенсіонно-сберегательныя кассы при опредѣленіи процента отчисленія на пенсіи допускаютъ абсолютную прочность службы, при опредѣленіи же вкупа считаются съ дѣйствительнымъ составомъ служащихъ, т.е. процентъ отчисленія на пенсіи и вкупъ опредѣляютъ исходя изъ разныхъ основаній; надо полагать, что опредѣленіе вкупа

по дѣйствительному составу служащихъ дѣлается только потому, что ошибочность допущенія абсолютной прочности службы при опредѣленіи величины вкупѣ слишкомъ очевидна. Какъ увидимъ далѣе, на числовыхъ примѣрахъ, учетъ вкупѣ по наличному составу служащихъ позволяетъ пенсіонно-сберегательнымъ кассамъ требовать вкупѣ значительно меньшій, чѣмъ тотъ, который связанъ съ допущеніемъ абсолютной прочности службы, но такое пониженіе размѣра вкупѣ тѣсно связано также съ другимъ неправильнымъ допущеніемъ, которое дѣлаютъ пенсіонно-вспомогательныя кассы предполагая, что жалованье не измѣняется съ годами службы.

Если взносы на пенсію разсматривать, какъ собственные взносы, подлежащіе выдачѣ по востребованію и распредѣленію по личнымъ счетамъ всѣхъ участниковъ, то на основаніи формулы (7⁰) этого параграфа, пользуясь установленнымъ въ § 9 этой главы соотношеніемъ (q'') между пенсіями различныхъ сроковъ службы, при полной индивидуализаціи взносовъ, найдемъ величину вкупѣ за старослужащихъ при абсолютной прочности службы:

$$\begin{aligned} \mathfrak{W}_n'' &= l_x \sum_0^n {}_m p_{x+1} \Pi_m \frac{N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}} = \\ &= l_x \Pi_n \cdot \frac{N_{x+n+1}}{D_{x+n+1}} \sum_0^n {}_m p_{x+1} \frac{C_{m+1}}{C_{n+1}} = \\ &= \frac{l_x}{\sum_0^n l_{x+m}} \cdot \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c} \cdot \frac{a_{x+n+1}}{C_{n+1}} \mathcal{H}_c \sum_0^n l_{x+m} \sum_0^n {}_m p_{x+1} C_{m+1} = \\ &= r'' \frac{\mathcal{H}}{n | n E_x} \sum_0^n {}_m p_{x+1} C_{m+1} \dots \dots \dots (7'') \end{aligned}$$

Наконецъ, допуская взносы на пенсію исключительно коллективныя, т. е., безвозвратныя и представляющіе вкупѣ за всѣхъ вновь вступающихъ на службу, мы, пользуясь тою же основной формулой для опредѣленія вкупѣ (7⁰), которая дана въ этомъ параграфѣ и соотношеніемъ (q), между пенсіями различныхъ сроковъ службы, при коллективности взносовъ, даннымъ въ § 9 этой главы, опредѣлимъ вкупѣ за старослужащихъ, при допущеніи абсолютной прочности службы:

$$\begin{aligned} \mathfrak{W}_n &= l_x \sum_0^n {}_{m+1} p_x \Pi_m \frac{N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}} = l_{x.n+1} p_x v^{n+1} a_{x+n+1} \Pi_n \sum_0^n \frac{1}{v^{m+1}} = \\ &= l_{x.n+1} p_x v^{n+1} a_{x+n+1} \Pi_n \sum_0^n (1+i)^{m+1} = l_{x.n+1} p_x v^{n+1} \frac{a_{x+n+1}}{| n E_x} \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c} C_{n+1} \mathcal{H} \end{aligned}$$

гдѣ

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_c \sum_0^n l_{x+m}$$

т. е. выражение жалованія всѣхъ служащихъ.

На основаніи выраженія (6) процента отчисленія на пенсіи r_n вкупъ $\mathfrak{W}_n$ можно представить въ функціи— r_n :

$$\mathfrak{W}_n = r_n C_{n+1} \mathcal{K} \quad (7)$$

Если же выдача пенсіи отсрочена на (κ) лѣтъ, то, такъ какъ отношеніе между пенсіями, согласно со сдѣланнымъ въ § 9 замѣчаніемъ, не мѣняется, а потому и выраженіе вкупа $\mathfrak{W}_n^{(\kappa)}$ будетъ зависѣть не отъ $r_n^{(\kappa)}$, а отъ r_n , но сумма C_{n+1} должна быть замѣнена, суммою $C_{n-\kappa}$ т. е. должна быть взята между предѣлами отъ $(\kappa+1)$ до $(n+1)$ вмѣсто того, чтобы брать ее въ предѣлахъ отъ 0 до $(n+1)$, потому что пенсіи всѣхъ первыхъ сроковъ отъ 0 до (κ) включительно надо положить равными нулю.

Итакъ:

$$\mathfrak{W}_n^{(\kappa)} = r_n C_{n-\kappa} \mathcal{K} = \frac{C_{n-\kappa}}{C_{n+1}} \mathfrak{W}_n \dots \dots \dots (7-a)$$

Учестъ вкупъ, въ зависимости отъ числа пенсіонируемыхъ сроковъ, при допущеніи собственныхъ взносовъ, хотя бы таковыя взносы составляли часть всѣхъ взносовъ, какъ то допускаютъ пенсіонно-сберегательныя кассы, не представляется возможности, потому что собственные взносы требуютъ немедленнаго распредѣленія по личнымъ счетамъ всей суммы, которая должна обезпечивать пенсію участника, независимо отъ вѣроятности остаться на службѣ до срока назначеннаго для выслуги пенсіи, и всякая отсроченность, въ распредѣленіи взносовъ на пенсію по личнымъ счетамъ участниковъ, противорѣчитъ понятію о собственности взносовъ и можетъ быть учтена только при коллективности всѣхъ взносовъ.

§ 13. Пенсіонированіе посредствомъ единовременнаго вкупа при какой либо прочности службы и связь его съ эмеритальнымъ способомъ пенсіонированія.

Выраженіе (6), выведенное въ § 7 этой главы для процента отчисленія на пенсіи (n) срока и представляющее стоимость ежегоднаго вкупа всѣхъ вновь вступающихъ по отношенію къ стоимости содержанія всѣхъ служащихъ, тождественно съ процентомъ отчисленія на пенсіи эмеритальныя при оплатѣ пенсіями одного (n) срока.

Разсуждая такъ же, какъ въ § 7, но по отношенію къ составу какой угодно прочности службы, мы легко найдемъ, что отношеніе ежегоднаго отчисленія на пенсіи, рассматриваемое какъ вкупъ за однихъ вновь вступающихъ на пенсію одного (n) срока, къ жалованію требуетъ отчисленія r_n , причемъ

$$r_n = \lambda | n \rho v^n a_{x+n} \frac{\Pi_n}{\mathcal{K}_c} \quad (6'')$$

при выдачѣ пенсій и при производствѣ взносовъ prae-numerando.

Это выраженіе, при абсолютной прочности службы, легко при-

водится къ выраженію (6), если допустить взносы на пенсію и выдачу пенсій *post-numerando*.

Но это же выраженіе совершенно тождественно съ выраженіемъ процента отчисленія эмеритальныхъ пенсій, выведеннымъ въ предположеніи выдачи немедленно пенсіи, безъ вкупа, всѣмъ прослужившимъ (n) лѣтъ.

Мы видимъ, что *единовременный вкупъ за всѣхъ вновь вступающихъ на пенсію, отсроченную на (n) лѣтъ, стоитъ то же, что уплата немедленной пенсіи, безъ всякаго вкупа, тому числу пенсионеровъ, которое можетъ выйти черезъ (n) лѣтъ изъ даннаго числа вновь вступающихъ.*

Если дѣлается единовременный вкупъ на каждого вновь вступающаго и въ составѣ нѣтъ старослужащихъ, то выдача пенсій обезпечена для всѣхъ сроковъ службы въ томъ размѣрѣ, который опредѣляется ростомъ вкупа съ каждымъ годомъ службы, вслѣдствіе денежнаго роста и распределенія вкупной суммы между меньшимъ числомъ остающихся, вслѣдствіе выбытія служащихъ. Отношеніе досрочныхъ пенсій (m) срока въ данномъ случаѣ равно отношенію между стоимостью вкупа на (m) срокъ и стоимостью вкупа на (n) срокъ, т. е.

$$\frac{\Pi_m}{\Pi_n} = \frac{|_n \rho v^n a_{x+n}}{|_m \rho v^m a_{x+m}}$$

совершенно одинаковое съ отношеніемъ пенсій различныхъ сроковъ, при пенсионированіи по эмеритальному способу.

Если же въ составѣ есть старослуженіе, то необходимъ вкупъ, величина котораго, при какой либо прочности службы, легко опредѣлить по формулѣ (7⁰); при данномъ выше отношеніи между пенсіями предполагая выдачу послѣднихъ *proae* а не *post-numerando*, найдемъ:

$$\begin{aligned} \mathfrak{W}_n &= \mathfrak{N}_0 \sum_0^n |_m \rho \Pi_m \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}} = \mathfrak{N}_0 |_n \rho v^n a_{x+n} \sum_0^n \frac{1}{v^m} = \\ &= \mathfrak{N}_0 |_n \rho v^n a_{x+n} \Pi_n \sum_0^n (1+i)^m = \lambda |_n \rho v^n a_{x+n} \frac{\Pi_n}{\mathfrak{N}_c} C_n \mathcal{K}, \end{aligned}$$

гдѣ

$$\mathcal{K} = \mathfrak{N}_c \sum_0^n \mathfrak{N}_m$$

т. е. выраженіе жалованія всѣхъ служащихъ даннаго состава, при данной прочности службы.

На основаніи выраженія r_n , т. е. процента отчисленія на пенсіи, при какой либо прочности службы, даннаго выше формулою (6'') можно выразить $\mathfrak{W}_n$ въ функціи r_n :

$$\mathfrak{W}_n = r_n C_n \mathcal{K}$$

который по виду ничѣмъ ни отличается отъ выраженія вкупа при абсолютной прочности службы, только при суммѣ C указателемъ служить (n) , а не $(n+1)$, вслѣдствіе учета пенсіи *proae* а не *post-numerando*

и значение r_n есть то значение, которое имѣетъ процентъ отчисленія на пенсіи, при какой нибудь, а не абсолютной прочности службы.

Если учесть отсроченность пенсіи, т. е. предположимъ, что выдача пенсіи начинается со срока (k) , то вкупъ будетъ

$$\mathfrak{W}_n = r_n C_{n-k} K$$

причемъ сумма C берется отъ (k) до (n) , тогда какъ при выдачѣ пенсіи *post-numerando* она должна быть взята отъ $(k+1)$ до $(n+1)$. Вывести послѣднюю формулу для вкупа легко, на основаніи тѣхъ же соображеній, которыя были изложены въ § 12, при выводѣ вкупа отсроченныхъ пенсій, при абсолютной прочности службы.

Но между пенсіонированіемъ вкупомъ каждой группы вновь вступающихъ на службу и эмеритальнымъ способомъ пенсіонированія есть существенное, хотя и чисто учетное различіе: *разсматривая данное отчисленіе r_n на пенсіи, какъ вкупъ за вновь вступающихъ, мы не можемъ выдавать пенсіи за счетъ этого отчисленія никому изъ старослужащихъ, а должны сдѣлать за нихъ вкупъ.* Совершенно обратное имѣетъ мѣсто при эмеритальномъ способѣ пенсіонированія, который предполагаетъ, что r_n есть отчисленіе, для немедленной выдачи пенсій выслужившимъ (n) срокъ службы, т. е. старослужащимъ (n) срока, а не вкупъ за вновь вступающихъ, для выдачи послѣднимъ пенсіи на (n) году службы. Въ этомъ случаѣ, *за счетъ отчисленія на пенсіи r_n на немедленную пенсію служащимъ (n) срока мы не можемъ выдавать досрочныхъ пенсій, а должны, предполагая досрочную выдачу пенсій, сдѣлать дополнительное отчисленіе на пенсіи, въ размѣрѣ предполагаемаго досрочнаго выхода на пенсію всѣхъ служащихъ данного состава, но за то не обязаны дѣлать какой-либо вкупъ старослужащихъ.*

Итакъ, одно и то же отчисленіе

$$r_n = \lambda | n \rho v^n a_{x+n} \frac{\Pi_n}{\mathfrak{H}_c},$$

можно разсматривать, какъ единовременный взносъ за всѣхъ вновь вступающихъ $\mathfrak{N}_0$, въ составъ данной прочности службы, и тогда для пенсіонированія старослужащихъ необходимо сдѣлать вкупъ, равный $\mathfrak{W}_n$, гдѣ

$$\mathfrak{W}_n = r_n C_n K$$

Но можно разсматривать r_n , какъ отчисленіе на образованіе пенсіонныхъ резервовъ всѣхъ выходящихъ на пенсію (n) срока — $\mathfrak{N}_n$ изъ состава данной прочности службы, тогда вкупъ не требуется, но необходимо увеличить ежегодное отчисленіе r_n на пенсіи до величины

$$r = r_n \sum_0^n \chi_{m+1},$$

при чемъ, $\chi_{n+1} = 1$, если учетъ службы на пенсію прекращается съ произвольнаго срока (n) .

Слѣдовательно, вкупъ за старослужащихъ возможенъ, но не необхо-

димъ, и его всегда можно замѣнить увеличеніемъ ежегоднаго отчисленія на пенсіи.

§ 14. Процентъ отчисленія на пенсіи въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ, при измѣненіи жалованья съ годами службы.

Теперь изслѣдуемъ вліяніе роста жалованья на операции пенсіонно-сберегательныхъ кассъ.

Возьмемъ выведенную въ § 5 этой главы формулу для пенсій

$$\mathfrak{A}'_n = \frac{\sum_{k=1}^{n+1} a_k D_{x+k}}{N_{x+n+1}}$$

Пенсіонно-сберегательныя кассы полагаютъ, что это выраженіе опредѣляетъ пенсіи какъ для коллективныхъ, такъ и для собственныхъ взносовъ.

Допустимъ вмѣсто обыкновеннаго денежнаго учета учетъ пенсій изъ того же процента, каковъ ростъ жалованья, и предположимъ, что ростъ жалованья совершается по закону геометрической прогрессіи, при чемъ процентъ роста жалованья есть (j), замѣнимъ $\mathfrak{A}'_n$ принятымъ нами обозначеніемъ Π_n и положимъ, что отчисленіе на пенсіи равно r_n .

При допущеніи геометрическаго роста средняго жалованья съ годами службы:

$$ж_k = ж_0 (1+j)^k$$

при всякомъ (k) отъ (0) до (n).

Поэтому

$$a_k = r_n ж_k = r_n ж_0 (1+j)^k$$

слѣдовательно

$$\Pi_n = \frac{\sum_1^n r_n ж_0 (1+j)^k D_{x+k}}{N_{x+n+1}}$$

Но

$$D_{x+k} = l_{x+k} v^{x+k} = l_{x+k} \frac{1}{(1+j)^{x+k}}$$

поэтому

$$\begin{aligned} \Pi_n &= \frac{\sum_1^n r_n ж_0 l_{x+k} v^x}{N_{x+n+1}} = \\ &= \frac{r_n ж_0 v^x \sum_1^n l_{x+k}}{N_{x+n+1}} = \frac{r_n ж_0 l_{x+1} v^x \mid_n E_{x+1}}{N_{x+n+1}} = \\ &= \frac{r_n ж_0 l_{x+1} v^x l_{x+n+1} v^{n+1} \mid_n E_{x+1}}{l_{x+n+1} v^{n+1} N_{x+n+1}} = \\ &= \frac{r_n ж_0 D_{x+n+1} \mid_n E_{x+1}}{n p_{x+1} v^{n+1} N_{x+n+1}} \end{aligned}$$

откуда

$$r_n = {}_n p_{x+1} v^{n+1} \frac{a_{x+n+1}}{{}_n E_{x+1}} \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_0} \quad (8)$$

Если пренебречь незначительною разницею между ${}_n p_{x+1}$ и ${}_{n+1} p_x$, ${}_n E_{x+1}$ и ${}_n E_x$ въ выраженіи r_n , данномъ формулою (8) и r_n , данномъ формулою (6), то существенное различіе этихъ выраженій заключается въ томъ, что r_n зависитъ отъ отношенія $\frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_0}$, т. е. отъ отношенія полной пенсіи къ начальному жалованью, тогда какъ отношеніе r_n зависитъ отъ отношенія $\frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c}$, т. е. отношенія полной пенсіи къ среднему жалованью.

§ 15. Различіе между преміей пенсіонирования и процентомъ отчисленія на пенсіи.

Опредѣлимъ ожидаемое жалованье для каждаго служащаго, допускающаго ростъ жалованья съ годами службы, равный (j) при какой-нибудь прочности службы. Вѣроятность получить жалованье $\mathcal{H}_m$ на (m) году службы опредѣляется: 1) вѣроятностью обновленія состава— λ , 2) вѣроятностью дослужить до (m) срока службы— ${}_m p$; поэтому, математическое ожиданіе жалованья $\mathcal{H}_m$ на (m) году службы равно

$$\lambda {}_m p \mathcal{H}_m,$$

а принимая его современную стоимость, мы должны учсть его въ отношеніи денежнаго роста за (m) лѣтъ, т. е. помножить эту величину на v^m , такъ что математическое ожиданіе жалованья на ($m+1$) году есть

$$\lambda {}_m p v^m \mathcal{H}_m$$

Математическое ожиданіе жалованья за весь періодъ службы въ (n) лѣтъ есть сумма математическаго ожиданія жалованья для каждаго года, т. е.

$$\overline{\mathcal{H}} = \lambda \sum_0^n {}_m p v^m \mathcal{H}_m \quad (i)$$

Если денежный ростъ предполагается равнымъ росту жалованья, а послѣднее предполагается возрастающимъ съ годами службы прогрессивно, то

$$\mathcal{H}_m = \mathcal{H}_0 (1+j)^m = \frac{\mathcal{H}_0}{v^m},$$

а потому

$$\overline{\mathcal{H}} = \lambda \sum_0^n {}_m p \mathcal{H}_0 = \mathcal{H}_0 \lambda \sum_0^n {}_m p,$$

но

$$\sum_0^n {}_m p = \frac{\sum_0^n \partial \mathcal{L}_m}{\partial \mathcal{L}_0} = \frac{1}{\lambda}$$

откуда

$$\overline{ж} = ж_0 \quad (i'),$$

при всякой прочности службы.

Слѣдовательно, *при денежномъ ростѣ, равномъ росту жалованья и при прогрессивномъ ростѣ послѣдняго съ годами службы, математическое ожиданіе жалованья равно начальному жалованью, какова бы ни была прочность службы.*

Еслибы при выводѣ формулы (6) мы имѣли основаніе предполагать, что величина жалованья всѣхъ служащихъ зависитъ отъ вѣроятности службы отдѣльныхъ лицъ, мы не могли бы, опредѣляя отношеніе вкупѣ ко всему жалованью, принимать жалованье всѣхъ равнымъ

$$Ж = ж_с \sum_0^n \mathcal{N}_m$$

а должны были бы вмѣсто $ж_с$ взять въ этомъ выраженіи математическое ожиданіе жалованья для каждаго, каковое, по доказанному, равно только начальному жалованью $ж_0$, а потому отношеніе вкупѣ за всѣхъ служащихъ къ жалованью всѣхъ дало бы не γ_n , а Γ_n , отличающееся величиною $ж_0$ на мѣстѣ $ж_с$.

Въ отличіе отъ *процента отчисленія на пенсіи*, вычисляемаго всегда въ предположеніи постоянства коллективнаго оклада при установившемся штатѣ, мы величину Γ_n , вычисляемую въ предположеніи связи окладовъ съ вѣроятностью службы каждаго отдѣльнаго служащаго, назовемъ *премією по страхованію пенсій*.

§ 16. ОТОЖЕСТВЛЕНІЕ ПРЕМІИ ПЕНСИОНИРОВАНИЯ СЪ ПРОЦЕНТОМЪ ОТЧИСЛЕНІЯ НА ПЕНСИИ ВЪ ПЕНСИОННО-СБЕРЕГАТЕЛЬНЫХЪ КАССАХЪ.

Пенсионно-сберегательныя кассы находятъ возможнымъ, какъ мы видѣли, оцѣнивать взносы на пенсію по формулѣ (8), предполагая что размѣръ поступленій на пенсію связанъ съ жалованіемъ отдѣльныхъ лицъ, а не съ коллективнымъ жалованіемъ величина котораго постоянная т. е. *пенсионно сберегательныя кассы неправильно допускаютъ, что жалованіе есть во всей суммѣ и всегда лично-присвоенное, а не штатное содержаніе служащихъ.* Для такого допущенія можно было бы еще найти оправданіе, если бы всѣ вакансіи даннаго штата оставались долгое время безъ замѣщенія; но если исключить штатъ самыхъ низшихъ служащихъ, главнымъ образомъ, рабочихъ, колебанія въ штатѣ, вслѣдствіе вакансій, на столько ничтожны, что допущеніе учета этихъ колебаній можно считать только предлогомъ, пользуясь которымъ пенсионно-сберегательныя кассы обезцѣниваютъ взносы на пенсіи.

Даже для штата рабочихъ учетъ стоимости отчисленій все же нельзя было бы допускать въ связи съ вѣроятностью полученія жалованья отдѣльными лицами, и возможные колебанія въ штатѣ, какъ бы мало постоянненъ штатъ ни былъ, надлежало бы учесть путемъ установленія, на основаніи наблюденій, средняго штата.

Въ одномъ только случаѣ возможно было бы разсматривать отношеніе расхода на пенсію по отношенію къ вѣроятному, а не штатному окладу жалованья, еслибы каждое жалованье было собственностью получающаго, и окладъ подлежалъ бы исключенію изъ штата вмѣстѣ съ уходомъ служащаго, но, какъ извѣстно, на дѣлѣ нѣтъ ничего подобнаго: служащій уходитъ, но окладъ его жалованья и послѣ ухода остается въ распоряженіи учрежденія.

Едва-ли также какое-либо учрежденіе стало-бы возражать противъ учета его коллективныхъ взносовъ на пенсію по штатному окладу содержанія служащихъ, а не по суммѣ выданнаго жалованья, потому что разница между тѣмъ и другимъ учетомъ не существенна, и гораздо выгоднѣе давъ обязательство производить отчисленія на пенсіи съ полного штатнаго содержанія служащихъ, отнять у пенсіонныхъ кассъ предлогъ уменьшать стоимость коллективнаго взноса учрежденія такимъ не выдерживающимъ никакой критики предположеніемъ, каково допущеніе связи между этимъ коллективнымъ взносомъ и вѣроятнымъ жалованіемъ отдѣльныхъ лицъ. Учрежденіе за фиктивную вакантность въ своемъ штатѣ переплачиваетъ въ пользу пенсіонно-сберегательныхъ кассъ значительную сумму, такъ какъ предположеніе такой вакантности ведетъ къ обязательству платить за пенсіи премію r_n вмѣсто процента отчисленія изъ жалованія r_n , а r_n больше r_n во столько разъ, во сколько среднее жалованье больше начальнаго жалованья, т. е.

$$\frac{r_n}{r_n} = \frac{Ж_с}{Ж_0}$$

Итакъ, пенсіонно-сберегательныя кассы, вслѣдствіе неправильнаго допущенія связи взносовъ учрежденія на пенсію съ вѣроятнымъ жалованьемъ отдѣльныхъ служащихъ, требуютъ съ учрежденія отчисленія во столько разъ большаго, во сколько среднее жалованье учрежденія больше начальнаго.

§ 17. Стоимость пенсій за счетъ однихъ собственныхъ взносовъ, при прогрессивномъ ростѣ жалованья съ годами службы.

Но оцѣнивая низко коллективный взносъ учрежденія и получая на этихъ взносахъ прибыль, пенсіонно-сберегательныя кассы находятъ возможнымъ цѣнить собственные взносы выше дѣйствительной стоимости, и, не смотря на то, что эти взносы должны быть выдаваемы по востребованію, платить по нимъ не только денежный ростъ, но и ростъ отъ смертности, на который эти взносы не имѣютъ никакого права.

При прогрессивномъ ростѣ жалованья съ годами службы и при допущеніи равенства роста жалованья росту денежному, мы должны считать, что процентъ отчисленія на пенсіи изъ собственныхъ сбереженій, если не допускать иного начисленія на эти сбереженія, кромѣ сложныхъ процентовъ денежнаго роста, на каковой только ростъ мо-

гуть рассчитывать эти сбереженія, можно опредѣлить изъ условія, чтобы пенсія черезъ (n) лѣтъ изъ этихъ взносовъ была равна опредѣленной величинѣ Π_n .

Положимъ, что отчисленіе на эти пенсіи есть r'' , тогда взносъ, сдѣланный на (m) году службы, когда жалованье

$$\mathcal{H}_m = \mathcal{H}_0 (1+i)^m,$$

равенъ

$$r''_n \mathcal{H}_m = r \mathcal{H}_0 (1+j)^m,$$

а къ концу службы, т. е. на $(n+1)$ года, онъ вслѣдствіе денежнаго роста обратится въ

$$r_n \mathcal{H}_0 (1+j)^m (1+i)^{n-m+1} = r''_n \mathcal{H}_0 (1+j)^{n+1} = r''_n \mathcal{H}_{n+1},$$

такъ какъ по положенію

$$i=j$$

слѣдовательно, при допущеніи роста жалованья равнаго денежному росту, всякій взносъ на пенсію, на какомъ бы году службы онъ ни былъ сдѣланъ, стоитъ одно и то же и равенъ постоянной величинѣ — проценту отчисленія съ послѣдняго оклада.

Поэтому за (n) лѣтъ всей службы, къ концу $(n+1)$ года, образуется изъ собственныхъ сбереженій капиталъ:

$$r''_n \mathcal{H}_{n+1} (n+1)$$

который и долженъ дать предположенную пенсію Π_n , т. е.

$$r''_n \mathcal{H}_{n+1} (n+1) = \Pi_n \frac{N_{x+n+1}}{D_{x+n+1}}$$

откуда

$$r''_n = \frac{a_{x+n+1}}{n+1} \cdot \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_{n+1}} = \frac{a_{x+n+1}}{n+1} \cdot \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_0 (1+i)^{n+1}} = \frac{a_{x+n+1}}{n+1} v^{n+1} \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_0} \quad (9)$$

Замѣтимъ, что, безъ большой погрѣшности, величину $n+1$ можно замѣнить величиною ${}_n E_{x+1}$, для первыхъ 30-ти лѣтъ службы, а потому

$$r''_n = \frac{a_{x+n+1}}{{}_n E_{x+1}} v^{n+1} \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_0} \quad (9')$$

Мы видѣли, что коллективные взносы на пенсію должны быть меньше, чѣмъ взносы, требуемые пенсіонно-сберегательными кассами, совершенно обратное имѣетъ мѣсто по отношенію къ собственнымъ взносамъ, при допущеніи которыхъ надлежало бы требовать больше, чѣмъ требуютъ пенсіонныя кассы, потому что стоимость пенсій за счетъ собственныхъ взносовъ, при прогрессивномъ ростѣ жалованья, равномъ денежному росту, оцѣнивается величиною r''_n , которая больше r_n — процента отчисленія требуемаго пенсіонно-сберегательными кассами. Дѣйствительно, отношеніе между ними

$$\frac{r_n}{r''_n} = np + \quad (e)$$

гдѣ ${}_n p_{n+1}$ всегда правильная дробь.

Слѣдовательно, пенсіонно-сберегательныя кассы, неправильно насчитывающія проценты отъ смертности на собственные сбереженія, подлежащія возврату по востребованію, несутъ по выдачѣ пенсій за счетъ сбереженій убытокъ, потому что эти пенсіи стоятъ самой кассѣ во столько разъ дороже, во сколько единица больше вѣроятности дожитія до полной пенсіи.

§ 18. Преимущество коллективныхъ (безвозвратныхъ) взносовъ передъ собственными взносами, при пенсіонированіи.

Казалось бы, что пенсіонныя кассы, берущія съ учрежденія больше, а со служащихъ меньше и тѣмъ уменьшающія участіе служащихъ во взносахъ на пенсію, дѣйствуютъ, во всякомъ случаѣ, въ интересахъ служащихъ. Но такое заключеніе есть слѣдствіе той иллюзіи, которая создается признаніемъ фиктивного различія между собственными взносами служащаго и взносами учрежденія. Въ дѣйствительности же, все дѣло сводится только къ тому безспорному положенію, что коллективные взносы на пенсію всегда выгоднѣе индивидуальныхъ, такъ какъ коллективный взносъ на пенсію, дающій одну и ту же пенсію, какую могутъ дать собственные взносы, меньше собственныхъ взносовъ во столько разъ, во сколько r_n меньше r_n'' , но

$$\frac{r_n}{r_n''} = {}_n p_{n+1} \frac{ж_0}{ж_с} \quad (m),$$

что въ числовыхъ величинахъ даетъ всегда не менѣе $1/2$, т. е. можно считать, что за призрачное различіе между собственными взносами служащихъ и взносами учрежденія приходится платиться реальнымъ увеличеніемъ расхода на пенсію почти вдвое противъ того, который былъ бы достаточенъ при допущеніи однихъ безвозвратныхъ взносовъ на пенсію.

Выводы относительно вліянія роста жалованья при пенсіонированіи сдѣланы въ предположеніи равенства роста денежнаго росту жалованья. Теоретически такое допущеніе, при произвольности денежнаго роста, всегда возможно, пока денежный ростъ можетъ считаться не меньше роста жалованья. Конечно, на практикѣ денежный ростъ и ростъ жалованья могутъ и не быть равными, и теоретическое уравненіе ихъ, вообще говоря, возможное, должно разсматриваться, какъ особый методъ изслѣдованія вліянія роста жалованья при пенсіонированіи. При отсутствіи допущенія равенства роста жалованья росту денежному, намъ только труднѣе учесть это вліяніе и представить въ такой осязательной и простой формѣ; но, тѣмъ не менѣе, при какомъ-либо иномъ соотношеніи между ростомъ жалованья и ростомъ денежнымъ, чѣмъ равенство, мы можемъ считать, что вліяніе дѣйствительнаго измѣненія жалованья съ годами службы заключается въ тѣхъ предѣлахъ, которые опредѣляются двумя крайними предположеніями: полнымъ отсутствіемъ роста жалованья съ годами службы и прогрес-

сивнымъ ростомъ жалованья, равномъ денежному росту, такъ какъ на основаніи наблюденія можно считать, что ростъ жалованья, превышающій денежный ростъ, не имѣетъ мѣста въ дѣствительности.

§ 19. Вліяніе прочности службы и отсроченности пенсій, при ростѣ жалованья съ годами службы.

Разсматривая одну половину взносовъ на пенсіи, какъ подлежащую возврату по востребованію, а другую половину, какъ временную пожизненную ренту, а не единовременный взносъ на пенсіи, словомъ, допуская распредѣленіе взносовъ на пенсіи по личнымъ счетамъ всѣхъ служащихъ, а не однихъ вновь вступающихъ, пенсіонно-сберегательныя кассы не учитываютъ вліянія сокращенія числа сроковъ службы подлежащихъ оплатѣ пенсіями и вслѣдствіе этого требуютъ на пенсіи еще большій взносъ, чѣмъ тотъ, который необходимъ въ дѣствительности для выдачи пенсій опредѣленнаго размѣра.

Дѣствительно, мы видѣли въ § 7, что разсматривая взносъ на пенсіи, какъ вкупъ за вновь вступающихъ, при отсроченности пенсій на (k) лѣтъ, т. е. при неоплатѣ пенсіями первыхъ (k) сроковъ службы, процентъ отчисленія на пенсіи $p_n^{(k)}$ уменьшается и составляетъ только $k+1$ часть того процента r_n , который необходимъ на оплату пенсіями всѣхъ сроковъ службы, такъ что

$$\frac{r_n^{(k)}}{r_n} = \frac{1}{k+1} \quad (n)$$

причемъ отсроченность пенсій вліяетъ не только на величину ежегоднаго отчисленія на пенсіи, но и на величину вкупа, потребнаго за старослужащихъ: величина вкупа $W_n^{(k)}$ на пенсіи, отсроченныя на (k) лѣтъ меньше величины вкупа W_n на пенсіи всѣхъ сроковъ, такъ какъ [§ 12—фор. (7— a)].

$$\frac{W_n^{(k)}}{W_n} = \frac{C_{n-k}}{C_{n+1}} \quad (o)$$

Если же принять во вниманіе и прочность службы, вліяніе которой на первыхъ срокахъ службы, даже тогда, когда прочность службы, вообще, достаточная, очень велико, то преувеличеніе взносовъ на пенсіи выразится величиною, которая опредѣляется путемъ замѣны въ выраженіи $(n) - \frac{1}{k+1} r_n$ соотвѣтствующею величиною, при какой-либо прочности службы $k\rho$, почему

$$\frac{r_n^{(k)}}{r_n} = \frac{1}{k+1\rho} \quad (n')$$

Итакъ, допуская распредѣленіе всего ежегоднаго взноса на пенсіи между всеми участниками кассы, а не между одними вновь вступающими на пенсію, пенсіонно-сберегательныя кассы получаютъ возможность обращать въ запасный капиталъ кассы довольно значительную часть ежегоднаго отчисленія учрежденія и требовать болѣе вкупъ

на пенсію, чѣмъ тотъ, который достаточенъ, при данной отсроченности пенсій.

Такъ что, если разность отъ преуменьшенія дѣйствительной стоимости взносовъ учрежденія

$$r_n - r_n' = \frac{Жс_c - Жс_0}{Жс_0} r_n \quad (p)$$

идетъ, вслѣдствіе преувеличенія значенія собственныхъ взносовъ на покрытіе убытка по выдачѣ пенсій за счетъ этихъ взносовъ:

$$r_n'' - r_n' = r_n' \frac{Жс_c}{Жс_0} - \frac{r_n'}{n p_{x+1}} \frac{Жс_c}{Жс_0} = \frac{1 - n p_{x+1}}{n p_{x+1}} \cdot \frac{Жс_c}{Жс_0} r_n' \quad (p'),$$

то прибыль отъ оставленія безъ учета отсроченности пенсій идетъ уже только въ запасный капиталъ кассы и даетъ ей ежегодную прибыль

$$r_n - r_n^{(n)} = (1 - n p_{x+1}) r_n' \quad (p'')$$

и единовременный капиталъ—въ излишнемъ вкупѣ.

$$W_n - W_n^{(n)} = \frac{C_n - C_{n-k}}{C_n} W_n \quad (r)$$

Непрочность же службы увеличиваетъ прибыль запаснаго капитала до величины

$$r_n - r_n^{(n)} = (1 - |_{k+1} \rho) r_n' \quad (p''')$$

Величина r_n дается формулою (6) при абсолютной прочности службы и формулою (6''), при какой-нибудь прочности службы.

Необходимо замѣтить, что операція пенсіонно-сберегательнымъ кассамъ только тогда безобидна, когда прибыль на коллективномъ взносѣ равна убытку на собственныхъ взносахъ, что не имѣетъ мѣста въ общемъ случаѣ, такъ какъ возможны только при частномъ условіи

$$r_n - r_n' = r_n' - r_n'',$$

откуда

$$r_n = \frac{r_n' + r_n''}{2} \quad (s)$$

или, въ силу соотношеній (p) и (p').

$$\frac{Жс_c - Жс_0}{Жс_0} = \frac{1 - n p_{x+1}}{n p_{x+1}} \cdot \frac{Жс_c}{Жс_0} \quad (s')$$

$$\frac{Жс_c - Жс_0}{Жс_c} = \frac{1 - n p_{x+1}}{n p_{x+1}} \quad (s'')$$

Такъ какъ

$$n p_{x+1} = \frac{l_{x+n+1}}{l_{x+1}}$$

то

$$\frac{Жс_c - Жс_0}{Жс_c} = \frac{l_{x+1} - l_{x+n+1}}{l_{x+n+1}} \quad (s''')$$

Конечно, такое соотношеніе возможно только, какъ частный случай, при опредѣленномъ соотношеніи между вѣроятностями дожитія

и жалованьемъ; поэтому касса, при такой оцѣнкѣ собственныхъ и коллективныхъ взносовъ, или терпитъ убытокъ, или получаетъ прибыль и только въ исключительномъ случаѣ ея операции безобидны.

Итакъ, операции пенсіонно-сберегательныхъ кассъ не устойчивы, а безобидность ихъ, въ общемъ случаѣ, сомнительна вслѣдствіе того, что для безобидности операций пенсіонно-сберегательныхъ кассъ должна существовать определенная и не всегда возможная связь между вѣроятностями дожитія и измѣненіями жалованья.

§ 20. Вліяніе роста жалованья на отношеніе пенсій и величину вкупа за старослужащихъ.

При допущеніи прогрессивнаго роста жалованья и учетнаго процента, равнаго проценту роста жалованья, отношеніе между пенсіями различныхъ сроковъ службы въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ опредѣляется, на основаніи соображеній, изложенныхъ въ § 9, изъ условія:

$$i_m = \text{const.}$$

которое должно имѣть мѣсто при всякомъ значеніи (m), что приводитъ къ слѣдующему соотношенію между пенсіями различныхъ сроковъ службы

$${}_m p_{x+1} v^{\frac{m+1}{2}} \frac{a_{x+m+1}}{|{}_m E_{x+1}|} \frac{\Pi_m}{\mathcal{H}_0} = {}_n p_{x+1} v^{\frac{n+1}{2}} \frac{a_{x+n+1}}{|{}_n E_{x+1}|} \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_0}$$

откуда

$$\frac{\Pi_m}{\Pi_n} = \frac{{}_{n+1} p_x \cdot v^{\frac{n+1}{2}} \cdot |{}_n E_{x+1}| \cdot a_{x+n+1}}{{}_{m+1} p_x \cdot v^{\frac{m+1}{2}} \cdot |{}_n E_{x+1}| \cdot a_{x+m+1}} \quad (t')$$

По формулѣ (7⁰) для вкупа за старослужащихъ, если замѣнить наличное число служащихъ числомъ доживающихъ l_{x+m+1} , что требуется предположеніемъ абсолютной прочности службы, и, допуская выдачу пенсій post, а не pro-numerando, получимъ, въ силу даннаго соотношенія (t') пенсій, слѣдующее выраженіе:

$$\begin{aligned} \mathcal{W}' &= l_x \cdot {}_{n+1} p_x \cdot \Pi_n \cdot a_{x+n+1} \sum_0^n \frac{v^{\frac{n+1}{2}} \cdot |{}_m E_{x+1}|}{{}_m E_{x+1} \cdot v^{\frac{m+1}{2}}} = \\ &= l_x \cdot {}_{n+1} p_x \cdot \Pi_n \cdot a_{x+n+1} \frac{v^{\frac{n+1}{2}}}{|{}_n E_{x+1}|} \sum_0^n \frac{|{}_m E_{x+1}|}{v^{\frac{m+1}{2}}}, \end{aligned}$$

но при условіи

$$\Pi_n = \mathcal{H}_0$$

и при абсолютной прочности службы весь составъ служащихъ опредѣляется величиною $\mathcal{N}$, гдѣ

$$\mathcal{N} = \sum_0^n l_{x+m+1},$$

поэтому

$$\mathcal{K} = \mathcal{K}_0 \quad \mathcal{N} = \mathcal{K}_0 \sum_0^n l_{x+m+1}$$

Помноживъ и раздѣливъ вторую часть выраженія вкупѣ на эту величину и замѣчая, что

$$\frac{l_x}{\mathcal{N}} = \frac{l_x}{\sum l_{x+m+1}} = \frac{1}{|_n E_x},$$

получимъ, пользуясь выведеннымъ выше выраженіемъ процента отчисленія на пенсіи— r_n :

$$\mathfrak{W}'_n = \frac{r_n \mathcal{K}_0}{|_n E_x \mathcal{K}_0} \mathcal{K} \sum_1^{n+1} |_m E_x (1+i)^m \quad (10'),$$

такъ какъ

$$\sum_0^n \frac{|_{m+1} E_x}{v^{m+1}} = \sum_1^{n+1} |_m E_x (1+i)^m$$

Вліяніе прогрессивнаго роста жалованья, при допущеніи равенства денежнаго роста росту жалованья, на пенсіи за счетъ однихъ собственныхъ взносовъ опредѣляется изъ условія

$$r''_m = \frac{a_{x+m+1}}{m+1} v^{m+1} \frac{\Pi_m}{\mathcal{K}_0} = \text{const.}$$

при всякомъ значеніи аргумента (m).

Откуда отношеніе между пенсіями различныхъ сроковъ службы получается въ слѣдующемъ видѣ

$$\frac{\Pi_m}{\Pi_n} = \frac{v^{n+1} (m+1) \cdot a_{x+n+1}}{v^{m+1} (n+1) \cdot a_{x+m+1}} \quad (11')$$

Поэтому, вкупѣ по формулѣ (7'), при абсолютной прочности службы:

$$\mathfrak{W}''_n = \sum_0^n l_{x+m+1} \Pi_m \frac{N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}},$$

откуда, при данномъ соотношеніи между пенсіями ($11''$):

$$\begin{aligned} \mathfrak{W}''_n &= l_x \cdot \Pi_n \cdot a_{x+n+1} \frac{v^{n+1}}{n+1} \sum_0^n |_{m+1} p_x \frac{(m+1)}{v^{m+1}} = \\ &= l_x \cdot r''_n \cdot \mathcal{K}_0 \sum_1^{n+1} |_m p_x \cdot m (1+i)^m = \\ &= \frac{r''_n \mathcal{K}_0}{|_n E_x \mathcal{K}_0} \mathcal{K} \sum_1^{n+1} |_m p_x \cdot m (1+i)^m \end{aligned} \quad (10'')$$

Но, при допущеніи однихъ коллективныхъ взносовъ на пенсіи, т. е. при пенсіонированіи путемъ вкупѣ каждой новой группы вновь вступающихъ, ростъ жалованья и вообще какія-либо измѣненія въ

послѣднемъ не оказываютъ никакого вліянія ни на процентъ отчисленія, ни на отношенія между пенсіями, ни на величину вкупа за старослужащихъ, потому что вкупъ на пенсіи за вновь вступающихъ на службу не зависитъ отъ жалованья, процентъ же отчисленія на пенсіи зависитъ отъ отношенія величины этого вкупа къ общему жалованью всѣхъ служащихъ, каковая величина для состава данной прочности службы есть величина постоянная, зависящая отъ средняго жалованья и общаго числа служащихъ, но независящая отъ хода измѣненій жалованья съ годами службы, причемъ, при допущеніи пенсій пропорціональных среднему жалованью, возможно достичь независимости процента отчисленія на пенсіи даже отъ средняго жалованья.

Напротивъ, при допущеніи собственныхъ взносовъ, вмѣсто коллективнаго взноса на пенсіи, процентъ отчисленія на пенсіи зависитъ отъ отношенія $\frac{Ж_с}{Ж_0}$, т. е. отъ отношенія средняго жалованья къ начальному жалованью, каковое отношеніе, при прогрессивномъ ростѣ жалованья съ годами службы и, вообще, при какихъ-либо измѣненіяхъ жалованья, не можетъ сохранять постоянной величины; поэтому процентъ отчисленія на пенсіи въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ долженъ измѣняться въ зависимости отъ измѣненій жалованья. Если же, при допущеніи собственныхъ взносовъ, установить постоянный процентъ отчисленія на пенсіи, какъ то дѣлаютъ пенсіонно-сберегательныя кассы, то коль скоро первоначальный процентъ отчисленія на пенсіи былъ рассчитанъ, въ предположеніи безобидности пенсіонной операціи, эта безобидность въ дальнѣйшемъ ходѣ пенсіонной операціи не можетъ сохраниться. Дѣйствительно, вслѣдствіе зависимости процента отчисленія на пенсіи, при допущеніи собственныхъ взносовъ,

отъ отношенія $\frac{Ж_с}{Ж_0}$ всякое повышеніе средняго жалованья или уменьшеніе начальнаго оклада будетъ требовать повышенія процента отчисленія, въ противномъ случаѣ пенсіонно-сберегательная касса будетъ терпѣть убытокъ; всякое же уменьшеніе средняго жалованья или увеличеніе начальнаго оклада должно требовать уменьшенія процента отчисленія, иначе будутъ нарушаться интересы участниковъ кассы и пенсіонирующаго учрежденія, а касса за ихъ счетъ будетъ обогащаться. Такъ какъ измѣненія средняго жалованья съ теченіемъ времени совершаются очень медленно, напротивъ начальное жалованье возрастаетъ очень быстро, то вѣроятно же всего предположить, что допущеніе постоянства процента отчисленія на пенсіи, при пенсіонированіи за счетъ собственныхъ взносовъ, будетъ вести къ обогащенію пенсіонно-сберегательныхъ кассъ за счетъ участниковъ кассы.

Вообще, пенсіонно-сберегательныя кассы при всякомъ повышеніи средняго жалованья или пониженіи начальнаго жалованья несутъ убытки и, обратно, при всякомъ пониженіи средняго оклада или повышеніи начальнаго жалованья приобрѣтаютъ запасныя средства, т. е. вся-

кое измѣненіе въ жалованьи отражается на финансовомъ положеніи кассы, и систематическій ростъ жалованья, безъ повышенія начальнаго жалованья, ведетъ кассу къ неизбежному банкротству.

Теперь легко понять, почему пенсіонно-сберегательныя кассы такъ предусмотрительно (хотя, быть можетъ, и безсознательно) исключаютъ служащихъ съ низшими окладами, берутъ при всякомъ повышеніи оклада дополнительный сборъ въ пенсіонную кассу, устанавливая напередъ такую тонтину, которая связана съ накопленіемъ запаснаго капитала, распредѣляютъ всѣ суммы по личнымъ счетамъ, благодаря чему скрываютъ свои запасныя средства.

Изъ того же выраженія процента отчисленія пенсіонно-сберегательныхъ кассъ:

$$r_n = r_0 \frac{Ж_0}{Ж_n}$$

ясно, что, при равенствѣ всѣхъ прочихъ условій и при пенсіонированіи по способу тонтинны сберегательныхъ кассъ (а также за счетъ однихъ собственныхъ сбереженій участниковъ), то учрежденіе должно

дѣлать большее отчисленіе на пенсіи, въ которомъ отношеніе $\frac{Ж_0}{Ж_n}$

больше, каковая величина зависитъ, главнымъ образомъ, отъ размѣра начальнаго жалованья, а потому то учрежденіе, которое платитъ меньшее жалованье вновь вступающимъ, должно нести болышій расходъ на пенсіи при пенсіонированіи по способу пенсіонно-сберегательныхъ кассъ — обстоятельство, которое совершенно ускользаетъ отъ вниманія учредителей этихъ кассъ.

Вслѣдствіе преувеличенія взносовъ на пенсіи, отъ непринятія въ расчетъ измѣненій жалованья и отсроченности въ выдачѣ пенсій, кассы получаютъ тѣ запасныя средства, при помощи которыхъ онѣ до нѣкоторой степени могутъ рассчитывать покрывать убытки, связанные съ возможнымъ ростомъ жалованья и пониженіемъ начальнаго оклада, причемъ рассчитываютъ на весьма вѣроятный ростъ начальнаго оклада съ теченіемъ времени; насколько правильны такіе расчеты—это вопросъ будущаго, но связь оборотовъ кассы съ измѣненіями окладовъ, во всякомъ случаѣ, не придаетъ устойчивости ихъ пенсіоннымъ операціямъ, особенно, если принять во вниманіе допускаемую ими выдачу пенсій въ неограниченномъ размѣрѣ.

Пенсіонно-сберегательныя кассы можно назвать аристократическими кассами, потому что ихъ собственное благополучное существованіе зависитъ отъ высокаго начальнаго оклада, и участники, для которыхъ онѣ наиболѣе выгодны—это служащіе съ высокими окладами; понятно поэтому, почему прочность службы этими кассами игнорируется, пенсіи ставятся въ зависимость отъ возраста и создается для пенсіонирующихъ учрежденій такое положеніе, при которомъ они могутъ удержать служащихъ на службѣ не пенсіями за выслугу лѣтъ, а только повышеніемъ начальнаго оклада, которое одно только всегда

въ интересахъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, позволяя имъ усилить, при неизмѣнномъ процентѣ отчисленія на пенсіи, накопленіе запасныхъ средствъ, но ростъ жалованья въ теченіе службы уже не въ интересахъ пенсіонныхъ кассъ и можетъ вести къ ихъ банкротству; слѣдовательно, *все, что выгодно для пенсіонирующаго учрежденія или для коллективнаго состава служащихъ этого учрежденія, оказывается противорѣчащимъ интересамъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ.*

§ 21. Простѣйшій способъ пенсіонирования на началахъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ.

Еслибы тонтина пенсіонно-сберегательныхъ кассъ была дѣйствительно правильная и единственно возможная, то примѣненіе ея къ дѣлу пенсіонирования могло бы быть произведено все же безъ тѣхъ сложныхъ расчетовъ, какими обставлены всѣ операціи пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, вычисляющихъ свои пенсіи съ какою-то безцѣльною ариѣметическою точностью.

Дѣйствительно, мы имѣемъ въ силу тонтины условіе

$$\beta_x \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_{x+n+1}} = \Pi_{x+n} \frac{N_{x+n+1}}{D_{x+n+1}}$$

Ставимъ самый простой вопросъ: черезъ какое время за счетъ ежегодныхъ взносов β_x можно выдавать пенсію, равную этимъ взносамъ, т. е. при какомъ (n) имѣетъ мѣсто условіе $\beta_x = \Pi_{x+n}$?

Ясно, что (τ_1) легко опредѣлить по таблицѣ коммутаціонныхъ чиселъ, потому что при указанномъ условіи

$$\frac{N_{x+1} - N_{x+\tau_1+1}}{D_{x+\tau_1+1}} = \frac{N_{x+\tau_1+1}}{D_{x+\tau_1+1}},$$

т. е.

$$N_{x+1} - N_{x+\tau_1+1} = N_{x+\tau_1+1}$$

или

$$N_{x+\tau_1+1} = \frac{1}{2} N_{x+1}$$

надо, слѣдовательно, подыскать въ таблицахъ число, равное $\frac{1}{2} N_{x+1}$ и соотвѣтствующій этому числу возрастъ $x+\tau_1+1$ опредѣлить $x+\tau_1+1$, а слѣдовательно и τ_1 .

Зная періодъ τ_1 , черезъ который возможно, при данномъ начальномъ возрастѣ (x), выдавать пенсію въ размѣрѣ, равномъ тѣмъ взносамъ, которые были произведены въ теченіе времени τ_1 , мы предположимъ, что лицо, достигшее возраста $x+\tau_1+1$, не воспользуется своимъ правомъ получить пенсію, равную уже сдѣланнымъ взносамъ, такое лицо можно считать перешедшимъ во второй періодъ службы и согласившимся дѣлать взносы въ размѣрѣ взносовъ перваго періода, отдавая кромѣ того на образованіе пенсій и выслуженную имъ уже пенсію въ размѣрѣ первоначальныхъ взносовъ; слѣдовательно, это лицо, будучи въ возрастѣ $x+\tau_1+1$, дѣлаетъ двойной взносъ. Опредѣлимъ совершенно сходно съ предыдущимъ тотъ второй періодъ τ_2 , по истеченіи котораго, за эти двойные взносы, мож-

но выдавать равную имъ пенсію, т. е. пенсію уже вдвое большую противъ первоначальной, и которая, вмѣстѣ съ первоначальной, черезъ $\tau_1 + \tau_2$ лѣтъ составитъ пенсію, равную $2\beta_x + \beta_x = 3\beta_x$. Періодъ τ_2 опредѣляется аналогично періоду τ_1 изъ условія:

$$N_{x+\tau_1+\tau_2+1} = \frac{1}{2} N_{x+\tau_1+1}$$

Найдя величину τ_2 , мы можемъ считать, что лицо начального возраста (x) можетъ черезъ $\tau_1 + \tau_2$ лѣтъ получать пенсію, равную $3\beta_x$, т. е. пенсію въ 3 раза большую, чѣмъ пенсія перваго періода τ_1 .

Затѣмъ, то лицо, которое послѣ выслуги $\tau_1 + \tau_2$ лѣтъ осталось на службѣ, можетъ получать пенсію въ размѣрѣ $3\beta_x$ въ годъ, но если оно не воспользуется своимъ правомъ, а обращаетъ свою пенсію $3\beta_x$ на образованіе новой пенсіи въ теченіе третьяго періода τ_3 , который опредѣляется опять-таки изъ того разсчета, чтобы по истеченіи періода τ_3 можно было бы выдавать пенсію, равную взносамъ въ теченіе того же періода, вмѣстѣ съ первоначальнымъ взносомъ β_x , т. е. пенсію $3\beta_x + \beta_x = 4\beta_x$, каковая пенсія, вмѣстѣ съ пенсіею уже пріобрѣтенною, составитъ черезъ $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3$ лѣтъ пенсію $4\beta_x + 3\beta_x = 7\beta_x$. Періодъ τ_3 опредѣляется аналогично съ предыдущими изъ условія:

$$N_{x+\tau_1+\tau_2+\tau_3+1} = \frac{1}{2} N_{x+\tau_1+\tau_2+1}$$

Легко путемъ того же разсужденія найти, что лицамъ, остающимся на службѣ еще въ теченіе періода τ_4 лѣтъ, можетъ быть по прошествіи $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4$ лѣтъ выдаваема пенсія $(7\beta_x + \beta_x) + 7\beta_x = 15\beta_x$.

Процентъ отчисленія на эти пенсіи легко опредѣляется изъ условія, что при нѣкоторомъ среднемъ возрастѣ, напр. при возрастѣ (x), пенсія за выслугу, напр. 4-хъ періодовъ, была равна среднему жалованью $ж_c$, т. е. полагая

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 = \sigma$$

и

$$\beta_x = r ж_c$$

откуда

$$15 r ж_c = П_0$$

что при условіи

$$П_0 = ж_c$$

даетъ

$$r = \frac{1}{15} = 0.07.$$

Слѣдовательно, процентъ отчисленія на эти пенсіи при выдачѣ 15-кратнаго первоначальнаго взноса на пенсіи составляетъ 7% начального отчисленія изъ жалованья, для выдачи пенсіи, равной жалованью на 4-мъ періодѣ службы.

Если же желательно, что бы пенсія была равна жалованью на 3-мъ періодѣ, то надлежитъ дѣлать отчисленіе

$$r = \frac{1}{7} = 0.14$$

На числовыхъ примѣрахъ мы покажемъ, что при начальномъ возрастѣ $x=30$ —періодъ 4-ый равенъ 34 годамъ, а періодъ 3-й составляетъ около 28 лѣтъ.

Инвалидныя пенсіи получаютъ въ данномъ случаѣ очень просто, если допустить обращеніе резерва въ пожизненную ренту по расчету инвалидной, а не обыкновенной таблицы смертности.

Мы видѣли, что пенсіи эти требуютъ отчисленія, почти равнаго отчисленію, требуемому тонтиною, потому тонтинна пенсіонно-сберегательныхъ кассъ требуетъ за пенсіи, въ размѣрѣ жалованья, черезъ 35 лѣтъ, какъ будетъ показано на числовыхъ примѣрахъ,—7%, а черезъ 28 лѣтъ—16% при томъ же начальномъ возрастѣ (x).

Но, при одной и той же стоимости, пенсіи этого рода имѣютъ преимущества передъ пенсіонно-сберегательными кассами: 1) пенсіи эти чрезвычайно просты, и вычисленіе пенсіи для каждаго, въ зависимости отъ его начального возраста, можетъ быть произведено быстро и легко, если даны коммутаціонныя числа N_x , и выбрана опредѣленная, наиболѣе подходящая къ данному составу, таблица смертности; 2) пенсіи могутъ выдаваться и лицамъ, остающимся на службѣ, въ полномъ размѣрѣ, а потому, выдавая въ пенсію извѣстную часть полной пенсіи лицамъ, остающимся на службѣ, возможно удержать на службѣ всякаго желающаго ее оставить, если только учрежденію выгодно такое удержаніе на службѣ липъ, выслужившихъ пенсію.

Возможно производить при этомъ способѣ пенсіонированія и выдачу пенсіи въ размѣрѣ среднемъ между пенсіями двухъ сроковъ службы, а размѣръ пенсій, для промежуточныхъ сроковъ службы, можетъ быть легко найденъ по способу интерполированія; хотя, какъ показываютъ числовыя вычисленія, для такой интерполяціи можно пользоваться простою ариѳметическою прогрессіею.

Наконецъ, если жалованье съ годами службы возрастаетъ, то легко показать, что пенсія должна выдаваться въ размѣрѣ средняго жалованья за всѣ годы службы, чѣмъ устраняется вліяніе роста жалованья на операциі пенсіонированія.

Какъ ни просты эти пенсіи, онѣ не могутъ считаться образцовыми, потому что размѣръ пенсій не поставленъ въ зависимость отъ прочности службы, пенсіи эти довольно дороги и требуютъ значительнаго вкупа, наконецъ, имѣютъ всѣ недостатки неправильной тонтинны съ запаснымъ капиталомъ.

Поэтому мы указываемъ на нихъ, какъ на пенсіи, которыя на началахъ, принятыхъ въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ, позволяютъ производить всѣ пенсіонныя операциі, не впадая въ противорѣчіе со своими собственными положеніями и позволяютъ вычислять пенсіи и процентъ отчисленія на пенсіи за выслугу опредѣленнаго числа лѣтъ чрезвычайно просто.

Вкупъ за старослужащихъ можетъ быть опредѣленъ по общей формулѣ:

$$W = \sum_0^n \mathcal{X}_m \Pi_m \frac{N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}}$$

Величина пенсій задана напередъ и пенсіи періодически, а не непрерывно возрастаютъ, при чемъ, періодическое измѣненіе пенсій за различные сроки службы происходитъ слѣдующимъ образомъ:

отъ $\tau_1 = \sigma_1$ до $\tau_1 + \tau_2 = \sigma_2$ пенсія $\Pi_{\sigma_1}, \Pi_{\sigma_1+1} - \Pi_{\sigma_2-1}$ равна $r жс$
 отъ $\tau_1 + \tau_2 = \sigma_2$ до $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = \sigma_3$ » $\Pi_{\sigma_2}, \Pi_{\sigma_2+1} - \Pi_{\sigma_3-1}$ » $3 r жс$
 отъ $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = \sigma_3$ до $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 = \sigma_4$ » $\Pi_{\sigma_3}, \Pi_{\sigma_3+1} - \Pi_{\sigma_4-1}$ » $7 r жс$
 за $\sigma_4 = n$ » Π_n » $15 r жс$

за время службы отъ 0 до $\sigma_1 - 1$ пенсіи не выдаются, слѣдовательно $\Pi_0, \Pi_1, \dots, \Pi_{\sigma_1-1}$ равны нулю.

При такомъ значеніи пенсій различныхъ сроковъ службы.

$$W = r жс \left(\sum_{\sigma_1}^{\sigma_2-1} \mathcal{X}_m \frac{N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}} + 3 \sum_{\sigma_2}^{\sigma_3-1} \mathcal{X}_m \frac{N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}} + 7 \sum_{\sigma_3}^{n-1} \mathcal{X}_m \frac{N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}} + 15 \mathcal{X}_n \frac{N_{x+n+1}}{D_{x+n+1}} \right) \quad (12)$$

Намъ кажется, что всѣ раздѣляющіе тотъ взглядъ на пенсіи, который проводитъ г. Малешевскій и который состоитъ въ допущеніи возможности уравнивать отсроченныя пожизненныя ренты временными пожизненными рентами ничего не могутъ, въ принципѣ, возразить противъ такого упрощеннаго построенія пенсій, который предложенъ нами въ этомъ параграфѣ, такъ какъ онъ вполне согласуется съ тѣми положеніями, которыя лежатъ въ основѣ всѣхъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ.

Однако, мы привели эти пенсіи не для того, чтобы рекомендовать ихъ, какъ ни занимательны онѣ по простотѣ всѣхъ ихъ расчетовъ. Цѣль наша заключается въ томъ, чтобы показать, что, еслибы положенія пенсіонно-сберегательныхъ кассъ были правильны въ принципѣ, то возможенъ былъ бы тотъ простѣйшій типъ пенсій, который мы предложили. Но какъ пенсіи пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, такъ и пенсіи упрощеннаго типа, разсмотрѣннаго въ этомъ параграфѣ, суть частные случаи, вытекающіе изъ того положенія, что каждый взносъ на пенсіи можетъ обращаться въ немедленную пенсію и всѣ полученные платежи пожизненной ренты могутъ быть обращаемы, по наступленіи срока, въ новыя немедленныя пожизненныя ренты.

Но въ такомъ построеніи пенсій заключается противорѣчіе, на которое уже было указано въ § 5 этой главы и которое болѣе подробно будетъ выяснено далѣе, а потому, несмотря на подкупающую

простоту періодически возрастающих пенсій, мы не можем высказаться въ пользу этихъ пенсій и полагаемъ, что онѣ мало уравновѣшены и рискованы, какъ и пенсіи обыкновенныхъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ и, вообще, всѣ пенсіи тонтинны съ запаснымъ капиталомъ.

§ 22. Пенсіи Ресницкаго не противорѣчатъ основнымъ положеніямъ правильнаго пенсіонирования.

Пенсіи Ресницкаго теорически такъ же слабо обоснованы, какъ пенсіонно-сберегательныя, но основныя положенія ихъ глубже продуманы, быть можетъ, они представляютъ только удачную интуіцію, тѣмъ не менѣе оказываются, въ теорическомъ отношеніи, гораздо болѣе правильными, чѣмъ пенсіи, предлагаемыя г. Преображенскимъ.

1. Пенсіи Ресницкаго, въ ихъ настоящемъ практическомъ примѣненіи, по типу очень близки къ стаціонарнымъ пенсіямъ, потому что онѣ выдаются безъ образованія какихъ-либо капиталовъ, вслѣдствіе чего рискъ ихъ ничтоженъ; самое большее, чего онѣ могутъ потребовать, это—большаго отчисленія на пенсіи, но возрастаніе этого отчисленія будетъ постепенное, можетъ быть предупреждено поправками, которыя возможно внести въ эти пенсіи по указанію опыта и по теоретическимъ соображеніямъ, изложеннымъ въ главахъ IV и V нашей работы; а главное, каждое увеличеніе взноса на пенсіи Ресницкаго будетъ продуктивно, тогда какъ никакое увеличеніе взносовъ не въ состояніи помочь пенсіонно-сберегательнымъ кассамъ и уберечь ихъ отъ банкротства, если обстоятельства сложатся для нихъ неблагопріятно.

2. Пенсіи Ресницкаго не зависятъ отъ возраста, находятся, хотя и въ не вполне опредѣленной, но все же въ зависимости отъ прочности службы и до извѣстной степени могутъ гарантировать учрежденію эту прочность, не превращая пенсій въ премію за престарѣлость и позднее поступленіе на службу.

3. Пенсіи Ресницкаго ограничены въ размѣрѣ не только среднимъ жалованьемъ, но даже, болѣе того, не могутъ быть выше опредѣленной нормы для всякаго оклада, что дѣлаетъ рискъ ихъ еще меньше и удовлетворяетъ одному изъ важнѣйшихъ условій пенсіонирования.

4. Процентъ отчисленія на пенсіи въ размѣрѣ 5% установленъ Ресницкимъ очень близко къ истинной величинѣ его при обыкновенной прочности службы и обыкновенной смертности.

5. Пенсіи Ресницкаго удовлетворяютъ основному требованію коллективныхъ операцій, къ которымъ относится и операція пенсіонирования, такъ какъ вычетъ на пенсіи—безвозвратный.

6. Пенсіи Ресницкаго не требуютъ безцѣльнаго учета личныхъ счетовъ служащихъ, и пенсія каждаго опредѣлена напередъ, въ опредѣленномъ отношеніи къ продолжительности службы.

Нельзя отрицать, что Ресницкій находился подъ вліяніемъ тѣхъ взглядовъ, которыхъ держатся защитники пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, но этому именно вліянію и можно приписать его главнѣйшія

ошибки, и конечно самъ Ресницкій не стремился создать стационарности пенсій, и такая стационарность въ значительной степени создана практикой и особыми условіями, которыя не привели къ практическому осуществленію всѣхъ предположеній Ресницкаго. Но практическія отступленія сослужили свою службу и показали возможность пенсіонированія на началахъ, которымъ въ настоящее время мы можемъ дать теоретическое обоснованіе и защиту.

§ 23. Неосновательность возраженій противъ пенсій Ресницкаго.

Что же касается всѣхъ возраженій, которыя приведены въ докладѣ Коммисіи № 138 отъ 27 апрѣля 1901 г., то недостатки большинства изъ нихъ мы уже указали выше. Въ общемъ, всѣ возраженія сводятся къ опроверженію положеній Ресницкаго примѣрами, но примѣрами можно иллюстрировать теоретическія положенія, а доказать или опровергнуть ничего нельзя. Это приѣмъ, во всякомъ случаѣ, не научный. Въ упомянутомъ докладѣ, кромѣ примѣровъ, и притомъ, вовсе не вытекающихъ изъ общихъ положеній Ресницкаго, нѣтъ никакихъ опроверженій этихъ положеній по существу, а потому и къ пересмотру положеній Ресницкаго, на основаніи однихъ бездоказательныхъ примѣровъ, едва-ли стоило приступать.

Примѣрами г. Преображенскій, повидимому, желалъ воспользоваться, какъ извѣстнымъ приѣмомъ опроверженія—приведеніемъ къ нелѣпости. Но этимъ приѣмомъ необходимо пользоваться съ большою осторожностью, и примѣры, опровергающіе какія-либо положенія, должны вытекать, какъ необходимое слѣдствіе, изъ опровергаемыхъ положеній, иначе опроверженіе нельзя считать правильнымъ. Въ доказательство неправильности опроверженія примѣрами какого-либо положенія, укажемъ на извѣстный въ исторіи математики спорный вопросъ, опредѣленія суммы безконечнаго ряда Эйлера

$$1-1+1-1+1-1+.....$$

сумму котораго Эйлеръ счелъ возможнымъ принять равною $\frac{1}{2}$. Возраженій противъ правильности положенія Эйлера слѣдано было много, и данъ былъ не одинъ примѣръ, гдѣ такой рядъ имѣетъ сумму какой угодно положительной дроби, но тѣмъ не менѣе эти примѣры не считаются опроверженіемъ положенія Эйлера, и вотъ что по этому поводу говоритъ Borel въ своихъ *«Leçons sur les séries divergentes»*: «Это правило, съ точки зрѣнія практической и экспериментальной, точно, потому что въ теченіе столѣтій, ни одинъ математикъ, пользуясь имъ, не обманулся, исключая тѣхъ, которые задавались предвзятою цѣлью доказать его невѣрность; но и послѣдніе не были нисколько обмануты, потому что знали напередъ цѣль, къ которой стремились».

Но если строго математическіе примѣры, когда они приводятся съ предвзятою цѣлью опроверженія другого математическаго положенія, не могутъ считаться, несмотря на всю свою очевидность, опроверженіемъ этого положенія, то въ практикѣ, гдѣ всегда можно сомнѣваться относительно правильности приводимаго примѣра, предвзя-

тые примѣры не только ничего не могутъ опровергнуть, а напротивъ, совершенно неумѣстны и дѣйствуютъ только на чувства.

§ 24. ПРАКТИЧЕСКАЯ НЕСОСТОЯТЕЛЬНОСТЬ ПЕНСИОННО-СБЕРЕГАТЕЛЬНЫХЪ КАССЪ.

Наконецъ, самая практика пенсионныхъ кассъ приводитъ къ признанію несостоятельности ихъ теоретическихъ положеній, и, несмотря на кратковременность примѣненія пенсионно-сберегательныхъ кассъ въ составѣ служащихъ русскихъ желѣзныхъ дорогъ, можно уже отмѣтить признаки начинающагося отступленія отъ того способа пенсионирования, который такъ превозносятъ защитники этого способа пенсионирования.

Въ «Запискѣ Управленія дѣлами желѣзнодорожнаго Пенсионнаго Комитета по проекту новаго порядка распредѣленія производимаго изъ средствъ казны пособія пенсионной кассѣ служащихъ на казенныхъ желѣзныхъ дорогахъ» предлагается не дѣлать распредѣленія пособія казны между служащими въ теченіе первыхъ десяти лѣтъ и признается, что такой порядокъ даетъ возможность, безъ особыхъ доплатъ, повысить пенсіи: «облегченіе работы управленіямъ отдѣльныхъ казенныхъ дорогъ (въ виду изъятія изъ вѣдѣнія управленій всѣхъ дѣлъ по выдачѣ пособій увольняемымъ участникамъ, съ передачею сихъ дѣлъ въ Комитетъ пенсионной кассы) и одновременно съ симъ упрощеніе счетоводства пенсионной кассы, такъ какъ по отношенію къ лицамъ, участвовавшимъ въ кассѣ въ *теченіе первыхъ десяти лѣтъ отпадаетъ необходимость составлять сложные и по существу безцѣльные технические расчеты*» (стр. 3). Мы считаемъ, что это отступленіе отъ началъ пенсионно-сберегательныхъ кассъ, хотя и прикрывается только упрощеніемъ счетоводства, въ дѣйствительности есть начало отступленія по всѣмъ пунктамъ и первый шагъ на пути построенія пенсій исключительно на началахъ коллективности взносовъ, потому что безцѣльно распредѣленіе пособій учрежденія по личнымъ счетамъ не только въ теченіе первыхъ десяти лѣтъ, къ чему привела практика, а безцѣльно такое распредѣленіе вообще, и дальнѣйшая практика тѣхъ же пенсионно-сберегательныхъ кассъ приведетъ ихъ, рано или поздно, къ признанію невыгодности и безцѣльности смѣшенія началъ пенсионирования съ началами сбереженія. Можно указать на примѣръ Флорентійскаго Муниципалитета, который съ самаго начала допустилъ отступленіе отъ правилъ пенсионно-сберегательныхъ кассъ и призналъ коренное различіе между собственными сбереженіями и отчислениями учрежденія, открывъ для учета послѣднихъ общій счетъ и назвавъ его «compte collectif» въ отличіе отъ «compte individuel» (Revue générale d'Administration. Octobre 1902, p. 238); вообще надлежитъ отмѣтить пенсионный уставъ Флорентійскаго Муниципалитета, содержаніе котораго въ общихъ чертахъ изложено въ указанной статьѣ, какъ образцовый уставъ пенсионно-сберегательныхъ кассъ, заслуживающій вниманія и подражанія со стороны всѣхъ тѣхъ, которые считаютъ себя въ числѣ сторонниковъ этихъ кассъ.

§ 25. ПРОТИВОРѢЧІЕ ВЪ ОСНОВНЫХЪ ПОЛОЖЕНІЯХЪ ПЕНСИОННО-СБЕРЕГАТЕЛЬНЫХЪ КАССЪ.

Въ заключеніе нашего теоретическаго изслѣдованія операций пенсионно-сберегательныхъ кассъ, мы докажемъ, что въ самыхъ основныхъ положеніяхъ этихъ кассъ заключается противорѣчіе, на которое мы, въ общихъ выраженіяхъ, уже указывали ранѣе въ § 5 этой главы.

Дѣйствительно, пенсія за выслугу (n) лѣтъ лицомъ, начальный возрастъ котораго (x), опредѣляется пенсионно-сберегательными кассами по формулѣ

$$\Pi_n = \frac{\sum_{k=1}^{n+1} a_k D_{x+k}}{N_{x+n+1}} \dots \dots \dots (\alpha)$$

Въ § 5 было показано, что процентъ отчисленія r'_n изъ жалованья на пенсіи, если съ самаго начала допустить въ этой формулѣ (α) постоянство жалованья въ теченіе всего періода службы, при постоянномъ отчисленіи r'_n , опредѣляется слѣдующимъ выраженіемъ:

$$r'_n = \frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \cdot \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c} \dots \dots \dots (\beta)$$

Если же, наоборотъ, сначала предположить, какъ то было сдѣлано въ § 14, что жалованье съ годами службы возрастаетъ прогрессивно, то, при денежномъ ростѣ равномъ росту жалованья и при постоянномъ процентѣ отчисленія r_n изъ жалованья на пенсіи, найдемъ для r_n выраженіе:

$$r_n = {}_n p_{x+1} v^{n+1} \frac{a_{x+n+1}}{{}_n E_{x+1}} \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_0} \dots \dots \dots (\gamma)$$

Допуская теперь постоянство жалованья въ теченіе всего періода службы, т. е. полагая въ выраженіи (γ) начальное жалованье равнымъ среднему, т. е. $\mathcal{H}_0 = \mathcal{H}_c$, мы должны были бы получить то же значеніе для процента отчисленія, которое было найдено ранѣе, при допущеніи постоянства жалованья съ самаго начала; однако, r_n , при $\mathcal{H}_0 = \mathcal{H}_c$ вообще, не равняется r'_n , найденному выше, при допущеніи $\mathcal{H}_0 = \mathcal{H}_c$, потому что такое равенство возможно только при условіи

$$\frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} = {}_n p_{x+1} v^{n+1} \frac{a_{x+n+1}}{{}_n E_{x+1}} \dots \dots \dots (\delta)$$

Но

$${}_n p_{x+n} v^{n+1} \frac{a_{x+n+1}}{{}_n E_{x+1}} = v \frac{\frac{N_{x+n+1}}{D_{x+1}}}}{{}_n E_{x+1}}$$

слѣдовательно, условіе (δ) требуетъ, чтобы

$${}_n E_{x+1} = v \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_{x+1}} \dots \dots \dots (\delta')$$

Но, если денежный ростъ не равенъ нулю, а слѣдовательно, не

равенъ нулю и ростъ жалованья, т. е. если жалованье съ годами службы измѣняется, то всегда должно быть

$${}_nE_{x+1} > v \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_{x+1}} \quad (8)$$

Итакъ, основная формула для вычисленія пенсій, допускаемая пенсіонно-сберегательными кассами, не вѣрна, потому что приводитъ къ противорѣчію, заключающемуся въ допущеніи равенства тѣхъ величинъ, которыя могутъ равняться только при одномъ условіи — отсутствіи денежнаго роста.

Однако, то что теоретически, въ силу противорѣчія, невозможно и должно быть отвергнуто, какъ неправильное рѣшеніе задачи, на практикѣ легко осуществляется, а теоретическая несостоятельность искусно прикрывается съ помощью особыхъ практическихъ приѣмовъ. Тотъ приѣмъ, который позволяетъ пенсіонно-сберегательнымъ кассамъ прикрыть ихъ теоретическую несостоятельность, заключается въ допущеніи распредѣленія взносовъ на пенсію по личнымъ счетамъ участниковъ; благовидный же предлогъ для такого распредѣленія даетъ фиктивное различіе между собственными взносами служащихъ и взносами учрежденія, которое проводится настойчиво во всѣхъ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ.

Дѣйствительно, при изложеніи теоріи Soulier въ § 4 этой главы мы показали, что Soulier допускаетъ обращеніе всѣхъ взносовъ въ пенсіонный фондъ непосредственно, пропуская учетъ всего періода службы, т. е. эмеритальнаго періода, предшествующаго выдачѣ пенсіи.

Но оставленіе безъ учета періода образованія пенсій и обращеніе всѣхъ взносовъ въ пенсіонный фондъ теоретически совершенно невозможно, потому что это равносильно уравненію эмеритальнаго капитала въ тождествѣ, опредѣляющемъ пенсіонную ренту ${}_nE_x$ перваго періода, нулю, но эмеритальный капиталъ, т. е. величина K_n въ тождествѣ (1) § 1 всегда больше нуля. Практически однако возможно свести къ нулю и ту величину, которая теоретически больше нуля, для этого стоитъ только экспроприровать ее, и такая экспроприація достигается въ отношеніи эмеритальнаго капитала путемъ обращенія всѣхъ взносовъ въ пенсіонный фондъ, ранѣе выхода служащихъ на пенсію, а практическій приѣмъ, которымъ прикрывается эта экспроприація чужихъ капиталовъ въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ, заключается въ распредѣленіи всѣхъ пенсіонныхъ взносовъ по личнымъ счетамъ участниковъ.

Если въ основномъ тождествѣ перваго періода пенсіонированія

$${}_nE_{x+1} = v \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_{x+1}} + i v K_{n+1},$$

взятомъ для взносовъ post-numerando сдѣлать неправильное допущеніе

$$K_{n+1} = 0,$$

которое равносильно распределению коллективного взноса по личным счетам всех участников до выхода их на пенсию, то

$${}_nE_{x+1} = v \cdot \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_{x+1}} \quad (h)$$

т. е. именно то невозможное условие, которое связано со способом пенсионирования, принятым в пенсионно-сберегательных кассах.

Но так как практически все дело не в том, в каком фонде числится эмеритальный капитал, а в том, как учитываются с него проценты, то допущение $K_{n+1} = 0$ или распределение взносов по личным счетам отнимает у взносов на пенсии те проценты, которые нарастают на эти взносы до выхода на пенсию, отчего процент отчисления на пенсию естественно повышается, а средства ликвидационного периода произвольно увеличиваются.

Следовательно, распределение взносов на пенсии по личным счетам противоречит требованиям правильной теории пенсионирования, связано с экспроприацией в пользу пенсионных касс всех процентов с этих взносов, за весь период службы (до начала пенсионирования), вследствие чего процент отчисления на пенсию повышается, но зато пенсионно-сберегательные кассы получают возможность увеличить средства своего ликвидационного фонда.

Мы, в самом начале нашего исследования, указали, что весь риск пенсионной операции связан с периодом ликвидации пенсионных резервов, а потому, с практической точки зрения, против такой предусмотрительности пенсионных касс ничего нельзя возразить, но, к сожалению, в этой предусмотрительности кассы заходят дальше, чем то необходимо, и самый способ ограждения от риска произволен и теоретический не обоснован. Мы предпочитаем признать открыто, что с пенсионированием пожизненными рентами связан известный риск, хотя, при надлежащем выборе таблицы дожития пенсионеров и при ограничении размера пенсии средним жалованьем, этот риск не может быть значителен, поэтому мы рекомендуем производить ликвидацию пенсионных резервов за счет бюджетных средств учреждения текущим образом, и такой способ для пенсионировавшего учреждения выгоднее способа распределения его взносов по личным счетам, с допущением неограниченного размера пенсий, потому что распределение взносов повышает размер процента отчисления на пенсию в $2\frac{1}{2}$ раза, что, конечно, не находится ни в каком соответствии с возможным риском пенсионной операции.

Наконец, указанное нами влияние распределения взносов по личным счетам вполне объясняет стремление пенсионно-сберегательных касс уменьшить вредное влияние распределения взносов по личным счетам, на которое мы отметили в § 24 этой главы и которое совершается в пенсионных кассах русских железных дорог: несмотря на кратковременность существования этих касс

неправильность учета взносов на личных счетах успѣла сказаться въ достаточной степени.

§ 26. Два предѣла высшій и низшій, для средняго значенія пожизненныхъ рентъ.

Мы формулировали математически противорѣчiе, лежащее въ основныхъ положенiяхъ пенсiонно-сберегательныхъ кассъ, указали на распредѣленiе взносовъ по личнымъ счетамъ, какъ на практическiй прiемъ, который прикрываетъ это противорѣчiе и дѣлаетъ его не столь очевиднымъ, и, наконецъ, показали, что цѣль такой неправильной постановки пенсiонированiя заключается въ желанiи обезпечить перiодъ ликвидацiи пенсiонныхъ резервовъ, связанный съ значительнымъ рискомъ, особенно, при томъ неограниченномъ размѣрѣ пенсiи, который вынуждены допускать пенсiонно-сберегательныя кассы, въ силу признанiя фиктивного различiя, между собственными взносами на пенсiи участниковъ кассы и взносами пенсiонирующаго учрежденiя.

Но, въ то же время, мы считаемъ необходимымъ указать, что источникъ противорѣчiя, къ которому приводитъ способъ пенсiонированiя, принятый пенсiонно-сберегательными кассами, лежитъ гораздо глубже.

Дѣло въ томъ, что средняя величина пожизненной ренты зависитъ отъ способа распредѣленiя взносовъ, а потому всякое распредѣленiе вноситъ въ дѣло пенсiонированiя ту неопредѣленность, которая связана съ неопредѣленнымъ значенiемъ средней величины пожизненной ренты и которая не допускаетъ возможности непосредственнаго уравненiя пожизненныхъ рентъ различнаго перiода продолжительности, по крайней мѣрѣ, безъ нѣкоторыхъ предосторожностей, суть которыхъ должна сводиться къ устраненiю или уменьшенiю влiянiя распредѣленiя взносовъ на величину пожизненныхъ рентъ, что практически осуществляется устраненiемъ фактическаго распредѣленiя взносовъ на пенсiи между участниками. Между тѣмъ какъ пенсiонно-сберегательныя кассы, не подозрѣвая, что значенiе средней пожизненной ренты зависитъ отъ распредѣленiя взносовъ, допускаютъ фактическое распредѣленiе взносовъ на пенсiи между участниками, отчего вся операцiя пенсiонированiя становится шаткою и неопредѣленною, такъ какъ ходъ ея нарушается всѣми тѣми факторами, которыя влiяютъ на распредѣленiе взносовъ и къ числу которыхъ относится ростъ жалованья, не устранимый въ дѣлѣ пенсiонированiя.

Въ Texte-Book стр. 137—138, § 93 и 99 указывается, что средняя величина пожизненной ренты не можетъ быть точно опредѣлена и зависитъ отъ способа распредѣленiя ея взносовъ между участниками; тамъ же доказывается, что въ зависимости отъ распредѣленiя средняя величина пожизненной ренты заключается между двумя предѣлами minimum— m и maximum— M , гдѣ

$$m = \frac{(1+i) N_x}{D_x - i N_{x+1}} \text{ или приблизительно, } m = \frac{(1+i) N_x}{D_x} = \\ = \frac{(1+i) (l_x v^x + l_{x+1} v^{x+1} + \dots + l_w v^w)}{l_x v^x}$$

и

$$M = \frac{(1+i) \left(\frac{l_x}{v^x} + \frac{l_{x+1}}{v^{x+1}} + \dots + \frac{l_\omega}{v^\omega} \right)}{\frac{l_x}{v^x}}$$

Откуда для временной пожизненной ренты получаются также два предѣла

$$\begin{aligned} m &= \frac{(1+i) (l_x v^x + l_{x+1} v^{x+1} + \dots + l_{x+n} v^{x+n})}{l_x v^x} = \\ &= \frac{(1+i) (N_x - N_{x+n+1})}{D_x} \dots \dots \dots (\alpha) \end{aligned}$$

и

$$M = \frac{(1+i) \left(\frac{l_x}{v^x} + \frac{l_{x+1}}{v^{x+1}} + \dots + \frac{l_{x+n}}{v^{x+n}} \right)}{\frac{l_x}{v^x}} \quad (\beta)$$

при допущеніи абсолютной прочности службы, прогрессивнаго роста жалованья и денежнаго роста равнаго росту жалованья величину M , т. е. максимальный предѣлъ средней ренты можно представить такъ

$$M = \frac{(1+i) \text{ж}_c \mid_n E_x}{\text{ж}_0} \quad (\beta')$$

слѣдовательно, среднее значеніе временной пожизненной ренты, въ зависимости отъ способа распредѣленія взносовъ между участниками, заключается между двумя предѣлами: минимальнымъ— m и максимальнымъ— M , гдѣ

$$m = (1+i) \frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_x} \text{ и } M = (1+i) \mid_n E_x \frac{\text{ж}_c}{\text{ж}_0}$$

При условіи $\text{ж}_0 = \text{ж}_c$, т. е., при неизмѣнности жалованья въ теченіе службы и при взносахъ на пенсіи post-а prae-numerando, среднее значеніе временной ренты заключается въ предѣлахъ:

$$m = (1+i) \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} \text{ и } M = (1+i) p_x \mid_n E_{x+1}$$

Но способъ рѣшенія задачи пенсіонированія въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ связанъ съ уравненіемъ этого низшаго и высшаго предѣла средняго значенія пожизненныхъ рентъ. Дѣйствительно, при условіи

$$m = M$$

мы получимъ условіе (и) предыдущаго параграфа, которое было необходимо для устраненія противорѣчія въ выводахъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, т. е.

$$\mid_n E_{x+1} = v \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_{x+1}}$$

Такъ какъ, въ общемъ случаѣ, это условіе невыполнимо, то способъ пенсіонированія, принимаемый пенсіонно-сберегательными кас-

сами, какъ требующій выполненія невозможнаго условія, долженъ быть признанъ неправильнымъ.

Итакъ, способъ пенсіонированія, принятый пенсіонно-сберегательными кассами и основанный на невозможномъ уравненіи временныхъ пожизненныхъ рентъ съ отсроченными пожизненными рентами, путемъ фактическаго распредѣленія взносовъ участниковъ по личнымъ счетамъ, заключаетъ въ себѣ неустранимое противорѣчіе, а потому, по существу, неправиленъ.

§ 27. Процентъ отчисленія на пенсіи связанъ съ высшимъ, а не низшимъ среднимъ значеніемъ пожизненной ренты.

Существованіе двухъ предѣловъ, для средняго значенія пожизненныхъ рентъ, показываетъ, что процентъ отчисленія на пенсіи, при допущеніи распредѣленія взносовъ, заключается также между двумя предѣлами: наименьшимъ r_m , соотвѣтствующемъ наибольшему среднему значенію пожизненной ренты, и наибольшимъ r_M , отвѣчающемъ наименьшему значенію той же ренты.

Величина r_m и r_M опредѣляется изъ уравненія наибольшаго и наименьшаго значенія временной ренты съ отсроченною пожизненною рентою, т. е. изъ условій

$$r_m \cdot \overline{жс} \cdot (1+i) \cdot {}_nE_x \cdot \frac{жс_c}{жс_0} = (1+i) \Pi_n \frac{N_{x+n}}{D_x}$$

и

$$r_M \cdot \overline{жс} \cdot (1+i) \frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_x} = (1+i) \Pi_n \frac{N_{x+n}}{D_x},$$

гдѣ $\overline{жс}$ есть вѣроятное жалованье каждаго участника при данной прочности службы и данномъ ростѣ жалованья, причемъ процентъ отчисленія на пенсіи связанъ съ вѣроятнымъ или ожидаемымъ жалованьемъ, а не со среднимъ въ виду того, что при индивидуализаціи взносовъ, которая выражается этими уравненіями, должно считаться съ ожидаемымъ жалованьемъ.

Такъ какъ было доказано, что при прогрессивномъ ростѣ жалованья и денежномъ ростѣ, равномъ росту жалованья, при всякой прочности службы ожидаемое жалованье равно начальному, т. е. имѣетъ мѣсто условіе

$$\overline{жс} = жс_0$$

то

Взносы на пенсіи

prae-numerando

post-numerando

$$r_m = {}_n p_x v^n \frac{a_{x+n}}{{}_n E_x} \cdot \frac{\Pi_n}{жс_c}$$

$$r_m = {}_n p_{x+1} v^{n+1} \frac{a_{x+n+1}}{{}_n E_{x+1}}$$

и

$$r_M = \frac{N_{x+n}}{N_x - N_{x+n+1}} \cdot \frac{\Pi_n}{жс_0}$$

$$r_M = \frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \cdot \frac{\Pi_n}{жс_0}$$

Минимальный процентъ отчисленія тождественъ съ процентомъ отчисленія, выведенномъ въ предположеніи пенсіонированія вкупомъ, а максимальный равенъ проценту отчисленія тонтинъ съ запаснымъ капиталомъ, или, что то же, проценту отчисленія, принимаемому пенсіонно-сберегательными кассами.

Является вопросъ, какой же процентъ отчисленія на пенсіи болѣе правиленъ? Отвѣтъ на это находится въ Teste-Book, гдѣ въ § 94 стр. 137 говорится, что наибольшее среднее значеніе пожизненныхъ рентъ, а слѣдовательно, наименьшій процентъ отчисленія соотвѣтствуетъ тому случаю, когда «les ayants droit de chaque participant ne retirent que la somme réelle produite par l'accumulation de ses propres annuités», что именно соотвѣтствуетъ условіямъ пенсіонированія, тогда какъ наименьшее среднее значеніе пожизненныхъ рентъ связано съ предположеніемъ, что «tous reçoivent la même somme, quel que soit le montant des sommes qu'ils ont versées».

Такимъ образомъ, только въ томъ случаѣ, если бы пенсія за выслугу лѣтъ выдавалась вѣкъ въ одномъ и томъ же размѣрѣ, когда бы и по какой причинѣ не послѣдовало оставленіе службы, процентъ отчисленія на пенсіи могъ бы достигать того максимума, который требуютъ пенсіонно-сберегательныя кассы, но коль скоро пенсіи выдаются въ размѣрѣ современной стоимости взносовъ, сдѣланныхъ на пенсію, т. е. въ прямомъ соотвѣтствіи съ продолжительностью службы процентъ отчисленія на пенсіи долженъ соотвѣтствовать минимуму.

Наконецъ, въ § 95 стр. 138 въ Teste-Book говорится, что comme il s'agit de valeurs acquises par des annuités nous devons les capitaliser à intérêt composé; tandis que lorsque nous avons affaire aux valeurs actuelles des annuités, il fallait les escompter à intérêt composé». Нѣсколько далѣе прибавляется, что капитализація рентъ не имѣетъ практическаго примѣненія, но надо было добавить— «въ дѣлѣ страхованія жизни», что было бы совершенно вѣрно, такъ какъ въ Teste-Book теорія пенсіонированія не излагается; напротивъ, въ дѣлѣ пенсіонированія надлежитъ примѣнить не учетъ, а капитализацію взносовъ, въ этомъ и заключается принципиальное отличіе пенсіонированія отъ страхованія.

До сихъ поръ на это не было обращено надлежащаго вниманія, и теорія пенсіонированія не была самостоятельно обоснована, вслѣдствіе слѣплого подражанія теоріи страхованія жизни, что и создало на практикѣ пенсіонно-сберегательныя кассы съ ихъ теоретически несостоятельными, произвольными, исполненными противорѣчій положеніями и неправильными преувеличенными расчетами стоимости пенсіонированія.

Б. В ы ч и с л е н і я.

§ 28. Вычисленіе процента отчисленія на пенсіи въ тонтинъ съ запаснымъ капиталомъ.

Формула тонтинъ съ запаснымъ капиталомъ:

$$r'_n = \frac{N_{x+n+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} \quad \frac{P_n}{Ж_0} = r'_n \frac{P_n}{Ж_0} \quad (4'')$$

при условіи

$$\Pi_n = \mathcal{H}_c ;$$

различныя величины r'_n для начального возраста $x=30$ могутъ быть взяты изъ таблицы № 2, графа 6-я, величины эти довольно быстро убываютъ съ возрастаніемъ (n). Пользуясь указанной таблицей, найдемъ, что эта тонтинна, а слѣдовательно, и пенсіонированіе по способу пенсіонно-сберегательныхъ кассъ требуетъ отчисленія, при выдачѣ полной пенсіи, равной среднему жалованью:

за 25 лѣтъ—22 $\frac{1}{2}$ %

» 30 » —13 »

» 35 » — 7 ,

Такимъ образомъ, если допустить выдачу пенсіи въ полномъ размѣрѣ средняго жалованья за выслугу немного большаго періода, чѣмъ обыкновенно предполагается — за 35 лѣтъ, вмѣсто 30 лѣтъ, то размѣръ отчисленія на пенсіи можетъ быть пониженъ почти вдвое съ 13 $\frac{1}{2}$ % до 7% и, намъ кажется, что такое значительное пониженіе взносов на пенсіи надо предпочесть, не смотря на то, что оно связано съ нѣкоторымъ удлинненіемъ срока выслуги полной пенсіи.

§ 29. Отношеніе между пенсіями различныхъ сроковъ службы опредѣляется по формулѣ

$$\frac{\Pi_m}{\Pi_n} = \frac{r_n^0}{r_m^0} \quad (g'),$$

при чемъ, въ силу постановки пенсій въ зависимость отъ возраста, размѣръ пенсій въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ не имѣетъ опредѣленной нормы, такъ что за счетъ отчисленія въ 13 $\frac{1}{2}$ %, или за счетъ отчисленія приблизительно равнаго проценту отчисленія, требуемаго большинствомъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, должны выдаваться слѣдующія пенсіи:

$$r'_{30} = 0.13$$

	Пенсіонно-сберегательныя кассы.	Пенсія за коллективный взносъ.
за 15 лѣтъ	$\Pi_{15} = \frac{1}{5} \Pi_n$	$\frac{1}{5} \Pi_n$
	$\Pi_{20} = \frac{1}{3} \Pi_n$	$\frac{1}{3} \Pi_n$
	$\Pi_{25} = \Pi_n$	$\frac{2}{3} \Pi_n$
	$\Pi_{30} = \frac{1}{1} \Pi_n = \mathcal{H}_c$	$\frac{1}{1} \Pi_n = \mathcal{H}_c$
	$\Pi_{35} = 2 \Pi_n$	$2 \Pi_n$
	$\Pi_{40} = 4 \Pi_n$	$4 \Pi_n$
	$\Pi_{45} = 8 \Pi_n$	$8 \Pi_n$

Мы видимъ, что при отсутствіи предѣльной нормы пенсіи достигаютъ чрезвычайнаго размѣра, а наличность служащихъ, которые будутъ получать такія пенсіи, не подлежитъ сомнѣнію; такъ, изъ небольшого штата служащихъ Московскаго Городскаго Управленія, который числился 45 лѣтъ назадъ (30 лѣтъ назадъ было только 700 человекъ),

все же вышелъ одинъ, прослужившій 45 лѣтъ и имѣющій только 60 лѣтъ, 2 служащихъ, прослужившихъ 40 лѣтъ и около 12, которые прослужили болѣе 35 лѣтъ. Принявъ же въ расчетъ таблицу прочности службы Западной французской желѣзной дороги, къ прочности службы которой очень близка прочность городской службы, мы видимъ, что несмотря на то, что пенсіи на этой дорогѣ ограничены предѣльной нормой, слѣдовательно, по достиженіи срока выслуги полной пенсіи—около 28 лѣтъ службы—начинается быстрое убываніе служащихъ,—все же 35 лѣтъ выслуживаетъ 4%, 40 лѣтъ—1% и даже 45 лѣтъ выслуживаетъ 0,15% всѣхъ вновь вступающихъ; поэтому выдача 8-кратныхъ окладовъ жалованья въ пенсію будетъ явленіемъ не рѣдкимъ, а выдача 4-кратныхъ и, тѣмъ болѣе, двойныхъ окладовъ даже довольно обыкновеннымъ явленіемъ.

Для того, чтобы платить 8-кратную пенсію служащему съ среднимъ окладомъ въ 800 руб., каково среднее жалованье на городской службѣ, касса должна имѣть капиталъ, равный $8 \times 800 \times 6 = 38.400$ руб.; причемъ среднее ожиданіе жизни, при которомъ выдача такой пенсіи, за 13% отчисленія на пенсіи, можетъ быть безобидна для кассы—только 7 лѣтъ, а потому, если на такую пенсію выйдетъ 60-лѣтній, вмѣсто предполагаемаго 75-лѣтняго, каковой именно случай имѣетъ мѣсто въ практикѣ городской службы, то для него среднее ожиданіе жизни 14 лѣтъ, т. е. вдвое болѣе, а потому касса имѣетъ достаточную вѣроятность приплатить на выдачу пенсіи такому служащему, если онъ доживетъ только до 74 лѣтъ, еще около 38.400 руб. Конечно, поступившій 15-ти лѣтъ на службу и 45 лѣтъ тому назадъ, не получалъ съ самаго начала 800 руб. жалованья и вслѣдствіе этого можно предполагать, что уплачиваемая ему пенсія будетъ значительно меньше, а потому и убытокъ кассы нами преувеличенъ, но мы желали только показать возможность и значительность такого убытка.

Но и безъ какихъ-либо примѣровъ легко понять, что при выдачѣ пенсій, превышающихъ въ (m) разъ жалованье, касса во всѣхъ случаяхъ, когда такой пенсіонеръ переживаетъ періодъ ожидаемой для него жизни, несетъ ежегодный убытокъ, равный (m) -кратному жалованью, и немного надо времени для того, чтобы, при сравнительно ничтожномъ числѣ такихъ случаевъ, проиграть на нихъ значительные капиталы, не говоря уже о всей безцѣльности такой азартной игры для цѣлей правильнаго пенсіонированія.

Замѣтимъ кстати, что если бы мы вычислили пенсіи по способу пенсіонно-сберегательныхъ кассъ на основаніи той таблицы множителей, которую предлагаетъ г. Преображенскій, то получили бы между пенсіями совершенно тѣ же отношенія, для возраста начальнаго $x=30$:

$$P_{16} = 1.62a$$

$$P_{20} = 2.85a$$

$$P_{26} = 4.92a$$

$$P_{30} = 8.71a$$

$$P_{36} = 16.44a$$

$$P_{40} = 34.64a$$

гдѣ a есть ежегодный взносъ на пенсію; предполагая его равнымъ 12% жалованья, получимъ приблизительно тѣ же соотношенія между пенсіями, что приведены выше.

Чѣмъ больше взносъ на пенсіи, тѣмъ, конечно, больше абсолютная величина пенсій, а такъ какъ выслуживаютъ пенсію, вообще, лица съ окладами болѣе высокими, то, при отсутствіи предѣльнаго размѣра полной пенсіи и при допущеніи пенсій, превышающихъ среднее жалованье служащихъ за всѣ годы службы, въ наиболѣе выгодныя условія касса ставитъ меньшинство служащихъ, начинающихъ службу съ большихъ окладовъ, преуспѣвающихъ на службѣ и достигающихъ наибольшихъ окладовъ, т. е. именно тѣхъ, на пенсіяхъ которыхъ, при отсутствіи предѣльнаго размѣра полной пенсіи и при допущеніи пенсій, превышающихъ среднее жалованье, касса рискуетъ получить наибольшіе убытки, тѣмъ болѣе вѣроятные, что смертность этихъ наиболѣе счастливыхъ служащихъ, поставленныхъ съ самаго начала въ наиболѣе благопріятныя матеріальныя условія, должна быть, вообще говоря, наименьшая.

Выше даны отношенія пенсій различныхъ сроковъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ въ сопоставленіи съ пенсіями за счетъ коллективныхъ взносовъ. Всѣ досрочныя пенсіи въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ менѣе пенсій за счетъ коллективныхъ взносовъ—послѣднія превосходятъ первыя: за 15 лѣтъ $\frac{1}{3} P_n$, а не $\frac{1}{5} P_n$; за 20 лѣтъ пенсіи $\frac{1}{2} P_n$, а не $\frac{1}{3} P_n$, за 25 лѣтъ $\frac{2}{3} P_n$, а не $\frac{1}{2} P_n$, затѣмъ для сроковъ службы свыше 30 лѣтъ первыя пенсіи даютъ очень много, вторыя могли бы давать не меньшія пенсіи, но, по соображеніямъ практическаго свойства и по теоріи вѣроятностей, требующей ограниченія ставокъ во всѣхъ операціяхъ, связанныхъ съ вѣроятностями, каковое ограниченіе вполне возможно при коллективности взносовъ на пенсіи, размѣръ пенсій за выслугу болѣе 30 лѣтъ признается подлежащимъ ограниченію предѣльною нормою—среднимъ жалованьемъ.

§ 30. Величина вкупа.

При взносѣ въ тонтину, равномъ r'_n съ среднимъ жалованьемъ $ж_c$, получимъ величину вкупа

$$W'_n = r'_n ж_c \sum_0^n x_n \frac{N_x - N_{x+m+1}}{D_{x+m}} \quad (7')$$

Въ таблицѣ № 11 дана величина суммы вкупа при 1 рублѣ взноса на пенсію и при дѣйствительномъ числѣ служащихъ, состоящихъ на городской службѣ въ 1902 году; эта величина равна 51.524 руб., а потому при среднемъ жалованіи городскихъ служащихъ $ж_c = 710$ руб. и при предполагаемомъ Пенсіонною Коммиссіею взносѣ на пенсію 12%

$$W_n = 0.12 \times 710 \times 51524 = 4363733$$

Но такова величина вкупа, если разсчитать вкупъ по числу дѣйствительно состоящихъ на службѣ въ данное время, т. е. по на-

личному числу служащихъ. Если же исходить изъ тѣхъ теоретическихъ положеній, которыя лежатъ въ основѣ всѣхъ расчетовъ пенсіонно-сберегательныхъ касъ, предполагающихъ абсолютную прочность службы, то вкупъ долженъ быть вычисленъ по формулѣ:

$$\mathfrak{W}'_n = \frac{r'_n \mathcal{K}}{{}_n E_x} \sum_0^n {}_{m+1} p_x \frac{N_{x+1} - N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}} \quad ((7' - a))$$

Изъ таблицы № 11 имѣемъ при $x=30$, $n=30$

$$\sum_0^n {}_{m+1} p_x \frac{N_{x+1} - N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}} = 948.7,$$

а потому при

$$\begin{aligned} r'_n &= 0.12 \\ {}_n E_x &= 26.494 \\ \mathcal{K} &= 2398072, \end{aligned}$$

гдѣ $\mathcal{K}=2398072$ есть годовой окладъ жалованья служащихъ г. Москвы на 1902 г., найдемъ

$$\mathfrak{W}'_n = \frac{0.12 \times 2398072 \times 948.7}{26.494} = 7157200$$

Величина вкупа пенсіонно-сберегательныхъ касъ въ предположеніи абсолютной прочности службы была бы въ полтора раза болѣе той величины вкупа, расчетъ котораго основанъ на дѣйствительномъ числѣ служащихъ; слѣдовательно, *вкупъ за старослужащихъ пенсіонно-сберегательныя кассы разсчитываютъ по дѣйствительной прочности службы, тогда какъ процентъ отчисленія на пенсіи вычисляютъ въ предположеніи абсолютной прочности службы.*

§ 31. УСЛОВІЕ, ПРИ КОТОРОМЪ ТОНТИНА ПЕНСИОННО-СБЕРЕГАТЕЛЬНЫХЪ КАСЪ НЕ ДАЕТЪ ИЗЛИШНИХЪ ДЛЯ ЦѢЛЕЙ ПЕНСИОНИРОВАНИЯ ЗАПАСНЫХЪ СРЕДСТВЪ. Условіе это есть:

$$r'_n < {}_n p_{x+1} v^{n+1} \frac{V_{n+1}}{K_{n+1}} \quad (8'')$$

при

$$\Pi_n = \mathcal{K}_c$$

Такъ какъ

$$\begin{aligned} K_{n+1} &= v \sum_0^n {}_{m+1} p_{x+1} \frac{N_{x+m+2} - N_{x+n+2}}{D_{x+m+2}} = \\ &= v \sum_1^{n+1} {}_m p_{x+1} \frac{N_{x+m+1} - N_{x+n+2}}{D_{x+m+1}} = \\ &= v \sum_1^{n+1} {}_m p_{x+1} \frac{N_x - N_{x+n+2}}{D_{x+m+1}} - v \sum_1^{n+1} {}_m p_{x+1} \frac{N_x - N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}} = \end{aligned}$$

$$= \frac{N_x - N_{x+n+2}}{D_{x+1}} \sum_0^n C_m - \frac{1}{p_x} \sum_1^{n+1} v \cdot m+1 p_x \frac{N_x - N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}}$$

$$V_{n+1} = v \sum_0^\sigma m+1 p_{x+n+1} \frac{N_{x+n+m+2}}{D_{x+n+m+2}} =$$

$$= \frac{v}{n+1 p_x} \sum_0^\sigma n+m+2 p_x \frac{N_{x+n+m+2}}{D_{x+n+m+2}}$$

Въ таблицѣ № 11 даны величины $\sum_1^{n+1} v \cdot m+1 p_x \frac{N_x - N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}}$ и

$\sum_1^\sigma m p_x \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}}$, а слѣдовательно и той суммы, которая входитъ въ выраженіе V_{n+1}

При $x=30$, $n=30$ найдемъ

$$\frac{N_x - N_{x+n+2}}{D_{x+n}} = \frac{501999 - 47633}{26383} = 17.2$$

$$\sum_0^n C_m = 59.3$$

$$\frac{1}{p_x} = 1.01$$

$$\sum_1^{n+1} v \cdot m+1 p_x \frac{N_x - N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}} = 763.3$$

$$\frac{v}{n+1 p_x} = \frac{0.962}{0.636} = 1.5$$

$$\sum_0^\sigma n+m+2 p_x \frac{N_{x+n+m+2}}{D_{x+n+m+2}} = 44.92$$

Откуда

$$K_{n+1} = 17.2 \times 59.3 - 1.01 \times 763.3 = 237$$

$$V_{n+1} = 1.5 \times 44.92 = 67.35$$

Поэтому

$$\frac{V_{n+1}}{K_{n+1}} = \frac{67.35}{237} = 0.28.$$

Такъ какъ

$$n p_{x+1} = 0.67$$

$$v^{n+1} = 0.31$$

то должно быть

$$r'_n < 0.67 \times 0.31 \times 0.28.$$

или

$$r'_n < 0.058$$

а такъ какъ процентъ отчисленія тонтинны пенсіонно-сберегательныхъ кассъ равенъ

$$r'_n = \frac{N_x - N_{x+n+1}}{D_{x+n+1}} = 0.13$$

и на практикѣ эти кассы находятъ возможнымъ брать не менѣе 0.12, слѣдовательно, *тонтинна пенсіонно-сберегательныхъ кассъ никогда не удовлетворяетъ условію безобидности, и отчисленіе въ 12% надо считать болѣе чѣмъ въ два раза превышающимъ то отчисленіе, которое требуется для безобидности операций тонтинны.*

§ 32. Величина процента отчисленія на пенсіи при коллективныхъ взносахъ, т. е. при условіи безвозвратности взносовъ на пенсіи.

Если разсматривать всѣ взносы на пенсію безвозвратными, или считать ихъ взносами пенсіонирующаго учрежденія, то ежегодное отчисленіе на пенсіи представляетъ собою вкупъ за однихъ вновь вступающихъ на службу, такъ какъ старослужащіе предполагаются вкупленными въ кассу. Процентъ отчисленія на пенсіи при такомъ взглядѣ на ежегодное отчисленіе дается формулою

$$r_n = {}_{n+1}p_x v^{n+1} \frac{a_{x+n+1}}{{}_nE_x} \frac{\Pi_n}{\mathcal{K}_c} \quad (6)$$

При обычномъ условіи

$$\Pi_n = \mathcal{K}_c$$

и такъ какъ, при $x=30$, $n=30$,

$${}_{n+1}p_x = 0.636; v^{n+1} = 0.296; a_{x+n+1} = 10.129, {}_nE_x = 26.494.$$

найдемъ

$$r_n = 0.072 ;$$

слѣдовательно, *при коллективности, или безвозвратности взносовъ на пенсію, при оплатѣ пенсіями всѣхъ сроковъ службы, достаточно отчислять на пенсіи немногимъ болѣе 7%, тогда какъ пенсіонно-сберегательныя кассы, отсрочивая выдачу пенсіи за счетъ коллективнаго взноса на 15 лѣтъ, берутъ 12%.*

Выраженіе (6) тождественно съ выраженіемъ процента отчисленія эмеритальныхъ пенсій на оплату одного (n) срока службы безъ вкупа; въ таблицѣ № 6 дана величина процента отчисленія эмеритальныхъ пенсій безъ вкупа, при абсолютной прочности службы, при оплатѣ всѣхъ сроковъ службы, и эта величина равна 12%; слѣдовательно, вкупъ всегда можетъ быть замѣненъ, при коллективности взносовъ, увеличеніемъ ежегоднаго отчисленія на пенсіи на величину $12-7=5\%$.

Вкупъ старослужащихъ, при пенсіонированіи же вкупомъ вновь вступающихъ, или при пенсіонированіи на коллективныхъ началахъ, выражается, при оплатѣ пенсіями всѣхъ сроковъ, службы формулою:

$$\mathcal{W}_n = r_n C_{n+1} \mathcal{K} \quad (7)$$

слѣдовательно, зависитъ отъ размѣра годового жалованія всѣхъ служащихъ $\mathcal{K}$, отъ величины процента отчисленія на пенсіи r_n и капитальной стоимости денежной ренты съ ежегоднымъ взносомъ въ 1 руб.

C_{n+1} , т. е. явной зависимости вкупѣ отъ вѣроятности дожитія нѣтъ—она скрыта въ процентѣ отчисленія r_n .

Такъ какъ

$$r_n = 0.072$$

$$C_{n+1} = 59.33, \quad ,$$

то, при жалованіи всѣхъ городскихъ служащихъ въ 1902 году

$$Ж = 2398072,$$

вкупъ за старослужащихъ, при коллективномъ пенсіонированіи:

$$\mathfrak{B}_n = 0.072 \times 59.33 \times 2398072 = 10244000.$$

При сокращеніи числа пенсіонируемыхъ сроковъ на (κ) , т. е. если выдача пенсій начинается только послѣ выслуги (κ) лѣтъ, процентъ отчисленія на пенсіи при коллективности взносовъ можетъ быть пониженъ по формулѣ

$$r_n^{(\kappa)} = {}_{\kappa}p_{x+1} \cdot r_n$$

т. е. уменьшается въ ${}_{\kappa}p_{x+1}$ разъ, при вкупѣ, опредѣляемомъ по формулѣ

$$\mathfrak{B}_n^{(\kappa)} = r_n C_{n-\kappa} Ж.$$

гдѣ

$$C_{n-\kappa} = C_{n+1} - C_{\kappa+1}$$

т. е. въ выраженіи вкупѣ пониженіе числа пенсіонируемыхъ сроковъ оказываетъ вліяніе только на множитель $C_{n-\kappa}$, но процентъ отчисленія не измѣняется, такъ какъ отношеніе между пенсіями всѣхъ пенсіонируемыхъ сроковъ остается то же самое.

При $\kappa=15$, т. е. при неоплатѣ пенсіями первыхъ 15-ти сроковъ службы, слѣдовательно того самаго числа сроковъ службы, которое предлагается оставить безъ оплаты Пенсіонною Коммиссіею Думы,

$${}_{\kappa}p_{x+1} = 0.869$$

$$C_{n-\kappa} = 59.33 - 21.83 = 37.5, \quad ,$$

поэтому

$$r_n^{(\kappa)} = 0.869 \times 0.72 = 0.063$$

и

$$\mathfrak{B}_n^{(\kappa)} = 0.063 \times 37.5 \times 2398072 = 5674900.$$

Итакъ, при неоплатѣ пенсіями первыхъ 15-ти сроковъ службы, коллективное пенсіонированіе требуетъ вдвое меньшаго процента отчисленія на пенсіи—около 6%—, чѣмъ пенсіонно-сберегательныя кассы—12%, при вкупѣ за старослужащихъ около 6½ миллионовъ, на что пенсіонно-сберегательныя кассы требуютъ около 4½ миллионовъ, причемъ отношенія пенсій коллективныхъ больше пенсій, выдаваемыхъ пенсіонно-сберегательными кассами.

Наконецъ, если учесть и прочность службы, предполагая для городскихъ служащихъ прочность службы не меньшую, чѣмъ прочность службы Западной французской желѣзной дороги, то процентъ отчисленія и вкупъ еще болѣе понижается, тогда какъ пенсіонно-сбе-

сберегательныя кассы, индивидуализируя взносы, учитываютъ прочность службы въ пользу кассы, а не пенсіонирующаго учрежденія и служащихъ его.

При какой-либо прочности службы формула процента отчисленія на пенсіи при коллективности взносовъ—

$$r_n = \lambda |_n \rho v^n a_{x+n} \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_0} \quad (6'')$$

при обычномъ условіи

$$\Pi_n = \mathcal{H}_0$$

и при прочности службы Западной французской желѣзной дороги, при $x=30$ и $n=28$,

$$\lambda=0.05; |_n \rho=0.4; v^n=0.333; a_{x+n}=11.09$$

$$r_n = 0.05 \times 0.4 \times 0.333 \times 11.09 = 0.074.$$

Слѣдовательно, при оплатѣ всѣхъ сроковъ службы отчисленіе на пенсіи было бы почти то же и даже нѣсколько больше, но при неоплатѣ первыхъ 14 сроковъ (половины всѣхъ сроковъ службы)

$$r_n^{(k)} = |_k \rho r_n,$$

гдѣ

$$|_k \rho = 0.626$$

$$r_n^{(k)} = 0.626 \times 0.074 = 0.047$$

—процентъ отчисленія уже значительно меньше, чѣмъ при абсолютной прочности службы.

Но величина вкупъ выражается попрежнему формулою

$$\mathcal{W}_n^{(k)} = r_n C_{n+k} \mathcal{H}$$

и такъ какъ r_n при прочности службы Западной французской желѣзной дороги даже нѣсколько больше, чѣмъ при абсолютной прочности, то учетомъ прочности службы достигается только довольно значительное пониженіе ежегодныхъ платежей съ 6.3% на 4.7%, но вкупъ будетъ даже больше, хотя на величину ничтожную

$$\mathcal{W}_n^{(k)} = 0.074 \times 37.5 \times 2398072 = 6654700.$$

т. е. также около $6\frac{1}{2}$ милліоновъ, съ превышеніемъ на 150 тысячъ.

Замѣтимъ, что мы принимали $\Pi_n = \mathcal{H}_0$, но въ общемъ изслѣдо-

ваніи вліянія множителя $\frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_0}$ на величину пенсій мы показали, что

учетъ семейнаго положенія служащихъ, вполнѣ возможный при коллективности взносовъ, позволяетъ понизить отношеніе $\frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_0}$, что опять-

таки невозможно вовсе для пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, процентъ отчисленія которыхъ не только не связанъ съ этимъ отношеніемъ, но даже въ принципѣ допускается возможность пенсій, во много разъ превосходящихъ среднее жалованье.

Наконецъ, вкупъ за старослужащихъ не обязателенъ, и всегда возможно производить выдачу пенсій безъ всякаго вкупъ, по типу

эмеритального пенсионирования, которое требует, при абсолютной прочности службы, отчисления:

$$r=r_n \sum_0^n \mu_{x+m+1}$$

при оплатѣ всѣхъ сроковъ службы и

$$r=r_n \sum_k^n \mu_{x+m+1}$$

при неоплатѣ первыхъ (к) сроковъ.

При какойнибудь прочности службы въ первомъ случаѣ

$$r=r_n \sum_0^n \lambda_{m+1},$$

во второмъ случаѣ

$$r=r_n \sum_k^n \lambda_{m+1} ;$$

причемъ въ обоихъ случаяхъ:

$$\mu_{x+n+1}=1 \text{ и } \lambda_{x+1}=1$$

§ 33. СРАВНЕНИЕ СТОИМОСТИ ПЕНСИЙ ВЪ ПЕНСИОННО-СБЕРЕГАТЕЛЬНЫХЪ КАССАХЪ СО СТОИМОСТЬЮ ПЕНСИЙ ЗА СЧЕТЪ КОЛЛЕКТИВНЫХЪ ВЗНЕСОВЪ.

Взявъ вышеприведенныя выраженія для абсолютной прочности службы и для прочности службы Западной ф.ж. д. изъ таблицы 6-й и сопоставивъ ихъ съ пенсионированіемъ вкупомъ, получимъ, при одномъ и томъ же отношеніи между пенсіями различныхъ сроковъ:

	Пенсионно-сберегательныя кассы.		Коллективные взносы.		Эмеритальныя пенсіи.	
	Вкупъ старослужащихъ.	Процентъ отчисленія.	Вкупъ старослужащихъ.	Процентъ отчисленія.	Вкупъ старослужащихъ.	Процентъ отчисленія.
Абсолютная прочность.						
При оплатѣ всѣхъ сроковъ службы	4½ милл.	12	10 милл.	7	Н е н у ж е н ъ	12
При неоплатѣ первыхъ 15-ти сроковъ	4½ милл.	12	6½ милл.	6		10
Прочность службы Ф. ж. д.						
При оплатѣ всѣхъ сроковъ службы	4½ милл.	12	10 милл.	7½		15
При неоплатѣ первыхъ 15-ти сроковъ	4½ милл.	12	6½ милл.	5		11

Слѣдовательно, пенсіонно-сберегательныя кассы, требуя вкупѣ за старослужащихъ около $4\frac{1}{2}$ миллионѣвъ и отсрочивая выдачу пенсій на 15 лѣтъ, берутъ такой процентъ отчисленія, при которомъ возможно пенсіонированіе всѣхъ сроковъ службы безъ всякаго вкупѣ за старослужащихъ и съ выдачею пенсій большаго размѣра.

Выдача несообразно большихъ пенсій за выслугу тѣхъ сроковъ службы, которые превышаютъ предѣльный срокъ службы, еслибы даже такія рискованныя пенсіи оправдывались практическою необходимостью, не можетъ оправдывать высокаго процента отчисленія на пенсіи, потому что эмеритальныя пенсіи безъ вкупѣ, за тотъ же размѣръ отчисленія, при оплатѣ пенсіями всѣхъ начальныхъ сроковъ службы, и пенсіи съ коллективнымъ взносомъ при томъ же вкупѣ — за отчисленіе вдвое меньшее — могутъ выдавать пенсіи за выслугу тѣхъ сроковъ, которые превышаютъ предѣльный, въ размѣрѣ не меньшемъ, чѣмъ пенсіонно-сберегательныя кассы, и ограниченіе размѣра пенсій среднимъ жалованьемъ, при этихъ способахъ пенсіонированія, требуется не размѣромъ отчисленія на пенсіи, а болѣе общими соображеніями — желаніемъ ограничить рискъ пенсіонированія предѣльной ставкой, согласно съ требованіями теоріи вѣроятности, и въ виду практической безцѣльности такого риска, потому что служащій не можетъ претендовать на пенсію болѣеую, чѣмъ его среднее жалованье. Требованія благоразумія, слѣдующимъ которымъ надлежитъ ограничивать размѣръ пенсій, въ данномъ случаѣ не связаны съ нарушеніемъ чьихъ-либо справедливыхъ интересовъ, а потому нѣтъ никакихъ практическихъ основаній вести игру на повышеніе пенсій: теоретически выдача высокихъ пенсій возможна при всякомъ типѣ пенсіонированія, но практически для такой выдачи нельзя подыскать никакого оправданія. Гораздо правильнѣе обратить возможные, при такомъ ограниченіи размѣра пенсій, и довольно значительныя сбереженія на выдачу усиленныхъ и ускоренныхъ пенсій инвалидныхъ или вдовьихъ и сиротскихъ, для которыхъ въ этихъ сбереженіяхъ найдутся болѣе чѣмъ достаточныя средства.

§ 34. Пенсии за счетъ собственныхъ взносовъ.

Пенсіонно-сберегательныя кассы признають половину всѣхъ взносовъ на пенсіи взносами собственными, подлежащими возврату по востребованію, и только другую половину считаютъ взносомъ учрежденія, т. е. взносомъ коллективнымъ. Въ этомъ смѣшеніи задачи сбереженія съ задачею пенсіонированія и заключается разгадка высокаго процента отчисленія на пенсіи: пенсіонно-сберегательныя кассы, оцѣнивая низко коллективный взносъ на пенсіи, т. е. требуя въ этой половинѣ взносовъ больше, чѣмъ необходимо при томъ условіи, еслибы всѣ взносы были коллективны, и получая отъ такого преувеличенія процента отчисленія запасныя средства, — могутъ насчитывать на собственные взносы болѣеій процентъ, чѣмъ тотъ, на который эти взносы, какъ взносы до востребованія, могутъ рассчитывать.

Еслибы пенсіи составлялись изъ собственныхъ взносовъ, которые могутъ имѣть одинъ денежный ростъ и не могутъ имѣть роста отъ смертности, то процентъ отчисленія за такого рода пенсіи, изъ однихъ индивидуальныхъ сбереженій, опредѣляется по формулѣ

$$r''_n = \frac{a_{x+n+1}}{C_{n+1}} \cdot \frac{\Pi_n}{\mathcal{H}_c} \quad (5)$$

и при обычномъ условіи:

$$\Pi_n = \mathcal{H}_c,$$

полагая $x=30$, $n=30$, имѣемъ:

$$a_{x+n+1} = 10.129$$

$$C_{n+1} = 62.70,$$

и потому найдемъ, что

$$r''_n = \frac{10.129}{62.70} = 0.16$$

Вкупъ же за старослужащихъ, при выдачѣ пенсій за счетъ собственныхъ сбереженій, опредѣляется по формулѣ:

$$\mathfrak{B}''_n = r''_n \frac{\mathcal{H}}{{}_n E_x} \sum_0^n {}_m p_{x+1} C_{x+1} \quad (7'');$$

величина $\sum_0^n {}_m p_{x+1} C_{m+1} = \frac{1}{p_x} \sum_1^n {}_m p_x C_m$ дана въ таблицѣ № 11.

Для городскихъ служащихъ

$$\mathcal{H} = 2398072$$

Изъ таблицъ, при указанныхъ выше начальныхъ данныхъ, найдемъ

$${}_n E_n = 26.494.$$

$$\sum_1^n {}_m p_x C_m = 641.31$$

$$\frac{1}{p_x} = 1.01$$

поэтому

$$\mathfrak{B}''_n = 0.16 \cdot \frac{641.31}{26.494 \times 1.01} \cdot 2398072 = 9195800.$$

Отношенія пенсій различныхъ сроковъ службы опредѣляются по формулѣ

$$\frac{\Pi_m}{\Pi_n} = \frac{a_{x+n+1}}{a_{x+m+1}} \cdot \frac{C_{m+1}}{C_{n+1}} \quad (i'')$$

и даются, въ сопоставленіи съ пенсіями тѣхъ же сроковъ за счетъ коллективныхъ взносовъ, въ нижеслѣдующей таблицѣ:

	Отношеніе пенсій различныхъ сроковъ.			
	Собствен- ные взносы.	Коллектив- ные взносы.	Пенсионно- сберегатель- ныя кассы.	Половина взносовъ собственная другая поло- вина коллек- тивная.
За 15 лѣтъ службы P_{15} . .	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
» 20 » » P_{20} . .	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
» 25 » » P_{25} . .	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{3}$
» 30 » » P_{30} . .	1	1	1	1
» 35 » » P_{35} . .	$1\frac{1}{2}$	2	2	2
» 40 » » P_{40} . .	$2\frac{1}{2}$	4	4	3
» 45 » » P_{45} . .	$3\frac{1}{2}$	8	8	6

Причемъ при отсроченности уплаты пенсій до 15 срока службы и абсолютной прочности службы:

	Собственные взносы.	Коллективные взносы.	Пенсионно-сбере- гательныя кассы.
Процентъ отчисленія на пенсіи	16	6	12
Вкупъ за старослужа- щихъ	9 милл.	$6\frac{1}{2}$ милл.	$4\frac{1}{2}$ милл.

Итакъ, пенсіи за счетъ собственныхъ взносовъ стоятъ болѣе, чѣмъ въ $2\frac{1}{2}$ раза дороже коллективныхъ пенсій и требуютъ вкупъ за старослужащихъ въ $1\frac{1}{2}$ раза большаго, причемъ пенсіи досрочныя за счетъ собственныхъ взносовъ не могутъ быть отсрочены, но размѣръ ихъ всегда ниже коллективныхъ пенсій соотвѣтственныхъ сроковъ.

Пенсионно-сберегательныя кассы произвольно отождествляютъ собственные взносы съ коллективными, допуская распредѣленіе тѣхъ и другихъ по личнымъ счетамъ всѣхъ служащихъ, вслѣдствіе чего коллективный взносъ, подлежащій распредѣленію только между вновь вступающими, обезцѣнивается; кромѣ того, въ теченіе первыхъ 5 лѣтъ службы нѣкоторыя кассы находятъ возможнымъ выдавать собственные взносы безъ начисленія сложныхъ процентовъ; затѣмъ до 15-ти лѣтъ не допускаютъ обращенія собственныхъ взносовъ въ пожизненныя ренты, а взносы коллективные, несмотря на то, что они не могутъ выдаваться ранѣе 15-ти лѣтъ, числятъ на счетахъ всѣхъ служащихъ даже и не выслужившихъ этого срока, что создаетъ запасный капиталъ въ скрытой формѣ; наконецъ, по выслугѣ 15-ти лѣтъ, за все время, начиная съ самаго начала службы, на собственные взносы начисляются уже не только проценты денежнаго роста, но и проценты отъ смертности, что пенсионно-сберегательныя кассы, конечно, могутъ дѣлать только за счетъ неправильнаго распредѣленія коллективнаго от-

численія. При такомъ произвольномъ смѣшеніи и произвольномъ учетѣ двухъ совершенно различныхъ операцій—пенсіонированія за счетъ собственныхъ сбереженій съ пенсіонированіемъ за счетъ коллективныхъ взносов—пенсіонно-сберегательныя кассы находятъ возможнымъ выдавать пенсіи за различные сроки службы въ размѣрѣ меньшемъ, чѣмъ должны выдаваться пенсіи и за счетъ собственныхъ, и за счетъ коллективныхъ взносов; за сроки же службы, превышающіе нормальный предѣльный срокъ—30 лѣтъ, пенсіонно-сберегательныя кассы выдаютъ рискованныя пенсіи: во-первыхъ, по самому размѣру, а во-вторыхъ, потому, что за счетъ собственныхъ взносов выдаются такія пенсіи, которыя за счетъ этихъ взносов выдаваться не могутъ. За пенсіи такого рода пенсіонно-сберегательныя кассы требуютъ не средній процентъ отчисленія пенсій за счетъ однихъ собственныхъ и однихъ коллективныхъ взносов, т. е. не $\frac{16+6}{2}=11\%$, а нѣсколько больше 12% , но зато ограничиваются вкупомъ въ размѣрѣ меньшемъ— $4\frac{1}{2}$ милліона вмѣсто 7 милліоновъ.

Слѣдовательно, пенсіонно-сберегательныя кассы суть обыкновенныя сберегательныя кассы, которыя допускаютъ обращеніе собственныхъ взносов участниковъ въ пожизненныя ренты, начиная съ известнаго срока, стоимость же такого пенсіонированія понижается посредствомъ коллективнаго взноса учрежденія.

§ 35. Вліяніе роста жалованья.

Всѣ предыдущіе расчеты предполагали жалованье неизмѣняющимся съ годами службы; если же допустить ростъ жалованья и учетъ пенсій изъ того же процента, который равенъ проценту роста жалованья, то процентъ отчисленія пенсіонно-сберегательныхъ кассъ опредѣляется по формулѣ:

$$r_n = r_n \frac{Ж_с}{Ж_0} \quad (16)$$

Процентъ роста жалованья на русскихъ желѣзныхъ дорогахъ и въ Московскомъ Городскомъ Управленіи равенъ 4% , т. е. тому денежному росту, изъ котораго учитываются пенсіи; поэтому, величина r_n есть та же, что найденная нами выше, при денежномъ ростѣ равномъ 4% , т. е.

$$r_n = 0.07$$

Величина $\frac{Ж_с}{Ж_0}$ имѣетъ въ различныхъ учрежденіяхъ различную величину.

Русскія казенныя желѣз-			
ныя дороги	$\frac{Ж_с}{Ж_0}$	$=1.41$	поэтому $r_n = 0.10$
Московское Городское			
Управленіе		$=1.25$	, $=0.09.$

Вкупъ за старослужащихъ, при допущеніи роста жалованья, въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ опредѣляется по формулѣ:

$$\mathfrak{W}'_n = \frac{r_n \mathcal{K}}{|nE_x} \sum_1^{n+1} |mE_x (1+i)^m \quad (10');$$

изъ таблицы № 11 имѣемъ

$$\sum_1^{n+1} |mE_x (1+i)^m = 1108.43,$$

а потому при

$$r_n = 0.07; |nE_x = 26.494; \mathcal{K} = 2398072$$

вкупъ

$$\mathfrak{W}'_n = \frac{0.07 \times 2398072 \times 1108.43}{26.494} = 7022000.$$

Отношеніе пенсій различныхъ сроковъ къ пенсіи за выслугу нормальнаго срока— Π_n опредѣляется по формулѣ

$$\frac{\Pi'_m}{\Pi'_n} = \frac{|n+1p_x \cdot v^{n+1} \cdot a_{x+n+1}}{|m+1p_x \cdot v^{m+1} \cdot a_{x+m+1}} \cdot \frac{|mE_{x+1}}{|nE_{x+1}} = \frac{\Pi_m}{\Pi_n} \cdot \frac{|mE_x}{|nE_x} \quad (1')$$

гдѣ отношеніе $\frac{\Pi_m}{\Pi_n}$ есть отношеніе пенсій при коллективныхъ взносахъ,

а отношеніе $\frac{|mE_{x+1}}{|nE_{x+1}}$ безъ большой погрѣшности можетъ быть замѣнено тѣмъ же отношеніемъ, отнесеннымъ къ возрасту (x) вмѣсто возраста ($x+1$).

Сроки. . . $m =$ 15 20 25 30 35 40 45

Отношенія $\cdot \frac{\Pi'_m}{\Pi'_n} =$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{1}$ 2 5 10.

Слѣдовательно, для первыхъ сроковъ службы отношенія пенсій такія же, какія имѣютъ мѣсто въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ, при предположеніи постояннаго жалованья, затѣмъ, для среднихъ сроковъ службы отъ 25—35 ростъ жалованья повышаетъ отношенія пенсій почти до нормы отношеній пенсій съ коллективными взносами; а для послѣднихъ сроковъ службы отъ 35—45 и т. д. отношенія между пенсіями становятся еще болѣе, чѣмъ отношенія между пенсіями соответственныхъ сроковъ, при коллективныхъ взносахъ.

Процентъ отчисленія на пенсіи, при пенсіонированіи за счетъ однихъ собственныхъ взносовъ, при допущеніи роста жалованья, равнаго денежному росту и при абсолютной прочности службы опредѣляется по формулѣ:

$$r''_n = \frac{r_n}{n p_{x+1}} \cdot \frac{\mathcal{H}_0}{\mathcal{H}_0} \quad (11)$$

откуда, при $x=30, n=30$,

$$n p_{x+1} = \frac{l_{x+n+1}}{l_{x+1}} = \frac{l_x}{l_{x+1}} \cdot \frac{l_{x+n+1}}{l_x} = \frac{n+1 p_x}{p_x} = 0.636,$$

и

$$r_n = 0.07,$$

находимъ:

для русскихъ казенныхъ

$$\text{желѣзныхъ дорогъ} \quad \frac{Жс_с}{Жс_0} = 1.41, \text{ поэтому } r_n'' = 0.16$$

для Московскаго Город-
скаго Управленія

$$= 1.25 \quad , \quad = 0.14$$

Величина вкупа при тѣхъ же условіяхъ, опредѣляется по формулѣ:

$$\mathfrak{W}_n'' = \frac{r_n}{n p_{x+1}} \cdot \frac{Ж}{|n E_x} \sum_1^{n+1} m p_x \cdot m (1+i)^m; \quad (10'');$$

изъ таблицы № 11

$$\sum_1^{n+1} m p_x \cdot m (1+i)^m = 894.08;$$

для служащихъ Московскаго Городскаго Управленія

$$Ж = 2398072 \quad ,$$

поэтому

$$\mathfrak{W}_n'' = \frac{0.07 \times 2398072 \times 894.08}{0.636 \times 26.494} = 8909400.$$

Отношенія пенсій различныхъ сроковъ опредѣляются по формулѣ:

$$\frac{\Pi_m''}{\Pi_n''} = \frac{(m+1) v^{n+1} a_{x+n+1}}{(n+1) v^{m+1} a_{x+m+1}} = \frac{\Pi_m}{\Pi_n} \cdot \frac{(m+1) m+1 p_n}{(n+1) n+1 p_n} \quad (t')$$

гдѣ отношеніе $\frac{\Pi_m}{\Pi_n}$ есть отношеніе пенсій съ коллективными взносами.

Сроки . . . $m =$ 15 20 25 30 35 40 45

Отношенія $\cdot \frac{\Pi_m''}{\Pi_n''} =$ $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{1}{1}$ 2 3 5.

Мы видимъ, что учетъ роста жалованья, при пенсіонированіи за счетъ однихъ собственныхъ взносовъ, позволяетъ понизить процентъ отчисленія, если начальное жалованье достаточно велико, каково напр. начальное жалованье въ Московскомъ Городскомъ Управленіи, но при начальномъ жалованьѣ русскихъ желѣзныхъ дорогъ, вдвое меньшемъ, чѣмъ начальное жалованье на городской службѣ, учетъ роста жалованья не ведетъ къ пониженію процента отчисленія на пенсіи; но въ обоихъ случаяхъ ростъ жалованья позволяетъ повысить размѣръ пенсій, какъ досрочныхъ, такъ и послѣ выслуги нормальнаго срока службы. Величина вкупа нѣсколько меньше, при учетѣ роста жалованья, но уменьшеніе незначительное.

§ 36. Общій подсчетъ стоимости пенсій при пенсіонированіи по способу пенсіонно-сберегательныхъ кассъ.

Если бы пенсiонно-сберегательныя кассы исходили изъ своихъ теоретическихъ положенiй, то при ростѣ жалованья въ 4%, какой имѣетъ мѣсто въ Московскомъ Городскомъ Управленiи, при денежномъ ростѣ въ 4%, какой принять въ проектѣ устава Пенсiонной Коммиссiи Думы, при абсолютной прочности службы, какую допускають обыкновенно всѣ пенсiонно-сберегательныя кассы,—онѣ должны были бы требовать отчисленiя на пенсiи изъ жалованья въ 9%, для выдачи пенсiй въ размѣрѣ даже нѣсколько большемъ, чѣмъ тотъ, который проектируется упомянутымъ уставомъ, и кромѣ того, за старослужащихъ должны были бы требовать вкупѣ около 7 милліоновъ; при чемъ онѣ имѣли бы на коллективномъ взносѣ учрежденiя ежегодную прибыль:

$$\frac{r_n - r_n}{2} = \frac{9-7}{2} = 1,$$

или 1%, а на собственныхъ взносахъ несли бы убытокъ, равный

$$\frac{r_n'' - r_n}{2} = \frac{14-9}{2} = 2\frac{1}{2}$$

или 2½%, а потому въ общемъ имѣли бы убытокъ около 1½% въ годъ съ годового оклада жалованья.

Для того, чтобы избѣгнуть убытка, пенсiонно-сберегательныя кассы рассчитываютъ пенсiи въ томъ предположенiи, что среднее жалованье съ годами службы не мѣняется, при каковомъ произвольномъ допущенiи, противорѣчащемъ наблюденiямъ, процентъ отчисленiя долженъ быть не 9%, а 12%, а потому и прибыль на коллективномъ взносѣ учрежденiя будетъ

$$\frac{r_n' - r_n}{2} = \frac{12-7}{2} = 2\frac{1}{2},$$

т. е. около 2½%, а убытокъ на собственныхъ взносахъ

$$\frac{r_n'' - r_n'}{2} = \frac{14-12}{2} = 1,$$

т. е. только 1%; слѣдовательно, убытокъ пенсiонированiя за счетъ собственныхъ взносовъ не только покрывается, но и даетъ ежегодное отчисленiе въ запасный капиталъ—около 1½% съ годового оклада общаго жалованья.

Но, такъ какъ, въ дѣйствительности, ростъ жалованья существуетъ и, притомъ, столь значителенъ, что можетъ легко превзойти денежный ростъ средствъ кассы, пенсiонно-сберегательныя кассы, въ которыхъ операціи пенсiонированiя зависятъ не отъ средняго жалованья, а отъ отношенiя средняго жалованья и начальнаго, всегда рискуютъ очутиться на пути разоренiя; для предотвращенiя такого разоренiя, всегда грозящаго пенсiонно-сберегательнымъ кассамъ, выдача пенсiй за счетъ коллективнаго взноса отсрочивается до выслуги 15 лѣтъ, каковую отсроченность пенсiй кассы учитываютъ въ свою пользу; и, кромѣ того, въ пользу кассъ учитывается и непрочность службы за

эти 15 лѣтъ, всегда довольно значительная для первыхъ лѣтъ службы даже въ учрежденіяхъ съ такою значительною прочностью службы, какую имѣетъ Городское Управленіе. Выше было показано, что при отсроченности пенсій на 15 лѣтъ и при учетѣ непрочности службы, стоимость коллективныхъ пенсій только 5%, вмѣсто 7%, а потому прибыль пенсіонныхъ кассъ оцѣнивается уже не въ 2½%, а опредѣляется величиною

$$\frac{r'_n - r^{(n)}_n}{7} = \frac{12 - 5}{2} = 3\frac{1}{2}$$

т. е. прибыль на коллективномъ взносѣ составляетъ 3½% со всего жалованья служащихъ.

Слѣдовательно, $\frac{3\frac{1}{2}}{6}$, или около $\frac{2}{3}$ всего коллективнаго взноса учрежденія поступаетъ въ запасный капиталъ, но часть его идетъ на покрытіе убытка по выдачѣ пенсій за счетъ собственныхъ сбереженій, который равенъ $\frac{1}{6}$ всѣхъ собственныхъ взносовъ, и чистая прибыль пенсіонно-сберегательныхъ кассъ составляетъ ежегодно $\frac{2\frac{1}{2}}{12}$, или около $\frac{1}{5}$ всѣхъ взносовъ на пенсіи. Прибыль эта остается скрытою на личныхъ счетахъ тѣхъ участниковъ кассы, которые никогда не могутъ получить пенсію за счетъ коллективнаго взноса, а такихъ счетовъ при прочности службы русскихъ казенныхъ желѣзныхъ дорогъ $\frac{4}{5}$ всѣхъ личныхъ счетовъ кассы, и даже при столь значительной прочности, какова прочность службы Московскаго Городскаго Управленія (принимая ее равною прочности службы Западной французской жел. дор.), такихъ счетовъ можетъ быть не менѣе $\frac{1}{3}$ всѣхъ личныхъ счетовъ участниковъ.

Кромѣ того, пенсіи досрочныя выдаются за этотъ взносъ, дающій кассѣ 2½% ежегодной чистой прибыли, въ размѣрѣ значительно меньшемъ, чѣмъ могли бы выдаваться пенсіи при коллективномъ взносѣ въ 5% или при однихъ собственныхъ взносахъ въ 14%; дѣйствительно, пенсіи выдаются съ такимъ расчетомъ, какъ будто жалованье всѣхъ служащихъ съ годами службы не мѣняется, и за 15 лѣтъ службы дается пенсія въ размѣрѣ $\frac{1}{5}$, вмѣсто полной возможной пенсіи въ $\frac{1}{3}$ средняго жалованья, за 20 лѣтъ— $\frac{1}{3}$ вмѣсто $\frac{1}{2}$, за 25 лѣтъ— $\frac{2}{7}$ вмѣсто $\frac{2}{3}$, только послѣ 30 лѣтъ службы пенсіи сберегательныхъ кассъ уравниваются съ пенсіями коллективными. Пенсіонно-сберегательныя кассы, обращая въ запасный капиталъ $\frac{1}{5}$ всѣхъ взносовъ на пенсіи, конечно, могутъ легко идти на рискъ, связанный съ выдачею пенсій, въ 2, 3 и 8 разъ превышающихъ среднее жалованье, но безобидныя пенсіи съ коллективнымъ взносомъ въ 5%, конечно, не могутъ вести операціи пенсіонированія безъ ограниченія риска, хотя въ теоріи за тѣ же 5 процентовъ можно производить выдачу пенсій въ томъ рискованномъ размѣрѣ, какой пенсіонно-сберегательныя кассы допускаютъ за 12 процентовъ.

Единственное действительное сокращение, которое дают пенсионно-сберегательные кассы, заключается в томъ, что онѣ довольствуются вкупомъ въ $4\frac{1}{2}$ милліона, тогда какъ коллективный взносъ на пенсіи требуетъ вкупа въ $6\frac{1}{2}$ милліоновъ, при окладѣ жалованья служащихъ Московскаго Городскаго Управленія на 1902 годъ. Но расчетъ вкупа сдѣланъ этими кассами съ нѣкоторымъ рискомъ—въ предположеніи неизмѣннаго средняго оклада всѣхъ служащихъ за все время службы и съ учетомъ прочности службы, т. е. въ противность допущенію абсолютной прочности службы, дѣлаемому при вычисленіи процента отчисленія на пенсіи. Такъ какъ, въ действительности, ростъ жалованья имѣетъ мѣсто, и процентъ его роста на городской службѣ равенъ денежному росту, принимаемому проектомъ пенсионно-сберегательной кассы Пенсіонной Коммисіи Думы, то, беря вкупъ на 2 милліона менѣе того, который надлежало бы взять при данномъ ростѣ жалованья, пенсионно-сберегательные кассы рискуютъ, надѣясь этотъ рискъ покрыть разными дополнительными отчислениями, представляющими изъ себя какъ бы дополнительный вкупъ: а) 6% съ годового оклада всѣхъ вновь вступающихъ, что даетъ единовременно около 150 тысячъ и ежегодно около 7 тысячъ, или $\frac{1}{3}\%$ съ общаго жалованья; б) утроенная разность мѣсячнаго новаго и стараго окладовъ, которая можетъ быть опредѣлена по формулѣ:

$$\begin{aligned} \frac{3}{12} \sum_1^n \mathcal{X}_m (\mathcal{X}_m - \mathcal{X}_{m-1}) &= \frac{3}{12} \cdot \frac{i}{1+i} \sum_1^n \mathcal{X}_m \mathcal{X}_m = \frac{3}{12} \cdot \frac{i}{1+i} (\mathcal{X} \mathcal{X}_0 - \mathcal{X}_0 \mathcal{X}_0) = \\ &= \frac{3}{12} \cdot \frac{i}{1+i} (\mathcal{X} - \mathcal{X}_0 \mathcal{X}_0) \end{aligned}$$

что составляетъ для городскихъ служащихъ болѣе 20 тысячъ ежегодно или около $\frac{5}{6}\%$; в) 10% съ наградъ, которыя получаютъ служащіе съ окладомъ менѣе 2.400 руб. въ годъ, въ размѣрѣ $1\frac{1}{2}$ мѣсячнаго оклада въ годъ, а такъ какъ окладъ этихъ служащихъ на городской службѣ составляетъ около 2 милліоновъ, то 10% съ награды составитъ $\frac{2.000.000 \times 1\frac{1}{2} \times 10}{12 \times 100} = 4000$ или около $\frac{1}{6}\%$; г) дополнительное отчисленіе въ запасный капиталъ въ размѣрѣ 5% всѣхъ взносовъ города на пенсіи, или около $\frac{2.398.072 \times 6 \times 5}{100 \times 100}$ приблизительно 7.000 руб., т. е. $\frac{1}{3}\%$ общаго жалованья; д) неуплата процентовъ по собственнымъ взносамъ въ теченіе первыхъ 5-ти лѣтъ службы—около $1\frac{1}{2}$ тысячи. Въ общемъ всѣ эти дополнительные ежегодныя отчисленія составляютъ около $1\frac{1}{2}\%$ съ общей суммы жалованья. Принимая во вниманіе быстрое возрастаніе числа служащихъ и общаго содержанія съ теченіемъ времени (за 30 лѣтъ расходъ на жалованье увеличился почти въ 5-ть разъ), можно считать, что пенсионно-сберегательные кассы, уменьшая вкупъ на 2 милліона, но вводя за то цѣлый рядъ дополнительныхъ отчисленій, составляющихъ въ общемъ около $1\frac{1}{2}\%$, совершаютъ не безвыгодную для интересовъ кассы операцію.

Наконецъ, остается отмѣтить еще одно важное обстоятельство—

учетъ всѣхъ суммъ, остающихся послѣ умершихъ на службѣ до выхода на пенсію въ пользу пенсіонно-сберегательной кассы и требованіе дополнительнаго отчисленія, доходящихъ до 6% на выдачу вдовьихъ пенсій. Эта экспроприація пенсіонныхъ резервовъ въ пользу кассы исполнѣ законна только для періода ликвидаціи пенсіонныхъ резервовъ и совершенно неправильна въ періодъ службы—по крайней мѣрѣ, для половины взносовъ, каковы собственные взносы участника—даетъ кассѣ около 2% прибыли, и если бы кассы считали невозможнымъ выдачу вдовьихъ пенсій за счетъ пенсіонныхъ резервовъ умирающихъ на службѣ, то онѣ не должны были бы забывать о необходимости уменьшить требуемое ими отчисленіе на вдовьи пенсіи 6% тою прибылью въ 2%, которую даетъ имъ экспроприація пенсіонныхъ резервовъ изъ собственныхъ взносовъ лицъ, умирающихъ на службѣ. Поэтому, если даже допустить необходимость въ особомъ отчисленіи на вдовьи пенсіи, то таковое опредѣляется только въ $6-2=4\%$.

Въ общемъ, мы приходимъ къ заключенію, что пенсіонно-сберегательныя кассы, допуская собственные сбереженія на образованіе пенсій, требуютъ (вмѣстѣ со вдовьими пенсіями) $12+1\frac{1}{2}+6=19\frac{1}{2}\%$ отчисленія изъ жалованья, вмѣсто $5+2=7\%$, необходимыхъ при коллективности взносовъ на пенсіи, т. е. берутъ лишнихъ $12\frac{1}{2}\%$, ограничиваясь вкупомъ за старослужащихъ въ $4\frac{1}{2}$ милліона, вмѣсто $6\frac{1}{2}$ милліоновъ; при чемъ выдаютъ досрочныя пенсіи въ размѣрѣ значительно меньшемъ, чѣмъ возможна выдача пенсій за счетъ коллективныхъ взносовъ.

Несмотря на то, что пенсіонированіе за счетъ собственныхъ сбереженій по способу пенсіонно-сберегательныхъ кассъ стоитъ значительно дороже (почти вдвое), чѣмъ пенсіонированіе за счетъ однихъ коллективныхъ взносовъ, оно рискованнѣе послѣдняго, такъ какъ операціи пенсіонно-сберегательныхъ кассъ зависятъ отъ роста жалованья и не ограничены въ размѣрѣ пенсій.

§ 37. Вычисленіе пенсій при простѣйшемъ способѣ пенсіонирования по способу пенсіонно-сберегательныхъ кассъ.

Опредѣлимъ различные періоды τ , по истеченіи которыхъ могутъ выдаваться пенсіи, въ размѣрѣ ежегоднаго взноса на пенсіи, въ теченіе этого періода. Періодъ τ опредѣляется для различныхъ возрастовъ (x) по формулѣ:

$$N_{x+\tau+1} = \frac{1}{2} N_{x+1}$$

Пользуясь таблицами, данными для коммутаціонныхъ чиселъ въ Texte-Book, для 4% денежнаго роста, найдемъ при $x=20, 25, 30, 35, 40$ слѣдующія величины для τ .

Начальный возрастъ .	$x=$	20	25	30	35	40	Среднее.
1-ый періодъ взносовъ	$\tau_1=$	12	12	11	10	9	11
2-ой » »	$\tau_2=$	11	10	9	9	8	9
3-ий » »	$\tau_3=$	9	9	8	7	6	8
4-ый » »	$\tau_4=$	8	7	6	6	5	7
Весь періодъ службы.		40	38	34	32	28	35

Въ § 21 этой главы было доказано, что съ каждымъ періодомъ связана выдача пенсій въ слѣдующемъ размѣрѣ:

1-ый	периодъ τ_1	— пенсія $P_{\tau_1} = r ж_c$
2-ой	» τ_2	» $P_{\tau_2} = 3r ж_c$
3-ий	» τ_3	» $P_{\tau_3} = 7r ж_c$
4-ый	» τ_4	» $P_{\tau_4} = 15r ж_c$

Процентъ отчисленія на пенсіи опредѣляется изъ условія, чтобы пенсія за послѣдній періодъ τ_4 была равна среднему жалованью, т. е.

$$P_{\tau_4} = ж_c$$

или

$$ж_c = 15r ж_c$$

$$r = \frac{1}{15} = 0.07$$

При условіи выдачи пенсій за выслугу 3-го періода въ размѣрѣ средняго жалованья, процентъ отчисленія опредѣляется изъ условія

$$P_{\tau_3} = ж_c$$

$$ж_c = 7r ж_c$$

$$r = \frac{1}{7} = 0.14$$

Зная величину r , можемъ опредѣлить и величину пенсій, соотвѣствующихъ каждому періоду, а такъ какъ выше была установлена средняя величина каждаго періода, то, принимая средній возрастъ равнымъ $x=30$, получимъ, что за 7% отчисленія изъ жалованья можно выдавать пенсіи въ слѣдующемъ размѣрѣ

Отчисленіе: 7%				14%	
за	τ_1	=11 пенсія	$0.07 ж_c$	пенсія	$0.14 ж_c$
»	$\tau_1 + \tau_2$	=20 »	$0.20 ж_c$	»	$0.42 ж_c$
»	$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3$	=28 »	$0.50 ж_c$	»	$1.00 ж_c$
»	$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4$	=35 »	$1.00 ж_c$		—

За счетъ того же отчисленія на пенсіи увеличеніе пенсій можетъ производиться и далѣе, за выслугу большаго числа лѣтъ, но, по общимъ соображеніямъ, для ограниченія размѣра риска, мы не допускаемъ и здѣсь выдачи пенсій въ размѣрѣ, превышающемъ среднее жалованье, считая, что возможная прибыль отъ такого сокращенія размѣра пенсій можетъ быть обращена на выдачу досрочныхъ пенсій въ случаѣ инвалидности въ размѣрѣ большемъ, чѣмъ пенсіи нормальныя за тотъ же срокъ службы. Кроме того, допуская учетъ семейнаго положенія и выдавая пенсіи неженатымъ и незамужнимъ въ половинномъ размѣрѣ, мы можемъ безъ особаго риска допустить выдачу вдовыхъ пенсій, не увеличивая указаннаго размѣра отчисленія.

Пенсіи эти чрезвычайно просты, вычисленіе ихъ можетъ быть производимо по таблицѣ однихъ коммутаціонныхъ чиселъ N_x , при чемъ выборъ таблицы по самому способу вычисленія этихъ пенсій имѣетъ мало значенія для періода службы; пенсіи можно выдавать и по сред-

нему возрасту, и съ учетомъ возраста, но мы высказываемся за выдачу пенсій по среднему возрасту для того, чтобы не допускать пенсій иныхъ, чѣмъ за выслугу опредѣленнаго числа лѣтъ для всякаго служащаго, независимо отъ его начального возраста.

По формулѣ, данной въ § 21 этой главы вкупъ опредѣляется для наличнаго состава служащихъ Московскаго Городскаго Управленія, при выдачѣ полной пенсіи за 35 лѣтъ, при 7% ежегодномъ отчисленіи суммою около 1½ милліоновъ, а при выдачѣ полной пенсіи за 28 лѣтъ, при 14% ежегодномъ отчисленіи, вкупъ долженъ быть вдвое больше, или около 3 милліоновъ. Слѣдовательно, при процентѣ отчисленія нѣсколько большемъ, чѣмъ процентъ отчисленія на пенсіи обыкновенныхъ сберегательныхъ кассъ, вкупъ этихъ пенсій меньше, отношеніе же соотвѣтственныхъ досрочныхъ пенсій къ полной почти одно и то же.

Мы не можемъ высказаться въ пользу этихъ пенсій, на основаніи тѣхъ же соображеній, въ силу которыхъ мы высказываемся вообще противъ построенія пенсій по типу пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, но если уже принимать положенія этихъ послѣднихъ, то простота пенсій періодически возрастающихъ и незначительный вкупъ позволяютъ, все же, считать ихъ практически болѣе удовлетворительными, чѣмъ пенсіи обыкновенныхъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ.

§ 38. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПЕНСИОННО-СБЕРЕГАТЕЛЬНЫХЪ КАССЪ. На основаніи изложенныхъ въ этой главѣ теоретическихъ соображеній и приведенныхъ расчетовъ, мы можемъ дать общую характеристику пенсіонно-сберегательныхъ кассъ.

Пенсіонированіе за счетъ личныхъ сбереженій служащихъ заключается въ себѣ противорѣчіе, потому что тотъ, кто нуждается въ пенсіяхъ, не можетъ дѣлать достаточныхъ личныхъ сбереженій и, наоборотъ, могущій дѣлать достаточныя личныя сбереженія—не нуждается въ пенсіяхъ.

Участіе въ пенсіонно-сберегательной кассѣ, основанной на принципѣ личныхъ сбереженій, не можетъ носить принудительнаго характера, такъ какъ принужденіе къ сбереженіямъ есть ограниченіе права собственности, которое принадлежитъ всякому свободному, взрослому и нормальному человѣку.

Если же разсматривать пенсіонированіе за счетъ взносовъ самихъ служащихъ, какъ договоръ взаимнаго страхованія, то съ такимъ договоромъ не совмѣстима индивидуализація взносовъ, потому что за счетъ индивидуальныхъ сбереженій, какъ учить теорія страхованія жизни, нельзя пріобрѣсти страхового капитала (Texte-Book, стр. 106); причемъ, и договоръ по взаимному страхованію все же долженъ быть свободный, а не принудительный, иначе это будетъ проявленіе насилія большинства надъ меньшинствомъ.

При допущеніи же свободнаго участія служащихъ въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ, операціи этихъ кассъ могутъ оказаться

слишкомъ рискованы, вслѣдствіе недостаточнаго числа участниковъ, и существованіе пенсіонно-сберегательныхъ кассъ будетъ всегда зависѣть отъ воли меньшинства и случайныхъ настроеній этого меньшинства.

Въ постоянныхъ учрежденіяхъ, каковы государственныя и общественныя, самое различіе собственныхъ взносовъ служащихъ отъ взносовъ учрежденія фиктивно, потому что содержаніе служащихъ въ нихъ нормировано штатами, а при штатномъ росписаніи всегда возможно предвидѣть и довольствіе даннаго штата пенсіями, что дѣлаетъ всякое удержаніе на пенсіи излишнимъ и позволяетъ учрежденію сохранить за собою право свободнаго распоряженія пенсіоннымъ фондомъ, каковое право теряется, при допущеніи индивидуальныхъ взносовъ на пенсіи.

Индивидуализація взносовъ на пенсіи постояннымъ учрежденіямъ не можетъ дать даже и тѣхъ выгодъ, которыя могутъ рассчитывать получить при такомъ пенсіонированіи частныя учрежденія, потому что государственныя и общественныя учрежденія, обязанныя существовать при всякомъ спросѣ на трудъ, не могутъ связывать свое существованіе съ этимъ спросомъ, и, по важности своего назначенія, заинтересованы не столько въ выгодности, сколько въ успѣшности дѣла, поэтому для нихъ важнѣе сохранить право свободнаго назначенія пенсіи, по опредѣленнымъ напередъ правиламъ, для обезпеченія хорошаго подбора служащихъ, чѣмъ цѣною этого важнаго права купить сомнительную выгоду переложенія обязанности по пенсіонированію отчасти на своихъ служащихъ.

Пенсіонированіе за счетъ личныхъ сбереженій служащихъ имѣетъ свою невыгодную сторону и для всякаго учрежденія, потому что индивидуализація отчисленій на пенсіи создаетъ право на пенсію всякому, кого нельзя лишить права на собственные сбереженія, хотя бы онъ и потерялъ право на пенсію, вслѣдствіе недобросовѣстнаго отношенія къ службѣ. Такимъ образомъ, обращеніе отчисленій на пенсіи въ личные сбереженія всегда можетъ вести къ выдачѣ пенсій не за службу, а за продолжительность пребыванія въ пенсіонируемой средѣ, а установленіе подобнаго пенсіоннаго режима можетъ вести къ ослабленію прочности и качества службы.

Выгода пенсіонированія за счетъ собственныхъ сбереженій служащихъ для всякаго учрежденія временная и заключается въ томъ, что индивидуализація пенсіонныхъ отчисленій даетъ основаніе учрежденію отсрочить свои обязательства по пенсіонированію, по отношенію ко всему наличному составу его служащихъ, подъ предлогомъ отсутствія у этихъ служащихъ собственныхъ взносовъ и несмотря на наличность прошлой службы. Въ этой возможности освободиться, подъ благовиднымъ предлогомъ, отъ всѣхъ обязательствъ прошлаго и заключается причина того предпочтенія, которое оказываютъ пенсіонно-сберегательнымъ кассамъ многія учрежденія.

Пенсіонно-сберегательныя кассы стремятся совмѣстить несовмѣстимое—пенсіи за счетъ собственныхъ взносовъ съ пенсіями за счетъ

коллективных взносов, и не находят нужным вести расчеты по выдаче пенсий за счет тех и других взносов отдельно. Но коллективная операция пенсионирования не имеет ничего общего с операцией пенсионирования за счет собственных взносов.

Коллективная операция пенсионирования возможна только на срок, а в операции пенсионирования за счет личных взносов служащих нельзя отнять принадлежащее каждому участнику право ликвидировать свои отношения к кассе, по крайней мере, при оставлении службы, следовательно, ликвидация операции кассы должна совершаться по востребованию; но одна и та же операция не может совершаться в одно и то же время на срок и до востребования, а именно таковы в основе все операции пенсионно-сберегательных касс.

Известно, что процент денежного роста по вкладам до востребования всегда ниже процента денежного роста по вкладам на определенный срок, а потому пенсии за счет собственных взносов всегда должны стоить дороже, чем пенсии за счет коллективных взносов. Пенсионно-сберегательные кассы не только насчитывают одинаковый денежный рост на личные взносы и на взносы учреждения, но допускают даже начисление процентов от смертности на взносы, подлежащие выдаче по востребованию, тогда как этого рода наращение собственных взносов противоречит самым элементарным понятиям о страховании.

При одинаковом размере пенсий, пенсионирование за счет одних собственных взносов стоит 14% с жалованья ежегодно и, кроме того, 4 оклада годового жалованья—единовременно, как вкуп за старослужащих; тогда как за счет одних коллективных взносов пенсионирование обходится только 7% ежегодно, и 2½ оклада годового жалованья—единовременно, для вкупа старослужащих.

Мало того, чем ниже начальный оклад вновь вступающих, чем меньше средний рост жалованья с годами службы, тем дороже стоят пенсии за счет одних собственных взносов, тогда как пенсии за счет коллективных взносов вовсе не зависят от каких-либо изменений в окладах.

Наконец, при допущении собственных взносов нельзя понизить стоимости пенсий учетом прочности службы данного состава служащих, тогда как, при коллективных взносах на пенсии учет прочности службы понижает стоимость пенсий в 1½ раза, т. е. до 5%.

Единственное преимущество собственных взносов перед коллективными заключается в возможности выдачи вдовьих пенсий в размере личных пенсий без какого-либо увеличения взносов на пенсии, тогда как коллективные взносы требуют дополнительного отчисления на вдовьи пенсии, но необходимость этого отчисления легко устраняется учетом семейного положения служащего: при допущении выдачи пенсий неженатым, незамужним и бездетным вдовам в половинном размере, можно пенсионировать, не требуя на вдовьи пенсии дополнительного

отчисления; но, конечно, такой учет семейнаго положенія служащаго совершенно несовмѣстимъ съ выдачею пенсій за счетъ собственныхъ взносовъ участника.

Всякое распредѣленіе взносовъ на пенсіи по личнымъ счетамъ связано съ необходимостью вкупъ за старослужащихъ, и, при пенсіонированіи за счетъ собственныхъ взносовъ, учетъ взносовъ на личныхъ счетахъ обязателенъ, а, слѣдовательно, и вкупъ за старослужащихъ неизбеженъ. Тогда какъ, при пенсіонированіи за счетъ однихъ коллективныхъ взносовъ, фактическое распредѣленіе взносовъ, а слѣдовательно, и вкупъ за старослужащихъ не обязательны и устраняется повышеніемъ отчисления на пенсіи до 10%, если образуется пенсіонный капиталъ, т. е. пенсія отчисляется полными резервами; если же желательно производить покрытіе расходовъ на пенсіи текущимъ образомъ, безъ образованія какихъ-либо капиталовъ, то отчисленіе надлежитъ повысить еще до 13%; послѣдній способъ пенсіонирования, конечно, допустимъ только для учрежденія съ вполне обезпеченною будущностью.

Пенсіонно-сберегательныя кассы признають одну половину взносовъ на пенсіи собственностью служащихъ, а другую половину коллективнымъ взносомъ учрежденія, но на пенсіонированіи за счетъ собственныхъ взносовъ они несутъ убытки, вслѣдствіе неправильнаго начисленія процентовъ отъ смертности на эти взносы, имѣющіе право только на денежный ростъ; убытокъ по собственнымъ взносамъ кассы покрываютъ прибылью на коллективныхъ взносахъ, которая получается путемъ неправильнаго распредѣленія этого взноса по личнымъ счетамъ всѣхъ участниковъ, а не однихъ вновь вступающихъ на службу.

Въ основаніи расчетовъ пенсіонно-сберегательныхъ кассъ лежитъ неправильная тонтина съ запаснымъ капиталомъ, теоретически ненужнымъ для цѣлей пенсіонирования, при чемъ, допускается, что жалованье съ годами службы не измѣняется, что противорѣчитъ наблюденіямъ, указывающимъ на прогрессивный ростъ жалованья, очень близкаго къ нормальному денежному росту. Допущеніе постоянства жалованья, въ теченіе всей службы, позволяетъ кассамъ требовать одинаковые проценты отчисления на пенсіи со всѣхъ учреждений и оставлять безъ учета вліяніе различія въ начальныхъ окладахъ, которое очень значительно. Тонтина, которою пользуются въ своихъ расчетахъ пенсіонно-сберегательныя кассы, не имѣетъ никакого отношенія ни къ пенсіонированію за счетъ однихъ собственныхъ взносовъ, ни къ пенсіонированію за счетъ однихъ коллективныхъ взносовъ; она покрываетъ произвольность рѣшенія задачи пенсіонирования въ этихъ кассахъ, позволяя имъ требовать 12% отчисления на пенсіи, позволяетъ вводить цѣлый рядъ дополнительныхъ отчисленій, составляющихъ, въ общемъ, еще $1\frac{1}{2}$ и, кромѣ того, 6% на вдовьи пенсіи, такъ что стоимость пенсій достигаетъ $19\frac{1}{2}$ —ежегодно, т. е. дороже, чѣмъ стоятъ пенсіи за счетъ однихъ собственныхъ взносовъ (14%); вкупъ за старослужа-

щихъ, соотвѣтствующій этой произвольной тонтинѣ, достигаетъ только $1\frac{2}{3}$ годового жалованья; но за то досрочныя пенсіи меньше соотвѣтственныхъ пенсій, какъ за счетъ собственныхъ, такъ и за счетъ коллективныхъ взносовъ почти вдвое.

Но даже указанное сокращеніе размѣра вкупа за старослужащихъ въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ не представляетъ дѣйствительнаго преимущества потому, что доказана возможность выдачи пенсій, за счетъ коллективныхъ взносовъ, за 10% ежегоднаго отчисленія изъ жалованья и безъ всякаго вкупа; т. е. возможно пенсіонированіе безъ всякаго вкупа за вдвое меньшій процентъ отчисленія, чѣмъ требуютъ пенсіонно-сберегательныя кассы, при вкупѣ въ $4\frac{1}{2}$ милліона рублей для городскихъ служащихъ.

Значительная стоимость пенсіи въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ не находитъ оправданія даже въ большой устойчивости ихъ операций. Напротивъ, всѣ операции этихъ кассъ рискованы: во первыхъ потому, что при учетѣ стоимости пенсіи игнорируется вліяніе измѣненій въ окладахъ, путемъ произвольнаго допущенія постоянства ихъ, вслѣдствіе чего всякое пониженіе начальнаго оклада и увеличеніе роста жалованья съ годами службы связывается съ потерей части пенсіонныхъ капиталовъ; во вторыхъ, допущеніе неограниченнаго роста пенсій, во много разъ превышающихъ среднее жалованье, увеличиваетъ рискъ при ликвидаціи пенсій; но при допущеніи собственныхъ взносовъ на пенсіи ограниченіе размѣра пенсій не возможно.

Наконецъ, не смотря на то, что пенсіи въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ стоятъ дорого и очень рискованы, они не отвѣчаютъ ни интересамъ большинства служащихъ, ни интересамъ учрежденія. Интересамъ большинства служащихъ они не отвѣчаютъ потому что, не смотря на значительную контрибуцію, они выдаютъ пенсіи вдвое меньше, чѣмъ пенсіи за счетъ однихъ собственныхъ и однихъ коллективныхъ взносовъ и выгодны только для лицъ, получающихъ большіе оклады; интересовъ учрежденія кассы не ограждаютъ, потому что допускаютъ выдачу пенсіи въ зависимости отъ возраста, но не въ зависимости отъ продолжительности службы. Такой способъ пенсіонированія уменьшаетъ прочность службы, и можетъ вести къ дурному подбору служащихъ—преклоннаго возраста или мало способныхъ.

Итакъ, пенсіонно-сберегательныя кассы требуютъ почти тотъ максимумъ отчисленія на пенсіи 12%, за счетъ котораго возможно пенсіонировать безъ образованія какихъ либо капиталовъ и безъ вкупа за старослужащихъ и столько, сколько стоитъ пенсіонированіе за счетъ однихъ собственныхъ взносовъ, подлежащихъ выдачѣ въ полной суммѣ резерва по востребованію; но, въ противность теоріи пенсій за счетъ собственныхъ взносовъ, эти кассы, пользуясь ихъ процентомъ отчисленія, требуютъ дополнительнаго отчисленія въ 6% на выдачу вдовьихъ пенсій, подъ тѣмъ предлогомъ, что часть взносовъ коллективная, и капиталы резервовъ изъ этихъ взносовъ не могутъ быть наследственными. Обратно, въ противность теоріи коллективныхъ взносовъ

допускается распределение всего ежегодного взноса на пенсии по личным счетамъ, чѣмъ обезцѣнивается коллективный взносъ и создается необходимость вкупа за старослужащихъ, который неизбежно связанъ съ допущеніемъ какого-либо распределения взносовъ, хотя за взимаемый кассами процентъ отчисленія можно выдавать пенсии безъ всякаго вкупа. Неправильное же предположеніе постоянства жалованья, въ теченіе всей службы, ведетъ къ уменьшенію размѣра досрочныхъ пенсій почти вдвое.

Слѣдовательно, пенсiонно-сберегательныя кассы заключаютъ въ своихъ положеніяхъ цѣлый рядъ неустранимыхъ противорѣчій и построены на компромиссѣ этихъ противорѣчій, при чемъ самый компромиссъ не оправдывается даже практическими соображеніями, а является слѣдствіемъ того, что теорія этихъ кассъ совершенно не обоснована; поэтому признаніе пенсiонно-сберегательныхъ кассъ нормальнымъ типомъ пенсiонированія есть результатъ недоразумѣнія.

ТАБЛИЦА № 1.

Учетные множители, зависящие от денежного роста.

1	2		3		4	5		6		7
Время учета въ годахъ.	$(1+i)^m$		$C_m = \sum_0^m (1+i)^k$		$\sum_0^m C_k$	$v^m = \frac{1}{(1+i)^m}$		$\frac{m+1}{C_m}$		$\sum_0^m \frac{k+1}{C_k}$
	N	Ig N	N	Ig N	N	N	Ig N	N	Ig N	N
0	1.00	0.00000	1 00	0.00000	1.00	1.000	0.00000	1.000	0.00000	1.000
1	1.04	0.01703	2.04	0.30963	3.04	0.962	1.98318	0.980	1.99140	1.980
2	1.08	03342	3.12	49415	6.16	925	96614	0.961	98297	2.941
3	1.12	04922	4.25	62941	10.41	889	94890	0.944	97265	3.885
4	1.17	06819	5.42	73400	15 83	855	93197	0.922	96497	4.807
5	1.22	08991	6.63	82151	22 46	822	91487	0.905	95664	5.712
6	1.26	10037	7.90	89763	30.36	790	89763	0.886	94743	6.598
7	1.32	12057	9.21	96426	39.57	760	88081	0.869	93902	7.467
8	1.37	13672	10.58	1.02449	50.15	731	86392	0.851	92975	8.318
9	1.42	15229	12.01	0.07954	62.16	703	84696	833	92054	9.151
10	1.48	17026	13.49	13001	75.65	676	82995	815	91138	9.966
11	1.54	18752	15.03	17696	90.68	650	81291	798	90222	10.764
12	1.60	20412	16.63	22089	107.31	625	79588	782	89305	11.546
13	1.67	22272	18.29	26226	125.60	601	77887	765	88392	12.311
14	1.73	23805	20.02	30146	145.62	577	76118	749	87463	13.060
15	1.80	25527	21.83	33905	167.45	555	74429	733	86507	13.793
16	1.87	27184	23.70	37475	191.15	534	72754	717	85570	14.510
17	1.95	29003	25.64	40892	216.79	513	71012	702	84635	15.212
18	2.03	30750	27.67	44201	244.46	494	69373	686	83674	15.898
19	2.11	32428	29.78	47392	274.24	475	67669	672	82711	16.570
20	2.19	34044	31.97	50474	306.21	456	65896	657	81748	17.227
21	2.28	35793	34.25	53466	340 46	439	64246	642	80776	17.869
22	2.37	37475	36.62	56372	377.08	422	62531	628	79801	18.497
23	2.46	39094	39.08	59195	416.16	406	60853	614	78826	19.111
24	2.56	40824	41.65	61962	457.81	390	59106	600	77832	19.711
25	2.67	42651	44.31	64650	502.12	375	57403	587	76847	20.298
26	2.77	44248	47.08	67284	549.20	361	55751	573	75852	20.871
27	2.88	45939	49.97	69871	599.17	347	54038	560	74845	21.431
28	3.00	47712	52.97	72403	652.14	333	52244	547	73835	21.978
29	3.12	49415	56.08	74881	708.22	321	50651	535	72831	22.513
30	3.24	51055	59.33	77327	767.55	308	48855	522	71809	23.035
31	3.37	52763	62.70	1.79727	830.25	296	47129			
32	3.51	54531	66.21	82092	896.46	285	45484			
33	3.65	56229	69.86	84423	966.32	274	43775			
34	3.79	57864	73.65	86717	1039.97	264	42160			
35	3.95	59660	77.60	88986	1117.57	253	40312			
36	4.10	61278	81.70	91222	1199.27	244	38739			
37	4.27	63043	85.97	93435	1285.24	234	36922			
38	4.44	64738	90.41	95622	1375.65	225	35218			
39	4.62	66464	95.03	97786	1470.68	217	33546			
40	4.80	68124	99.83	99926	1570.51	208	31806			
41	4.99	69810	104.82	2.02044	1675.33	200	30103			
42	5.19	71517	110.01	04143	1785.34	193	28556			
43	5.40	73239	115.41	06225	1900.75	185	26717			
44	5.62	74974	121.03	08289	2021.78	178	25042			
45	5.84	76641	126.87	10326	2148.65	171	23300			
46						165	21748			
47						158	19866			
48						152	18184			

Величины, связанные с вероятностью дожития.

1 Возраст $x+m$	2 $m p_x = \frac{l_{x+m}}{l_x}$		3 ${}_m E_x = \sum_0^m m p_x$		4 $E_{x+m} = \frac{1}{2} + {}^0 e_{x+m}$		5 $a_{x+m} = \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}}$		6 ${}_m a_x = \frac{N_x - N_{x+m+1}}{D_{x+m}}$		7 $r_m^0 = \frac{a_{x+m}}{{}_m a_x}$		8 μ_{x+m}		9 $\sum_0^m \mu_{x+m}$
	N	Ig N	N	Ig N	N	Ig N	N	Ig N	N	Ig N	N	Ig N	N	Ig N	N
30	1.000	0.00000	1.000	0.00000	35.226	1.54691	18.155	1.25900	1.30	0.00000	18.155	1.25900	0.00768	3.88536	0.00768
31	0.992	1.99664	1.992	0.29929	34.491	53769	17.979	25477	2.06	0.31387	8.728	0.94090	00782	89321	01550
32	0.984	99321	2.976	47363	33.757	52840	17.799	25040	3.14	49693	5.668	75347	00798	90200	02348
33	0.977	98971	3.953	59693	33.021	51878	17.612	24581	4.30	63347	4.096	61234	00815	91116	03163
34	969	98613	4.922	69214	32.287	50907	17.419	24102	5.50	74036	3.241	51066	00833	92065	03996
35	960	98247	5.882	76953	31.551	49900	17.221	23606	6.78	83123	2.540	40483	00854	93146	04850
36	952	97871	6.834	83467	30.817	48883	17.016	23086	8.11	90902	2.098	32184	00876	94250	05726
37	944	97485	7.778	89087	30.084	47828	16.805	22543	9.52	97864	1.765	24679	00901	95472	06627
38	935	97088	8.713	94017	29.350	46761	16.588	21980	11.00	1.04139	1.508	17841	00928	96755	07555
39	926	96679	9.639	98403	28.618	45667	16.366	21394	12.50	09691	1.310	11703	00957	98091	08512
40	917	96256	10.556	1.02366	27.889	44545	16.136	20779	14.2	15229	1.136	05550	00990	99564	09502
41	908	95819	11.464	05918	27.161	43393	15.903	20148	16.0	20412	0.994	1.99736	01025	2.01072	10527
42	899	95366	12.363	09202	26.435	42210	15.660	19479	17.7	24797	885	94682	01064	02694	11591
43	889	94894	13.252	12222	25.714	41010	15.413	18788	19.5	29003	790	89785	01106	04376	12697
44	879	94404	14.131	15014	24.993	39777	15.159	18067	21.7	33646	704	84421	01153	06183	13855
45	869	93892	15.000	17609	24.278	38525	14.900	17319	23.8	37658	626	79661	01204	08063	15059
46	858	93357	15.858	20030	23.566	37218	14.635	16539	25.8	41162	567	75377	01260	10037	16319
47	847	92797	16.705	22298	22.860	35908	14.364	15727	28.4	45332	506	70395	01321	12090	17640
48	836	92209	17.541	24403	22.158	34557	14.089	14887	31.0	49136	454	65751	01388	14239	19028
49	824	91590	18.365	26411	21.461	33163	13.807	14009	34.0	53148	406	60861	01462	16495	20490
50	812	90938	19.177	28285	20.771	31744	13.522	13104	36.6	56348	370	56756	01542	18808	22032
51	799	90250	19.976	30060	20.087	30298	13.230	12156	39.6	59770	334	52386	01631	21245	23663
52	786	89521	20.762	31723	19.409	28780	12.935	11161	42.8	63144	302	48017	01727	23729	25390
53	772	88748	21.534	33304	18.740	27277	12.635	10142	46.2	66464	273	43678	01833	26316	27223
54	757	87927	22.291	34811	18.079	25720	12.331	09100	50.1	69984	246	39116	01950	29003	29173
55	742	87053	23.033	36229	17.426	24130	12.024	08004	54.2	73400	222	34604	02077	31744	31250
56	727	86121	23.760	37585	16.782	22479	11.714	06870	58.6	76790	200	30090	02216	34557	33366
57	710	85126	24.470	38863	16.148	20817	11.401	05694	63.3	80140	180	25554	02369	37457	35835
58	693	84062	25.163	40071	15.523	19089	11.085	04474	68.5	83569	162	20905	02536	40415	38371
59	675	82921	25.838	41229	14.910	17348	10.767	03210	74.2	87040	145	16170	02719	43441	41090
60	656	81697	26.494	42308	14.308	15564	10.448	01902	80.7	90687	130	11215	02920	46538	44010
61	636	80382	27.130	43345	13.517	13098	10.129	00554	87.0	93952	116	1.06602			
62	616	78967	27.746	44326	13.138	11826	9.808	0.99158	94.7	97635	104	01523			
63	595	77442	28.341	45240	12.572	09934	9.488	97717	103.0	2.01284	092	2.96433			
64	573	75797	28.914	46105	12.019	07990	9.168	96227	113.0	05308	081	90919			
65	550	74021	29.464	46923	11.479	05994	8.850	94694	123.0	08991	072	85703			
66	526	72100	29.990	47698	10.952	03941	8.533	93110							
67	502	70022	30.492	48416	10.440	01870	8.218	91477							
68	476	67770	30.968	49094	9.943	0.99752	7.906	89796							
69	450	65329	31.418	49721	9.460	97589	7.597	88064							
70	423	62680	31.841	50297	8.992	95386	7.293	86291	200.0	—	0.036	—	—	—	—
71	396	59803	32.237	50840	8.539	93141	6.993	84466							
72	369	56678	32.606	51335	8.102	90859	6.698	82595							
73	341	53279	32.947	51786	7.680	88536	6.408	80672							
74	313	49582	33.260	52192	7.273	86171	6.124	78704							
75	285	45555	33.545	52556	6.883	83778	5.846	76686							
76	258	41170	33.803		6.508	81345	5.576	74632	367.0	—	0.016	—	—	—	—
77	0.231	1.36390	34.034		6.149	78880	5.313	0.72534							
78	205	31181	34.239		5.805		5.057	70389							
79	180	25500	34.419		5.476		4.808	68196							
80	156	19300	34.575		5.163		4.568	65973							
81	133	12534	34.708		4.865		4.337	63719							
82	113	05143	34.821		4.582		4.114	61426							
83	095	2.97073	34.916		4.313		3.900	59106							
84	076	88259	34.992		4.059		3.695	56761							
85	061	78630	35.053		3.818		3.498	54382							
86	048	68105	35.101		3.591		3.310	51996							
87	037	56593	35.138		3.377		3.132	49582							
88	028	44015	35.166		3.176		2.962	47159							
89	020	30255	35.186		2.987		2.801	44731							
90	014	15211	35.200		2.810		2.648	42292							
91	0.0097	3.98730	35.210		2.645		2.505	39881							
92	0064	80695	35.216		2.492		2.371	37511							
93	0041	61076	35.220		2.344		2.240	35025							
94	0025	39363	35.223		2.216		2.127	32777							
95	0014	15787	35.224		2.093		2.017	30471							
96	0008	4.89854	35.225		1.986		1.921	28353							
97	0004	61548	35.225		1.892		1.838	26435							
98	0002	32603	35.226		1.737		1.697	22908							
99	0001	00152	35.226		1.556		1.530	18409							
100	0.0000		35.226		1.250		1.240	09342							

ТАБЛИЦА № 3.

Прочность службы на русскихъ желѣзныхъ дорогахъ.

(Извлечение изъ «записки Управленія дѣлами желѣзнодорожнаго Пенсіоннаго Комитета по проекту новаго порядка распредѣленія производимаго изъ средствъ казны пособия пенсіонной кассѣ служащихъ на казенныхъ желѣзныхъ дорогахъ»).

1	2	3	4		5		6		7
Продолжительность службы.	$\mathcal{N}_m$	$\sum_0^m \mathcal{N}_k$	ρ_m		$ m\rho$		γ_m		$\sum_0^m \gamma_k$
	N	N	N	Ig N	N	Ig N	N	Ig N	N
0	10000	10000	1.000	0.00000	1.000	0.00000	0.000	—	0.000
1	8330	18330	0.833	1.92065	0.833	1.92065	0.167	1.22011	0.167
2	5956	24285	715	85431	596	77496	285	45484	452
3	4842	29128	813	91009	484	68505	187	27184	639
4	4155	33283	858	93349	415	61854	142	15209	781
5	3673	36956	884	94645	367	56499	116	06446	897
6	3305	40261	900	95424	331	51923	100	1.00000	997
7	3011	43272	911	95952	301	47875	089	2.94939	1.086
8	2767	46039	919	96332	277	44207	081	90849	167
9	2557	48596	924	96567	256	40774	076	88081	243
10	2373	50969	928	96755	237	37529	072	85733	315
11	2209	53178	931	96895	221	34424	069	83885	384
12	2059	55237	932	96942	206	31366	068	83251	452
13	1921	57158	933	96988	192	28354	067	82607	519
14	1794	58952	934	97035	180	25389	066	81954	585
15	1678	60630	935	97081	168	22470	065	81291	650
16	1570	62200	936	97128	157	19598	064	80618	714
17	1470	63670	936	97128	147	16727	064	80618	778
18	1377	65047	937	97174	138	13900	063	79934	841
19	1290	66337	937	97174	129	11074	063	79934	904
20	1209	67546	937	97174	121	08248	063	79934	967
21	1133	68679	937	97174	113	05422	063	79934	2.030
22	1062	69741	937	97174	106	02596	063	79934	093
23	994	70735	936	97128	099	2.99724	064	80618	157
24	930	71665	936	97128	093	96852	064	80618	221
25	870	72535	935	97081	087	93933	065	81291	286
26	812	73347	934	97035	081	90968	066	81954	352
27	758	74105	933	96988	076	87956	067	82607	419
28	706	74811	931	96895	071	84851	069	83885	488
29	655	75466	928	96755	066	81606	072	85733	560
30	606	76072	925	96614	061	78220	075	87506	635
	76072						2.635		

ТАБЛИЦА № 4

Прочность службы „Compagnie des chemins de fer de l'Ouest“.

(Извлечение из „Travaux statistiques et calcul nécessaires pour chiffrer les charges annuelles destinées à assurer le service normal des retraites“—25 Décembre 1894—
Table VII).

1	2	3	4		5		6		7
Продолжитель- ность службы.	$\mathcal{N}_m$	$\sum_0^m \mathcal{N}_k$	ρ_m		$\{m\rho$		χ_m		$\sum_0^m \chi_k$
	N	N	N	Ig N	N	Ig N-	N	Ig N	N
0	10000	10000	1.000	0.00000	1.000	0.00000	0.000		0.000
1	9396	19396	0.940	1.97313	0.940	1.97313	0.060	2.77815	0.060
2	8855	28251	942	97405	886	94743	058	76343	118
3	8459	36710	955	98000	846	92737	045	65321	163
4	8123	44833	964	98408	812	90956	036	55630	199
5	7832	52665	969	98632	783	89376	031	49136	230
6	7587	60252	969	98632	759	88024	031	49136	261
7	7355	67607	972	98767	735	86629	028	44716	289
8	7147	74754	974	98856	715	85431	026	41497	315
9	6964	81718	977	98989	696	84261	023	36173	338
10	6803	88521	980	99123	680	83251	020	30103	358
11	6670	95191	980	99123	667	82413	020	30103	378
12	6539	101730	978	99034	654	81558	022	34242	400
13	6398	108128	978	99034	640	80618	022	34242	422
14	6259	114387	978	99034	626	79865	022	34242	444
15	6122	120509	984	99300	612	78675	016	20412	460
16	6028	126537	984	99300	603	78032	016	20412	476
17	5934	132471	984	99300	593	77305	016	20412	492
18	5841	138312	983	99255	584	76641	017	23045	509
19	5740	144052	980	99123	574	75891	020	30103	529
20	5626	149678	980	99123	563	75051	020	30103	549
21	5514	155192	980	99123	551	74115	020	30103	569
22	5402	160594	979	99078	540	73239	021	32222	590
23	5291	165885	945	97543	529	72346	055	74036	645
24	4999	170884	945	97543	500	69897	055	74036	700
25	4726	175610	951	97818	473	67486	049	69020	749
26	4497	180107	948	97681	450	65321	052	71600	801
27	4264	184371	954	97955	426	62941	046	66276	847
28	4066	188437	700	84510	407	60959	300	1.47712	1.147
29	2852	191289	680	83251	285	45484	320	50515	1.467
30	1940	193229	745	87216	194	28780	255	40654	1.722
31	1447	194676	733	86510	145	16137	267	42651	1.989
32	1061	195737	778	89098	106	02531	222	34635	2.211
33	827	196564	722	85854	083	2.91908	278	44404	2.489
34	597	197161	722	85854	060	77815	278	44404	2.767
35	431	197592	720	85733	043	63347	280	44716	3.047
36	310	197902	716	85491	031	49136	284	45332	3.331
37	222	198124	720	85733	022	34242	280	44716	3.611
38	160	198284	710	85126	016	20412	290	46240	3.901
39	114	198398	708	85003	012	07918	292	46538	4.193
40	81	198479	700	84510	008	3.90309	300	47712	4.493
41	57	198536	720	85733	006	77815	280	44716	4.773
42	41	198577	710	85126	004	60206	290	46240	5.063
43	29	198606	710	85126	003	47712	290	46240	5.353
44	21	198627	710	85126	002	30103	290	46240	5.643
45	15	198642	670	82607	002	30103	330	51851	5.973
46	10	198652	600	77815	001	3.00000	400	60206	6.373
47	6	198658	500	69897	001	3.00000	500	69897	6.873
48	3	198661	0.000	—	000		1.000	0.00000	7.873

ТАБЛИЦА № 6.

Процентъ отчисленія на пенсіи и отношенія между пенсіями различныхъ сроковъ службы къ пенсіи за послѣдній срокъ службы.

		1						2						3						4						5					
№№ порядковыя.	ТИПЫ ПЕНСИЙ.	Процентъ отчисленія на пенсіи <i>r</i>						Отношеніе между пенсіями— $\frac{П_m}{П_n}$																							
		При оплатѣ пенсіями.																													
		Всѣхъ сроковъ службы.			Послѣднихъ 15-ти сроковъ.			$\frac{П_{16}}{П_{30}}$	$\frac{П_{14}}{П_{28}}$	$\frac{П_{16}}{П_{30}}$	$\frac{П_{21}}{П_{30}}$	$\frac{П_{19}}{П_{28}}$	$\frac{П_{21}}{П_{30}}$	$\frac{П_{26}}{П_{30}}$	$\frac{П_{24}}{П_{28}}$	$\frac{П_{26}}{П_{28}}$															
		Абсолют.	ФЖД.	РЖД.	Абсолют.	ФЖД.	РЖД.	Абсолют.	ФЖД.	РЖД.	Абсолют.	ФЖД.	РЖД.	Абсолют.	ФЖД.	РЖД.															
1	Стационарныя — денежный ростъ—нуль	0.53	—	—	0.44	—	—	0.76	—	—	0.82	—	—	0.90	—	—															
	Стационарныя — денежный ростъ—40%	0.16	0.21	0.12	0.13	0.16	0.07	0.27	0.23	0.14	0.41	0.36	0.27	0.66	0.60	0.54															
2	Эмеритальныя—денежный ростъ—40%	0.12	0.15	0.09	0.10	0.11	0.05	0.31	0.27	0.16	0.46	0.40	0.30	0.69	0.62	0.57															
3	Тонтины 1-го рода—денеж- ный ростъ—40%	0.04	0.05	0.03	0.03	0.04	0.02	0.17	0.15	0.08	0.30	0.27	0.20	0.57	0.52	0.46															
4	Тонтины 2-го рода—денеж- ный ростъ—40%	0.06	0.08	0.05	0.05	0.06	0.03	0.22	0.20	0.12	0.36	0.32	0.24	0.61	0.57	0.52															

Т А Б Л И Ц А № 7.

для опредѣленія средняго возраста всѣхъ служащихъ, отъ котораго зависитъ средній процентъ отчисленія на пенсіи.

Возрастъ $x+m$	2 ${}_m p \mu_{x+m}$				3 $\sum_0^m {}_k p \mu_{x+k}$	
	РЖД.		ФЖД.		РЖД.	ФЖД.
	N	lg N	N	lg N		
30	0.007680	3.88536	0.007646	3.88536	0.007680	0.007646
31	006514	81386	007351	86634	014194	014997
32	004753	67596	007069	84943	018947	022066
33	003947	59621	006895	83853	022894	028961
34	003461	53919	006764	83021	026355	035725
35	003137	49645	006686	82517	029492	042411
36	002896	46173	006649	82274	032388	049060
37	002713	43347	006622	82101	035101	055682
38	002568	40962	006635	82186	037669	062317
39	002447	38865	006661	82352	040116	068978
40	002349	37093	006732	82815	042465	075710
41	002265	35496	006829	83485	044730	082539
42	002191	34060	006959	84252	046921	089498
43	002125	32730	007079	84994	049046	096577
44	002070	31572	007252	86048	051116	103829
45	002020	30533	007368	86738	053136	111197
46	001978	29635	007598	88069	055114	118795
47	001942	28817	007833	89395	057056	126628
48	001911	28139	008106	90880	058967	134734
49	001887	27569	008392	92386	060854	143126
50	001865	27056	008681	93859	062719	151807
51	001848	26667	008987	95360	064567	160794
52	001816	25912	009326	96968	066383	170120
53	001822	26040	009696	98661	068205	179816
54	001813	25855	009750	98900	070018	189576
55	001806	25677	009824	99230	071824	199400
56	001800	25525	009972	99878	073624	209372
57	001795	25413	010092	2.00398	075419	219464
58	001789	25266	010321	01374	081208	229785
59	001780	45047	007749	3.88925	082988	237534
60	001768	24758	005665	75318	084756	243199

ТАБЛИЦА № 8.

для вычисления величины среднего жалования.

1	2				3		4	
Сроки службы.	Жалованье — $Ж_m$				$ m\rho Ж_m$		$\sum_0^m k\rho Ж_k$	
	РЖД		ФЖД		РЖД	ФЖД	РДЖ	ФЖД
	N	lgN	N	lgN	N	N	N	N
0	1.000	0.00000	1.000	0.00000	1 000	1.000	1.000	1.000
1	1.107	04415	1.052	02202	0 922	989	1.922	1.989
2	1.180	07188	1.107	04415	703	981	2.625	2.870
3	1.244	09482	1.162	06446	589	981	3.214	3.851
4	1.305	11561	1.198	07846	542	973	3.756	4.824
5	1.361	13386	1.235	09167	500	968	4.256	5.792
6	1.414	15045	1.271	10415	467	965	4.723	6.757
7	1.462	16495	1.301	11428	440	956	5.163	7.713
8	1.504	17725	1.339	12678	416	957	5.579	8.670
9	1.542	18808	1.361	13386	394	947	5.973	9.617
10	1.578	19811	1.383	14082	374	940	6.347	10.557
11	1.611	20710	1.406	14799	356	938	6.703	11.495
12	1.642	21537	1.429	15503	338	935	7.041	12.430
13	1.673	22350	1.445	15987	321	925	7.362	13.355
14	1.702	23096	1.462	16495	305	920	7.667	14.275
15	1.731	23830	1.479	16997	290	905	7.957	15.180
16	1.758	24502	1.498	17551	276	903	8.233	16.083
17	1.784	25139	1.517	18099	262	900	8.495	16.983
18	1.810	25768	1.537	18667	249	898	8.744	17.881
19	1.834	26340	1.549	19005	231	889	8.975	18.770
20	1.857	26881	1.563	19396	225	880	9.200	19.650
21	1.879	27393	1.581	19893	213	871	9.413	20.521
22	1.900	27875	1.600	20412	202	864	9.615	21.385
23	1.920	28330	1.619	20925	191	857	9.806	22.242
24	1.938	28735	1.639	21458	180	820	9.986	23.062
25	1.956	29137	1.659	21985	170	785	10.156	23.847
26	1.972	29491	1.679	22505	160	756	10.316	24.603
27	1.988	29842	1.700	23045	151	741	10.467	25.344
28	2.003	30168	1.720	23553	141	700	10.608	26.044
29	2.016	30449	1.740	24055	132	496	10.740	26.540
30	2.030	30750	1.760	24551	123	342	10.863	26.882
	51.701		44.991					

ТАБЛИЦА № 9.

для опредѣленія процента отчисленія на вдовьи пенсіи, въ теченіе первыхъ лѣтъ службы.

1	2	3	4	5	6	7						
Сроки службы.	Отношеніе γ_m числа жена- тыхъ къ общему числу слу- жащихъ.		a_{25+m}		$\gamma_m a_{25+m}$		$\gamma_n a_{25+n}$		$\gamma_m a_{25+m} \mu_{x+m}$		$\gamma_n a_{25+n} \mu_{x+n}$	
	N	Ig N	N	Ig N	РЖД.	ФЖД.	РЖД.	ФЖД.	РЖД.	ФЖД.	РЖД.	ФЖД.
1	0.56	1.74819	18.949	1.27759	8.504	9.596	8.504	9.596	0.0665	0.0750	0.0665	0.0750
2	0.60	77815	18.800	27416	6.215	9.244	14.719	18.840	0496	0738	1161	1488
3	0.64	80618	18.647	27059	5.104	8.975	19.823	27.815	0416	0731	1577	2219
4	0.67	82607	18.488	26689	4.400	8.600	24.223	35.415	0367	0716	1944	2935
5	0.69	83885	18.324	26302	3.817	8.138	28.040	44.553	0326	0695	2270	3630
6	0.71	85126	18.155	25900	3.366	7.729	31.406	52.282	0295	0677	2565	4307
7	0.73	86322	17.979	25477	3.003	7.256	34.409	59.538	0271	0654	2836	4961
8	0.74	86923	17.799	25040	2.665	6.884	37.074	66.422	0247	0639	3083	5600
9	0.76	88081	17.612	24581	2.406	6.549	39.480	72.971	0230	0627	3313	6227
10	0.77	88649	17.419	24102	2.152	6.166	41.632	79.137	0213	0610	3526	6837
11	0.78	89209	17.221	23606	1.929	5.824	43.561	84.961	0198	0597	3724	7434
12	0.79	89763	17.016	23086	1.730	5.491	45.291	90.452	0180	0584	3904	8018
13	0.80	90309	16.805	22543	1.552	5.118	46.843	95.570	0172	0566	4076	8584
14	0.81	90849	16.588	21980	1.391	4.877	48.234	100.447	0160	0562	4236	9146
15	0.82	91381	16.366	21394	1.250	4.664	49.484	105.111	0150	0562	4386	9708
16	0.83	91908	16.136	20779	1.107	4.313	50.591	109.424	0139	0543	4526	1.0251
17	0.84	92428	15.903	20148	1.007	4.064	51.598	113.488	0133	0537	4658	1.0788
18	0.85	92942	15.660	19479	0.906	3.840	52.504	117.328	0126	0533	4784	1.1321
19	0.85	92942	15.413	18788	0.803	3.572	53.307	120.900	0117	0522	4901	1.1843
20	0.85	92942	15.159	18067	0.710	3.308	54.017	124.208	0110	0510	5011	1.2353

ТАБЛИЦА № 10.

Величины, опредѣляющія составъ служащихъ Московскаго
Городскаго Управленія.

1	2	3	4	5	6	7	8	
Порядковый номеръ.	Годъ.	Общая сумма.	Число служащихъ.	Изъ вновь всту- пившихъ осталось на службѣ къ кон- цу 1902 г.	Среднее жало- ванье.	Число пенсионе- ровъ.	Расходъ на пен- сіонеровъ.	Процентное отно- шеніе расхода на пенсіонеровъ къ жалованью.
1	1873	512999	733	23	700			
2	1874	554299	785	22	705			
3	1875	583519	814	11	720			
4	1876	608979	892	29	680			
5	1877	623601	924	36	675			
6	1878	661553	952	22	695			
7	1879	668497	974	36	685			
8	1880	689471	1021	35	675			
9	1881	723771	1077	52	670			
10	1882	760261	1123	27	680			
11	1883	771261	1149	57	670			
12	1884	783061	1170	60	670			
13	1885	784671	1180	33	665		17564	2.2
14	1886	858872	1243	66	690			
15	1887	907381	1299	81	700			
16	1888	965598	1381	79	700			
17	1889	1046757	1496	76	700			
18	1890	1069517	1538	77	695		32842	3.1
19	1891	1101822	1582	74	700			
20	1892	1162937	1642	90	710			
21	1893	1198199	1706	107	700			
22	1894	1240413	1757	112	705			
23	1895	1303139	1821	127	715		61694	4.7
24	1896	1407170	2020	214	700		71392	5.1
25	1897	1500101	2170	219	690		82182	5.5
26	1898	1573232	2258	194	695	259	73035	4.6
27	1899	1749200	2432	266	720	282	87903	5.0
28	1900	2021097	2567	316	785	308	107314	5.3
29	1901	2151739	2693	309	800	321	113613	5.3
30	1902	2398072	3021	239	790	333	122203	5.1
За 30 лѣтъ.		32381153	45420	3089	710			

ТАБЛИЦА № 11.

для опредѣленія величиныкупа за старослужащихъ.

1	2	3	4	5	6	7	8	9						
Возрасть $x+m$.	$m p_x C_m$	$\sum_0^m p_x C_x$	$v_{m+1} p_x \frac{N_x - N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}}$	$\sum_1^m v_{k+1} p_x \frac{N_x - N_{x+k+1}}{D_{x+k+1}}$	$ E_x (1+i)^m$	$\sum_0^m E_x (1+i)^k$	$m p_x m. (1+i)^m$	$\sum_0^m k p_x k. (1+i)^k$	Возрасть $x+m$.	$m p_x \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}}$	$\sum_0^m k p_x \frac{N_{x+k}}{D_{x+k}}$	Возрасть $x+m$.	$\mathcal{U}_m \frac{N_m - N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}}$	$\sum_0^m \mathcal{U}_k \frac{N_x - N_{x+k+1}}{D_{x+k+1}}$
30	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	60	6.199	6.199	30	6400	6400
31	2.02	3.02	2.04	3.04	2.07	3.07	1.03	1.03	61	5.811	12.010	31	1628	8028
32	3.07	6.09	3.09	6.13	3.21	6.28	2.18	3.21	62	5.427	17.437	32	759	8787
33	4.16	10.25	4.20	10.33	4.43	10.71	3.28	6.49	63	5.049	22.486	33	1827	10614
34	5.26	15.51	5.33	15.66	5.76	16.47	4.53	11.02	64	4.678	27.164	34	2124	12738
35	6.37	21.88	6.51	22.17	7.40	23.87	5.91	16.93	65	4.316	31.480	35	1188	13926
36	7.52	29.40	7.72	29.89	8.61	32.48	7.20	24.13	66	3.963	35.443	36	1800	15726
37	8.69	38.09	8.90	38.79	10.27	42.75	8.72	32.85	67	3.619	39.062	37	1610	17336
38	9.89	47.98	10.29	49.08	11.94	54.69	10.25	43.10	68	3.288	42.350	38	2236	19572
39	11.12	59.10	11.6	60.7	13.69	68.38	11.84	54.94	69	2.969	45.319	39	1080	20652
40	12.37	71.47	13.0	73.7	15.63	84.01	13.58	68.52	70	2.665	47.984	40	2109	22761
41	13.65	85.12	14.5	88.2	17.65	101.66	15.38	83.90	71	2.375	50.359	41	2040	24801
42	14.95	100.07	15.9	104.1	19.78	121.44	17.24	101.14	72	2.101	52.460	42	1023	25824
43	16.26	116.33	17.3	121.4	22.13	143.57	19.30	120.44	73	1.844	54.304	43	1848	27672
44	17.60	133.93	19.1	140.5	24.44	168.01	21.29	141.73	74	1.605	55.909	44	2106	29778
45	18.96	152.89	20.7	161.2	27.00	195.01	23.46	165.19	75	1.383	57.292	45	1896	31674
46	20.34	173.23	22.7	183.9	29.66	224.67	25.68	190.87	76	1.181	58.473	46	1672	33346
47	21.72	194.95	24.1	208.0	32.59	257.26	28.08	218.95	77	0.997	59.470	47	1540	34886
48	23.13	218.09	25.9	233.9	35.61	292.87	30.54	249.49	78	0.833	60.303	48	1332	36218
49	24.54	242.63	28.0	261.9	38.76	331.63	33.03	282.52	79	0.685	60.988	49	1440	37658
50	25.95	268.58	29.7	291.6	42.00	373.63	35.55	318.07	80	0.556	61.544	50	1498	39156
51	27.36	296.94	31.6	323.2	45.56	419.18	38.25	356.32	81	0.445	61.989	51	1456	40612
52	28.77	324.71	33.6	356.8	49.20	468.38	40.96	397.28	82	0.350	62.339	52	1397	42009
53	30.16	354.87	35.7	392.5	52.96	521.34	43.67	440.95	83	0.278	62.617	53	2140	44149
54	31.54	386.41	38.0	430.5	57.06	578.40	46.53	487.48	84	0.206	62.823	54	1752	45901
55	32.89	419.30	40.2	470.7	61.38	639.78	49.54	537.02	85	0.153	62.976	55	1358	47259
56	34.20	453.50	42.6	513.3	65.82	705.60	52.32	589.34	86	0.111	63.087	56	1596	48855
57	35.48	488.98	45.0	558.3	70.47	776.07	55.21	644.55	87	0.078	63.165	57	1264	50119
58	36.70	525.68	47.5	605.8	75.48	851.55	58.20	702.75	88	0.054	63.219	58	927	51046
59	37.79	563.47	50.1	656.0	80.62	932.17	61.06	763.81	89	0.036	63.255	59	478	51524
60	38.93	602.40	53.0	709.0	85.83	1019.00	63.77	827.58	90	0.023	63.278			
61	39.91	642.31	55.4	764.3	91.43	1109.43	66.50	894.08	91	0.015	63.293			
62			58.4	822.7					92	0.009	63.302			
63			61.3	884.0					93	0.005	63.307			
64			64.7	948.7					94	0.003	63.310			
									95	0.0015	63.3115			
									96	0.0007	63.3122			
									97	0.0003	63.3125			
									98	0.00015	63.31265			
									99	0.00006	63.31271			
									100	0.00001	63.31272			

Поясненіе къ таблицамъ.

§ 1. Начальный возрастъ. Начальный возрастъ поступающихъ на службу: для служащихъ русскихъ желѣзныхъ дорогъ (М. П. С., стр. 32)—29 лѣтъ, для служащихъ французскихъ желѣзныхъ дорогъ (S. p.—113)—27 лѣтъ.

Для служащихъ города Москвы нѣтъ полныхъ данныхъ о числѣ вновь вступающихъ по возрастамъ, но есть данныя, относящіяся къ 1901 году, о числѣ прослужившихъ одинъ годъ, а потому по формулѣ (IV—§ 1) можно опредѣлить $x+1$, гдѣ (x) есть средній возрастъ вновь вступающихъ.

Г. Москва.

Число лицъ, прослужившихъ одинъ годъ:

Число лицъ.	Воз- растъ.	Число лицъ.	Воз- растъ.	Число лицъ.	Воз- растъ.	Число лицъ.	Воз- растъ.
41	21	16	29	7	37	2	47
13	22	12	30	5	38	3	48
10	23	12	31	6	39	4	50
22	24	16	32	6	40	1	53
24	25	10	33	2	41	1	54
14	26	6	34	7	42	1	55
23	27	4	35	2	43	2	60
21	28	7	36	3	44	Всего 307	

Пользуясь таблицами Texte-Book, по указанной формулѣ найдемъ

$$307 \mu_{x+1} = 2.370013$$

откуда

$$\mu_{x+1} = \frac{2.37013}{307} = 0.00772$$

и этой величинѣ μ_{x+1} въ таблицахъ соотвѣтствуетъ возрастъ между 30—31 годами, почему можно принять за средній возрастъ городскихъ служащихъ $x=31-1=30$ годамъ.

На основаніи этихъ данныхъ, которыя подтверждаютъ предположенія, сдѣланныя еще Ресницкимъ, мы приняли для начального возраста вновь вступающихъ 30 лѣтъ, исходя изъ котораго и составили наши таблицы.

§ 2. Процентъ денежнаго роста. Городъ платитъ по своимъ денежнымъ обязательствамъ 4% денежнаго роста, а потому и обязатель-

ства свои по отношенію къ пенсіямъ служащимъ можетъ учитывать не болѣе, какъ изъ 4⁰/₀; тотъ же ростъ даютъ въ настоящее время и большинство государственныхъ процентныхъ бумагъ, причемъ, едвали возможно ожидать, въ сколько-нибудь близкомъ будущемъ, пониженія роста по государственнымъ процентнымъ бумагамъ и городскимъ обязательствамъ. Исходя изъ этихъ соображеній, *денежный учетный процентъ принятъ въ 4⁰/₀ во всѣхъ нашихъ таблицахъ.*

§ 3. Предѣльный возрастъ для выслуги полной пенсіи. Предѣльный возрастъ для выслуги полной пенсіи на государственной службѣ колеблется между 25—35 годами. для русскихъ желѣзныхъ дорогъ Малешевскій находитъ возможнымъ принять 30 лѣтъ, на большинствѣ французскихъ желѣзныхъ дорогъ по Soulier также 30 лѣтъ; вообще, можно полагать, что въ среднемъ каждый 30-лѣтній служащій можетъ прослужить на городской службѣ около 30 лѣтъ, не потерявъ способности къ труду, а потому мы принимаемъ, что *полная пенсія, въ размѣрѣ средняго жалованья за всѣ годы службы, не должна выдаваться, при нормальныхъ условіяхъ, ранѣе, чѣмъ за 30 лѣтъ.*

§ 4. Таблица № 1 учетныхъ множителей, зависящихъ отъ денежнаго роста. Учетные множители, зависящіе отъ принятаго размѣра 4⁰/₀ денежнаго роста, взяты у г. Савича «Элементарная теорія страхованія жизни и трудоспособность» СПб. 1900, изъ таблицъ его I, II и III.

Графа 1-я—показываетъ время, за которое производится учетъ.

» 2-я—даетъ величины чиселъ $(1+i)^m$.

» 3-я—даетъ сумму тѣхъ же чиселъ отъ 0 до (m) , т. е.

$$C_m = \sum_0^m (1+i)^k \text{ и ихъ логариёмы.}$$

» 4-я—даетъ сумму чиселъ C_m отъ 0 до (m) , т. е. $\sum_0^m C_k$

» 5-я—даетъ величину обратную чиселъ $(1+i)^m$, т. е.

$$v^m = \frac{1}{(1+i)^m} \text{ и логариёмы этихъ чиселъ.}$$

» 6-я—даетъ величину чиселъ $\frac{m+1}{C_m}$ отъ 0 до (m) и ихъ логариёмы.

» 7-я—даетъ сумму чиселъ предыдущихъ, т. е. $\sum_0^m \frac{m+1}{C_m}$ отъ 0 до (m) .

Учетъ доведенъ для всѣхъ этихъ чиселъ до 45 года, а по частнымъ соображеніямъ для v^m до 48 года включительно, а для $\frac{m+1}{C_m}$ и суммы этихъ чиселъ до 30 года.

Въ данной таблицѣ, какъ и во всѣхъ слѣдующихъ, графа, обозначенная черезъ N , даетъ числа, а графа, обозначенная черезъ $\lg N$, даетъ логариёмы чиселъ.

Значеніе всѣхъ величинъ этой таблицы хорошо извѣстно изъ теоріи долгосрочныхъ обязательствъ, а потому не требуетъ особаго поясненія.

§ 5. Таблица № 2—величинъ, связанныхъ съ вѣроятностью дожитія. Различныя величины, входящія въ выведенныя нами формулы и связанныя съ вѣроятностью дожитія, взяты изъ таблицъ, данныхъ въ Texte-Book р. 494—550, при учетномъ процентѣ—4%.

Конечно, при расчетахъ пенсій для городскихъ служащихъ, правильнѣе всего было бы примѣнить специальную таблицу дожитія служащихъ и пенсіонеровъ города, если бы таковыя таблицы имѣлись.

Но такъ какъ специальныхъ таблицъ нѣтъ, намъ кажется, наиболѣе правильнымъ примѣнить таблицу дожитія общую, а не специальную таблицу какого-либо другого учрежденія и пользоваться этою общею таблицею до тѣхъ поръ, пока, на основаніи достаточнаго числа наблюденій, въ средѣ городскихъ служащихъ и пенсіонеровъ, окажется возможнымъ составить специальную таблицу дожитія.

Затѣмъ, надлежало бы при выборѣ общей таблицы дожитія взять таблицы дожитія для народонаселенія Москвы или, по крайней мѣрѣ, для всего народонаселенія Россіи, но это потребовало бы значительнаго труда по вычисленію различныхъ коммутаціонныхъ чиселъ и пожизненныхъ рентъ, для выполненія котораго мы не имѣли достаточно времени. Такъ какъ болѣе значительная смертность въ Россіи, по сравненію со смертностью въ Англіи, можетъ считаться вполне доказанною, то беря таблицы дожитія, составленныя на основаніи наблюденій англійскихъ страховыхъ обществъ, мы, если и дѣлаемъ ошибку, въ общемъ все же не особенно значительную, то въ направленіи не преуменьшенія расходовъ на пенсіи, а въ направленіи нѣкотораго преувеличенія ихъ, что вполне соответствуетъ тѣмъ практическимъ цѣлямъ, которыя мы имѣемъ въ виду.

Таблица дожитія въ Texte-Book дана на стр. 494—502, и 30-му году въ этой таблицѣ соответствуетъ основаніе 89685, почему дѣленіемъ соответствующихъ чиселъ доживающихъ на это основаніе мы опредѣлили числа соответствующія ${}_m p_x = \frac{l_{x+m}}{l_x}$ т. е. вѣроятности дожитія въ теченіе (m) лѣтъ.

Графа 1-я—даетъ возрастъ $x+m$, гдѣ (x) начальный возрастъ 30 лѣтъ.

» 2-я—даетъ числа и логариѣмы величины ${}_m p_x$

» 3-я—даетъ сумму чиселъ ${}_m p_x$ отъ 0 до (m), т. е. ${}_m E_x = \sum_0^m {}_m p_x$

которыя въ обычной теоріи страхованія не имѣютъ приложенія, а въ теоріи пенсіи выражаютъ пенсіонную ренту, для періода образованія пенсіи, или для періода службы.

Графа 4-я—величины E_{x+m} взяты изъ таблицы Texte-Book, гдѣ она дана въ графѣ величинъ $e_x = \frac{1}{2} + e_x$, но увеличины

нами на $\frac{1}{2}$ года, т. е. мы полагаемъ $E_{x+m} = e_x + \frac{1}{2}$;

эта величина въ теоріи пенсій выражаетъ не ожида-
ніе жизни, а равновеликую ожиданію жизни пенсіон-
ную ренту въ періодъ ликвидаціи ренты, или въ пе-
ріодъ пенсіонированія.

5-я—даетъ величину обыкновенныхъ немедленныхъ по-
жизненныхъ рентъ для различныхъ возрастовъ жизни,
которая дана при 4% въ таблицѣ XVI—Texte-Book,
стр. 523; причемъ, величина каждой ренты увеличена
на единицу, потому, что мы считаемъ за величину

a_{x+m} не $\frac{N_x}{D_x}$, какъ принято въ Texte-Book, а ве-

личину $\frac{N_{x+1}}{D_x}$, которая всегда болѣе на единицу ве-

личины $\frac{N_x}{D_x}$.

6-я—даетъ величину временныхъ отсроченныхъ пожизнен-
ныхъ рентъ, которыя для различныхъ возрастовъ
жизни вычислены нами по таблицамъ коммутаціонныхъ
чиселъ N_x и D_x данныхъ въ Texte-Book для 4% де-
нежнаго роста на стр. 520—521, таблица XIV. Вычи-
сленія произведены по формулѣ $|m| a_x = \frac{N_{x-1} - N_{x+m}}{D_{x+m}}$
если положить, что N_x есть коммутаціонное число таб-
лицъ Texte-Book.

7-я—даетъ частныя отъ дѣленія величинъ 4-й на величины
5-й графы, выражающія отношенія r_m^0 пожизненной
немедленной ренты для возраста $x+m$ къ временной
отсроченной на (m) лѣтъ пожизненной рентѣ (это
отношеніе въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ
принимается за величину процента отчисленія на
пенсіи различнаго возраста, но по соображеніямъ,
изложеннымъ нами, эта величина можетъ быть равна
проценту отчисленія на пенсіи только въ исключитель-
номъ случаѣ, при нѣкоторыхъ частныхъ допущеніяхъ).

8-я—даетъ величины коэффиціента смертности μ_x , взятые
прямо изъ Texte-Book изъ таблицы дожитія, стр.
497—497, таблица I.

9-я—даетъ сумму предыдущихъ чиселъ, т. е. $\sum_0^m \mu_{x+k}$ отъ
0 до (m) и доведена до $m=30$.

Всѣ величины, связанныя съ вѣроятностью дожитія въ таблицѣ № 2, даются отъ 30 лѣтъ жизни до 100 лѣтъ, принимаемыхъ за предѣльный табличный возрастъ дожитія; кромѣ величинъ $|_m|a_x$ и r_m^0 , доведенныхъ вычисленіемъ только до 65 лѣтъ включительно и величинъ μ_x , приведенныхъ только между возрастамъ отъ 30 до 60 лѣтъ включительно.

§ 5. Таблицы прочности службы № 3 и № 4. Мы даемъ двѣ таблицы прочности службы и связанныхъ съ прочностью службы величинъ. Одна таблица № 3 относится къ служащимъ на русскихъ желѣзныхъ дорогахъ, составлена по отчетамъ пенсіонно-сберегательной кассы этихъ дорогъ и дана въ «Запискѣ управленія дѣлами желѣзнодорожнаго Пенсіоннаго Комитета, по проекту новаго порядка раздѣленія производимаго изъ средствъ казны пособія пенсіонной кассѣ служащихъ на казенныхъ желѣзныхъ дорогахъ, отъ ... года». Другая таблица № 4 относится къ служащимъ французской Западной желѣзной дороги и взята изъ отчета отъ 25 декабря 1894 года: «Travaux statistiques et calculs nécessaires pour chiffrer les charges annuelles destinées à assurer le service normal des retraites».

Въ каждой таблицѣ даны слѣдующія величины:

Графа 1-я—даетъ продолжительность службы (m) въ годахъ.

» 2-я—даетъ числа $\mathcal{N}_m$ дослуживающихъ до срока (m) изъ начального числа $\mathcal{N}_0$ принятаго въ обѣихъ таблицахъ равнымъ 10000.

» 3-я—даетъ суммы чиселъ $\mathcal{N}_m$ отъ 0 до (m) $= \sum_0^m \mathcal{N}_n$ т. е. суммы всѣхъ служащихъ послѣдовательныхъ сроковъ службы отъ 0 до (m).

» 4-я—даетъ числа $\rho_{m+1} = \frac{\mathcal{N}_{m+1}}{\mathcal{N}_m}$ т. е. отношенія числа служащихъ какого либо срока службы $m+1$ къ предыдущему числу служащихъ срока (m), или вѣроятность остаться на службѣ въ теченіе одного года, между (m) и ($m+1$) сроками службы.

Графа 5-я—даетъ числа $|_m|^2 = \frac{\mathcal{N}_m}{\mathcal{N}_0}$ т. е. отношенія числа служащихъ какого либо срока службы (m) къ числу вновь вступающихъ, или первоначальному числу служащихъ $\mathcal{N}_0$, каковыя отношенія равны вѣроятности остаться на службѣ въ теченіе (m) первыхъ лѣтъ.

» 6-я—даетъ числа $\chi_{m+1} = \frac{\mathcal{N}_m - \mathcal{N}_{m+1}}{\mathcal{N}_m} = 1 - \frac{\mathcal{N}_{m+1}}{\mathcal{N}_0} = 1 - \rho_m$, выражающія ежегодную непрочность службы или процентъ оставляющихъ службу въ теченіе каждаго года между m и $m+1$ сроками службы.

Графа 7-я — даетъ суммы чиселъ χ_{m+1} отъ 0 до (m) , т. е. $\sum \chi^k$ выражающія общую непрочность службы, въ теченіе всего періода (m) лѣтъ.

Принимая опредѣленный, но произвольный срокъ (n) для выдачи полной пенсіи, мы должны допустить, что всѣ служащіе на этомъ срокѣ службы оставляютъ службу, т. е. должны полагать, что $\chi_{n+1} = 1$, а не той величинѣ, которую даютъ наблюденія, потому что допущеніе $\chi_{n+1} = 1$ равносильно допущенію $\partial\chi_{n+1} = 0$ вслѣдствіе чего число $\partial\chi_n$, опредѣляющее число остающихъ на службѣ къ $n+1$ году становится послѣднимъ числомъ въ рядѣ опредѣляющемъ числа служащихъ различныхъ сроковъ службы.

Сравненіе двухъ таблицъ между собою показываетъ, что непрочность службы χ_m , для соотвѣтственныхъ лѣтъ службы, и весь ходъ измѣненія непрочности службы, для состава служащихъ русскихъ желѣзныхъ дорогъ и французскихъ желѣзныхъ дорогъ, совершенно различны. Для сокращенія обозначимъ черезъ РЖД—русскія желѣзныя дороги и черезъ ФЖД—французскія желѣзныя дороги.

На русскихъ желѣзныхъ дорогахъ непрочность службы въ общемъ почти въ 3 раза превосходитъ непрочность службы французской желѣзной дороги. Для РЖД.—непрочность службы очень велика для первыхъ 6-ти лѣтъ, въ теченіе которыхъ оставляютъ службу $\frac{2}{3}$ всѣхъ служащихъ, затѣмъ на все остальное время службы непрочность устанавливается и колеблется около средней величины 0.07 въ годъ до самаго конца службы, падая до 0.063 къ 20-му году службы и начиная съ этого времени медленно повышается, доходя до 0.075 на 30-мъ году службы. По истеченіи 15 лѣтъ на службѣ остается только около $\frac{1}{7}$ всего числа вступающихъ на службу, а 30 лѣтъ можетъ выслужить только 0.056 всѣхъ вступающихъ на службу, или не болѣе 6% всѣхъ вступающихъ. Возмущающее вліяніе выдачи пенсій на прочность службы, которая должна выражаться повышеніемъ непрочности службы около годовъ вывода на пенсію, сказывается весьма мало на прочности службы РЖД, но причину этого надо искать только въ томъ, что пенсіонированіе на РЖД еще не могло сказаться на прочности службы, потому что пенсіонная касса этихъ дорогъ только недавно открыла свои дѣйствія, такъ что къ выдачѣ сколько нибудь значительныхъ пенсій она не могла приступить.

Для ФЖД—непрочность службы для первыхъ лѣтъ службы по сравненію съ РЖД въ 4 раза меньше и число служащихъ оставляющихъ службу по истеченіи 6-ти лѣтъ не превышаетъ $\frac{1}{4}$ всѣхъ служащихъ вступающихъ на службу, затѣмъ на все остальное время службы до выдачи первыхъ пенсій на 23-мъ году непрочность службы устанавливается, почти съ 3-го года, и держится все время около средней величины нѣсколько большей 0.02 въ годъ, падая до 0.016 на 15-мъ году службы, съ какого времени очень медленно повышается до 23-го года. Но съ 23-го года, когда начинается выдача пенсій досрочныхъ, непрочность службы повышается до 0.055, затѣмъ опять

нѣсколько уменьшается, а къ 28-му году, сразу повышается до 0.300, на каковой величинѣ и держится въ теченіе всего періода выдачи полныхъ пенсій, который растягивается почти на 20 лѣтъ до 48 г. службы. По истеченіи 15 лѣтъ остается на службѣ $\frac{6}{10}$ всѣхъ служащихъ, а 30 лѣтъ можетъ выслужить 0.41 всѣхъ поступающихъ на службу. Возмущающее вліяніе пенсій на прочность службы, при томъ способѣ пенсіонированія, который принятъ на Западной желѣзной дорогѣ, очевиденъ, но дѣйствіе его начинается очень поздно въ виду того, что досрочная выдача пенсій допускается только послѣ 20 лѣтъ службы.

§ 6. Таблицы для вычисленія процента отчисленія на пенсіи, при заданіи пенсій каждаго срока службы.

Кромѣ этихъ основныхъ таблицъ дается рядъ вспомогательныхъ таблицъ, составленныхъ изъ этихъ основныхъ и представляющихъ произведенія различныхъ величинъ основныхъ таблицъ для ряда послѣдовательныхъ сроковъ, въ той комбинаціи этихъ величинъ, какая встрѣчается въ формулахъ, предложенныхъ для вычисленія процента отчисленія на пенсіи.

Таблица № 5 для вычисленія процента отчисленія изъ жалованья на пенсіи разнаго типа, при заданіи пенсіи на каждый срокъ службы. Таблица составлена въ предположеніи пенсіонированія только послѣднихъ сроковъ службы, начиная съ 16-го года службы, принимая прочность службы какъ РЖД, такъ и ФЖД; величины, относящіяся къ каждой прочности службы, даны въ особыхъ графахъ, обозначенныхъ соотвѣтственными инициалами РЖД и ФЖД.

Для производства вычисленій по этой таблицѣ надлежитъ взять рядъ пенсій, связанныхъ съ каждымъ срокомъ службы и, помножая величины, данныя въ таблицѣ для каждаго срока, на установленную для этого срока пенсію и беря сумму всѣхъ величинъ до послѣдняго срока, установленнаго для вывода на полную пенсію или для послѣдняго срока службы, установленнаго наблюденіемъ, получимъ процентъ отчисленія при пенсіяхъ данной величины.

Графа 1-я—даетъ срокъ службы

» 2-я—даетъ величины, отъ которыхъ зависитъ размѣръ пенсій стаціонарныхъ; причемъ для прочности РЖД таблица доведена до условнаго предѣльнаго срока въ 30 лѣтъ, а для прочности ФЖД—до послѣдняго срока службы, установленнаго наблюденіемъ

» 3-я—даетъ величины, отъ которыхъ зависитъ размѣръ пенсіи эмеритальной, при предѣльномъ срокѣ службы въ 30 лѣтъ.

» 4-я и 5-я—даютъ величины, опредѣляющія размѣръ пенсій-тонтины 1-го и 2-го рода, при предѣльномъ срокѣ службы въ 30 лѣтъ.

§ 7. Таблица для вычисления процента отчисления на пенсии, при допущении определенной пропорциональности между пенсиями различных сроковъ.

При допущеніи между пенсіями такого соотношенія, при которомъ произведеніе пенсій на величины, данныя въ таблицѣ № 5 для всѣхъ сроковъ службы, равны между собою, что равносильно допущенію равенства отчисления на пенсіи каждаго срока службы, процентъ отчисления на пенсіи опредѣляется величиною — $r_n \sum_{k=0}^n \gamma_{m+k}$, гдѣ сумма непрочности службы въ періодъ службы отъ k до n лѣтъ опредѣляется для каждой прочности службы изъ соотвѣтствующей таблицы, прочности службы №№ 3 и 4, а r_n равно произведенію пенсіи для за (n) срокъ службы на величину, соотвѣтствующую (n) сроку въ таблицѣ № 5.

Таблица № 6—даетъ процентъ отчисления на пенсіи разнаго типа, при абсолютной прочности службы и при прочности службы РЖД и ФЖД, при условіи $P_n = \mu_c$, т. е. при допущеніи равенства пенсіи послѣдняго срока среднему жалованью, причемъ для абсолютной прочности службы и прочности РЖД— $n=30$, а для прочности ФЖД— $n=28$.

Графа 1-я—даетъ полный процентъ отчисления на пенсіи каждаго типа, при пенсіонированіи всѣхъ сроковъ службы.

» 2-я—даетъ процентъ отчисления на пенсіи каждаго типа, при пенсіонированіи только 15 послѣднихъ лѣтъ службы.

» 3-я, 4-я и 5-я—даютъ отношенія между пенсіями различныхъ сроковъ службы въ пенсіи за послѣдніе сроки службы; эти примѣрные отношенія даны:
при абсолютной прочности службы для сроковъ 16, 21, 26 лѣтъ;
при прочности РЖД для сроковъ 16, 21 и 26 лѣтъ;
при прочности ФЖД для сроковъ 14, 19 и 24 года.

§ 8. Таблица для вычисления средняго процента отчисления на пенсіи.

Замѣщая весь данный составъ служащихъ составомъ одного средняго возраста, мы опредѣлимъ этотъ средній возрастъ, при данной прочности службы, при помощи таблицы № 7, гдѣ даны величины $|m| \rho \mu_{x+m}$, и сумма этихъ величинъ отъ $m=0$ до $m=30$, при $x=30$, дастъ средній возрастъ ξ всего состава данной прочности, опредѣлится при пенсіонированіи, начиная со срока x , по формулѣ:

$$\mu_{x+\xi} = \frac{\mathcal{N}_0 \left(\sum_0^n |m| \rho \mu_{x+m} - \sum_0^x |m| \rho \mu_{x+m} \right)}{\sum_0^n \mathcal{N}_m - \sum_0^x \mathcal{N}_m};$$

величины же $\mathcal{X}_0$ и $\sum_0^n \mathcal{X}_n$ и $\sum_0^n \mathcal{X}_n$ могут быть взяты изъ таблицъ №№ 3 и 4 для соотвѣтственной прочности службы.

По найденной величинѣ $\mu_{x+\xi}$, изъ таблицъ № 2 находимъ соотвѣтствующій этой величинѣ возрастъ $x+\xi$, а зная ξ , изъ таблицы № 5 находимъ ту величину, которая по формулѣ (12) (IV § 21) входитъ въ выраженіе средняго процента отчисленія на пенсію.

Опредѣленіе величины средняго процента отчисленія на пенсію, кромѣ опредѣленія средняго возраста, всего состава, связано съ опредѣленіемъ отношенія средней пенсіи за всѣ сроки службы къ среднему жалованью за весь періодъ службы. Величина средняго жалованья опредѣляется при помощи таблицы № 8.

Таблица № 8—даетъ величины, соотвѣтствующія различнымъ срокамъ службы, отъ которыхъ зависитъ величина средняго жалованья, при прочности службы РЖД и ФЖД.

Графа 1-я—показываетъ сроки службы

» 2-я—даетъ отношеніе средняго жалованья каждаго срока

службы $\mathcal{X}_m = \frac{J_m}{\mathcal{X}_m}$ гдѣ J_m есть жалованье всѣхъ $\mathcal{X}_m$

служащихъ (m) срока службы, къ начальному жалованью $\mathcal{X}_0$, которое принимается за единицу.

» 3-я—опредѣляетъ математическое ожиданіе жалованья на каждый срокъ службы, т. е. $\sum_{m=0}^n \mathcal{X}_m$ для всѣхъ значеній (m) отъ 0 до n .

» 4-я—опредѣляетъ математическое ожиданіе жалованья въ теченіе (m) лѣтъ службы, т. е. $\sum_0^m \mathcal{X}_k$ для всѣхъ сроковъ службы отъ $m=0$ до $m=n$.

Отношеніе средняго жалованья для всего состава къ начальному жалованью, принятому за единицу, есть

$$\frac{J_0}{\mathcal{X}_0} = \frac{\mathcal{X}_0 \sum_0^n \mathcal{X}_k}{\sum_0^n \mathcal{X}_k} = \lambda \sum_0^n \mathcal{X}_k$$

гдѣ величина $\lambda = \frac{\mathcal{X}_0}{\sum_0^n \mathcal{X}_k}$ опредѣляется изъ соотвѣтственной таблицы,

прочности службы №№ 3 и 4.

Что же касается до величины средней пенсіи, то она можетъ быть опредѣлена какъ частное отъ дѣленія всего ежегоднаго расхода на пенсіи (т. е. всего расхода за нѣсколько лѣтъ на пенсіи) на число пенсіонеровъ, предполагая составъ послѣднихъ установившимся (т. е. на число всѣхъ получавшихъ пенсію, въ теченіе того же числа лѣтъ, за

которые берется расходъ на пенсіи) и полученная такимъ образомъ средняя пенсія должна быть раздѣлена на начальное жалованье, тогда отношеніе средней пенсіи къ начальному жалованью, дѣленное на отношеніе средняго жалованья къ начальному жалованью, будетъ, конечно, равно отношенію средней пенсіи къ среднему жалованью, въ составѣ данной прочности службы.

Конечно, болѣе точная формула для вычисленія средней пенсіи должна считаться формула

$$\begin{aligned} \Pi_c &= \frac{\sum_{m=1}^n (\mathcal{U}_m - \mathcal{U}_{m+1}) \Pi_m}{\sum_{m=1}^n (\mathcal{U}_m - \mathcal{U}_{m+1})} = \\ &= \sum_{m=1}^n \frac{1}{m} \mathcal{U}_{m+1} \Pi_m \end{aligned}$$

Но для вычисленія средней пенсіи по этой формулѣ нѣтъ необходимыхъ данныхъ, основанныхъ на наблюденіяхъ: пенсіонныя кассы РЖД существуютъ съ недавняго времени, а потому не пережили даже одного полного пенсіоннаго періода, а для пенсій ФЖД, въ таблицахъ Западной французской желѣзной дороги нѣтъ данныхъ о числѣ пенсіонеровъ каждаго срока, въ связи съ расходомъ по оплатѣ пенсіями каждаго срока отдѣльно.

§ 9. Таблица № 9 для вычисленія процента отчисленія на вдовъ пенсіи.

Процентъ женатыхъ для каждаго срока службы взять изъ упомянутой выше записки Пенсіонной Коммиссіи казенныхъ русскихъ желѣзныхъ дорогъ. Возрастъ женъ принять въ среднемъ на 5 лѣтъ меньше возраста мужей, т. е. въ 25 лѣтъ, что подтверждается отчетными данными пенсіонной кассы русскихъ казенныхъ желѣзныхъ дорогъ и наблюденіями въ средѣ служащихъ французскихъ желѣзныхъ дорогъ, слѣдуя выводамъ Soulier и, наконецъ, согласуется съ расчетами Ресницкаго.

Таблица № 9 для вычисленія вдовьихъ и сиротскихъ пенсій въ теченіе первыхъ лѣтъ службы доведена только до 20 лѣтъ, предполагая что съ этого времени пенсіи личныя, наслѣдственность которыхъ мы признаемъ вездѣ обязательною, достигаютъ нормы, достаточной для обезпеченія вдовъ и сиротъ.

Графа 1-я—показываетъ срокъ службы

- » 2-я—даетъ величины γ_m , т. е. процентъ женатыхъ для каждаго m -го срока службы, по наблюденіямъ въ составѣ служащихъ русскихъ казенныхъ желѣзныхъ дорогъ.
- » 3-я—даетъ пожизненныя ренты, вычисленные въ предположеніи средняго возраста женъ въ 25 лѣтъ.
- » 4-я—даетъ величины $m \rho v_m \gamma_m a_{25+m}$ для каждаго возраста, отъ которыхъ зависитъ вычисленіе процента отчисле-

нія на вдовъ пенсіи, по формулѣ (15) (IV—§ 24).

» 5-я—даетъ суммы предыдущихъ величинъ, т. е.

$$\sum_1^m \rho = v^n \gamma_k a_{25+k} \text{ для всѣхъ сроковъ, начиная отъ первого года до года включительно.}$$

Величины данныхъ въ графѣ 3-й и 4-й вычислены для прочности службы на РЖД, такъ и ФЖД, но для послѣдней при процентѣ женатыхъ въ составѣ РЖД.

При помощи величинъ 4-й и 5-й графы процентъ отчисленія на вдовы пенсіи можетъ быть опредѣленъ только при допущеніи средней смертности въ теченіе всего періода выдачи этихъ пенсій.

Графа 6-я—даетъ величины $|_m \rho v^m \gamma_m a_{25+m} \mu_{x+n}$ для каждаго возраста (m) въ періодъ выдачи этихъ вдовьихъ пенсій.

» 7-я—даетъ суммы тѣхъ же величинъ, т. е.

$$\sum_1^m |_k \rho v^k \gamma_k = a_{25+k} \mu_{x+k} \text{ послѣдовательно для всѣхъ лѣтъ отъ } m=1 \text{ до } m=20.$$

При помощи величинъ 6-й и 7-й графы процентъ отчисленія на вдовы пенсіи можетъ быть опредѣленъ при какой угодно смертности, по величинамъ коэффиціента смертности μ_x , соотвѣтствующаго данной таблицѣ смертности.

§ 10. Таблица № 10 величинъ опредѣляющихъ составъ служащихъ Московскаго Городскаго Управленія.

Сколько нибудь удовлетворительной статистики городскихъ служащихъ не ведется, а потому получить данныя, опредѣляющія составъ служащихъ въ отношеніи продолжительности службы, измѣненій окладовъ съ теченіемъ службы, числа пенсіонеровъ и т. п. представляло бы большія затрудненія, на преодоленіе которыхъ мы не имѣли времени, если бы даже извлечь необходимыя данныя и было возможно. Тѣмъ не менѣе мы сдѣлали все, что не представляло особыхъ затрудненій для того, чтобы составить, хотя приблизительное, представленіе объ условіяхъ городской службы и о возможной стоимости пенсіонирования состава городскихъ служащихъ, а тѣ немногія величины, которыя намъ удалось извлечь изъ совершенно необработаннаго матеріала, даны въ таблицѣ № 10.

Графа 1-я—показываетъ годы, къ которымъ относятся данныя 2-й и 3-й графы.

» 2-я—даетъ расходъ на жалованье всѣхъ служащихъ, для ряда лѣтъ съ 1873—1902 годъ; расходъ выведенъ по смѣтѣ соотвѣтственнаго года.

» 3-я—даетъ число служащихъ за каждый годъ, изъ числа выше указанныхъ; число служащихъ взято также изъ смѣтъ.

» 4-я—даетъ число служащихъ, остающихся на службѣ изъ состава, соотвѣтствующаго каждому изъ указанныхъ

годовъ, къ концу 1902 года; это число опредѣлено, на основаніи подсчета карточекъ, данныхъ каждымъ служащимъ о прохожденіи ими службы и о его семейномъ положеніи; карточки эти были составлены для г. Преображенскаго по требованію Пенсіонной Коммиссіи Думы, но подсчетъ ихъ былъ выполненъ въ Статистическомъ отдѣленіи Городской Управы для Пенсіонной Коммиссіи служащихъ.

- » 5-я—даетъ среднее жалованье одного служащаго въ каждомъ изъ указанныхъ годовъ, которое опредѣляется дѣленіемъ каждаго числа графы 2-й на соответственное графѣ 3-й.
- » 6-я—даетъ число пенсіонеровъ только для послѣдняго пятилѣтія съ 1898 до 1902, такъ какъ выводъ этихъ чиселъ за предыдущіе годы представлялъ бы большія затрудненія, по отсутствію какой либо статистики пенсіонеровъ.
- » 7-я—даетъ расходъ на пенсіи при дѣйствующемъ уставѣ, т. е. съ 1895 г. и тотъ же расходъ для двухъ лѣтъ предшествовавшаго періода: 1885 г. и 1890 г. по дѣйствительному расходу взятому изъ отчетовъ соответствующихъ годовъ.
- » 8-я—даетъ процентное отношеніе расхода на пенсіи къ расходу на жалованье за тѣ же годы.

§ 11. Таблица № 11 для опредѣленія величины вкупѣ за старослужащихъ.

Эта таблица относится къ главѣ V, въ которой сравнивается стоимость вкупѣ, при различныхъ условіяхъ пенсіонированія и въ связи съ условіями пенсіонированія пенсіонно-сберегательныхъ кассъ.

Графы 1-я, 6-я и 8-я—показываютъ возрастъ служащихъ, подлежащихъ вкупѣ: 1-я графа относится къ графамъ отъ 2 й до 5 й, 6-я къ графѣ 7-й и 8 я къ графѣ 9-й.

- » 2-я—даетъ величины ${}_m p_x$ S_m и послѣдовательныя суммы ихъ, для (m) отъ 0 до 31, отъ каковыхъ величинъ зависитъ опредѣленіе величины вкупѣ за старослужащихъ, при допущеніи однихъ собственныхъ взносовъ и постоянномъ жалованіи въ теченіе всей службы.

- » 3-я—даетъ величины $v. {}_{m+1} p_x \frac{N_x - N_{x+m+1}}{D_{x+m+1}}$ и послѣдовательныя суммы ихъ, для (m) отъ 0 до 31, каковыми величинами опредѣляется вкупѣ въ пенсіонно-сберегательныя кассы, при допущеніи абсолютной прочности службы и постоянного жалованья,

- » 4-я—даетъ величины ${}_m E_x (1+i)^m$ и послѣдовательныя суммы ихъ, для (m) отъ 0 до 31, опредѣляющія вкупѣ

въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ, при прогрессивномъ ростѣ жалованья въ теченіе службы.

5-я—даетъ величины $m p_x \cdot m \cdot (1+i)^m$ и послѣдовательныя суммы этихъ величинъ, для (m) отъ 0 до 31, опредѣляющая вкупъ за счетъ однихъ собственныхъ взносовъ, при прогрессивномъ ростѣ жалованья въ теченіе службы.

7-я—даетъ величины $\frac{N_{x+m}}{D_{x+m}}$ и послѣдовательныя суммы ихъ, для (m) отъ 30 до 70, каковыя величины, въ связи съ величинами графы 3-й позволяютъ опредѣлить условія безобидности пенсіонированія по способу пенсіонно-сберегательныхъ кассъ, операціи которыхъ, вообще, не безобидны.

8-я—даетъ величины $\mathcal{U}_m \frac{N_x - N_{x+m+1}}{D_{x+m}}$ и послѣдовательныя суммы этихъ величинъ, для (m) отъ 0 до 30, съ помощью этихъ величинъ опредѣляется вкупъ въ пенсіонно-сберегательную кассу, исходя не изъ того числа служащихъ, которое можно ожидать, при допускаемой пенсіонно сберегательными кассами абсолютной прочности службы, а исходя изъ наличнаго числа служащихъ и допуская, что жалованье этихъ служащихъ въ теченіе дальнѣйшей службы не измѣнится. Этой формулою пользуются пенсіонно-сберегательныя кассы при практическомъ опредѣленіи вкупа за старослужащихъ тогда какъ величины графы 3-й относятся къ теоретической формулѣ вкупа этихъ кассъ, которая не согласуется въ пенсіонно-сберегательныхъ кассахъ съ пракческою.

Всѣ таблицы, начиная съ № 5 до № 11 включительно есть вспомогательныя и составлены нами только въ тѣхъ предѣлахъ, въ которыхъ произведены наши расчеты, но, на основаніи основныхъ таблицъ съ № 1 до 4 включительно, всѣ вспомогательныя таблицы могутъ быть легко дополнены каждымъ, желающимъ произвести расчеты по предлагаемымъ формуламъ, выходящія за предѣлы, которыя мы сочли достаточными для нашей цѣли.